

## Практические занятия по дисциплине «Основы проектирования оптических приборов и систем»

- Сферическое зеркало (построение изображения)
- Преломляющая поверхность (построение изображения)
- Телескопические системы (условие получения телескопического изображения, система Кеплера, система Галилея)

Задача 1. Световой луч падает на выпуклое сферическое зеркало (рис.1а;  $F$  – фокус,  $OO'$  – оптическая ось). С помощью геометрических построений найти направление отраженного луча.

*Решение*

*Построим вспомогательный луч 2, падающий на зеркало параллельно лучу 1 «с прицелом на фокус  $F$ » (рис.1 б). Отраженный в точке  $B$  луч  $2'$  должен быть параллелен оптической оси  $OO'$ .*

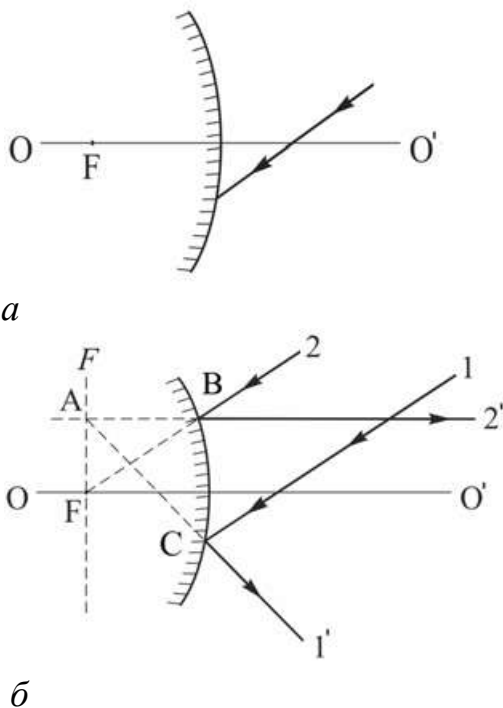


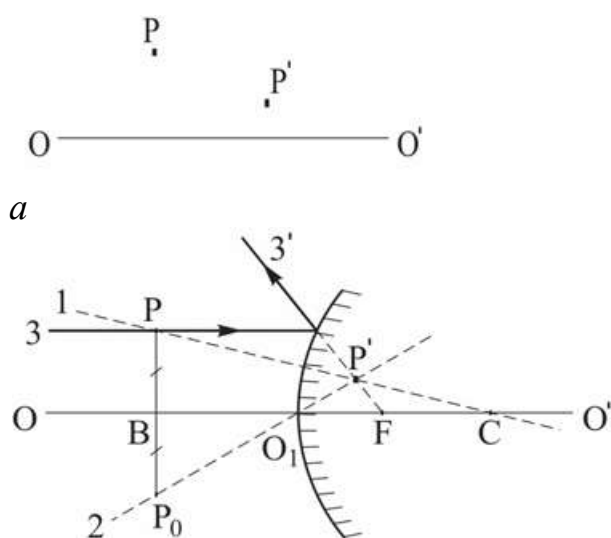
Рис.1 Заданное направление луча, падающего на выпуклое зеркало с фокусным расстоянием  $F$  (а), и построение отраженного луча  $1'$  (б)

Продолжение луча  $2'$  (влево) пересекает фокальную плоскость  $F$  в точке  $A$ . Следовательно, отраженный в точке  $C$  луч  $1'$  должен лежать на прямой, пересекающей фокальную плоскость  $F$  в той же точке  $A$ .

Задача 2. Найти с помощью геометрических построений положение сферического зеркала и его фокуса, если  $P$  и  $P'$  – сопряженные точки, а  $OO'$  – оптическая ось (рис.2 а).

*Решение*

Проведем через точки  $P$  и  $P'$  прямую  $1$ . Она пересечет оптическую ось в точке  $C$ , являющейся центром кривизны зеркала.



*б*

Рис.2 Положения сопряженных точек  $P$  и  $P'$  относительно оптической оси  $OO'$  сферического зеркала (а) и вспомогательные построения при определении положения зеркала и его фокуса (б).

Из точки  $P$  опустим перпендикуляр на оптическую ось  $OO'$  (рис.2 б) и продолжим его до точки  $P_0$  ( $PB = BP_0$ ). Проведем через точки  $P'$  и  $P_0$  прямую  $2$  в направлении на вершину зеркала  $O_1$ . Таким образом, точка  $P'$  – мнимое изображение точки  $P$  в выпуклом сферическом зеркале с радиусом  $O_1C$ . Луч  $3$ , параллельный оптической оси  $OO'$ , отражается в направлении луча  $3'$ , который лежит на прямой, проходящей через точку  $P'$  и фокус  $F$ .

В соответствии с формулой сферического зеркала:  $O_1F = FC = R/2$ .

### Задача 3.

Луч света падает из воздуха на стеклянную пластину со сферической поверхностью (рис.3 а; точками отмечены положения фокусов). С помощью геометрических построений найти направление преломленного луча.

#### Решение

Величина  $\Phi = (n_2 - n_1)/R$  называется *оптической силой сферической преломляющей поверхности*. Если  $\Phi > 0$  (рис. 3.1), то луч 2, параллельный главной оптической оси  $Ox$ , после преломления (луч 2') пересекает ее в точке  $F_2$  (задний фокус), а луч 3, проходящий через передний фокус  $F_1$ , после преломления (луч 3') параллелен оптической оси.

В случае  $\Phi < 0$  (рис.3.2) задний ( $F_2$ ) и передний ( $F_1$ ) фокусы соответствуют точкам пересечения с оптической осью продолжений лучей 2' и 3'.

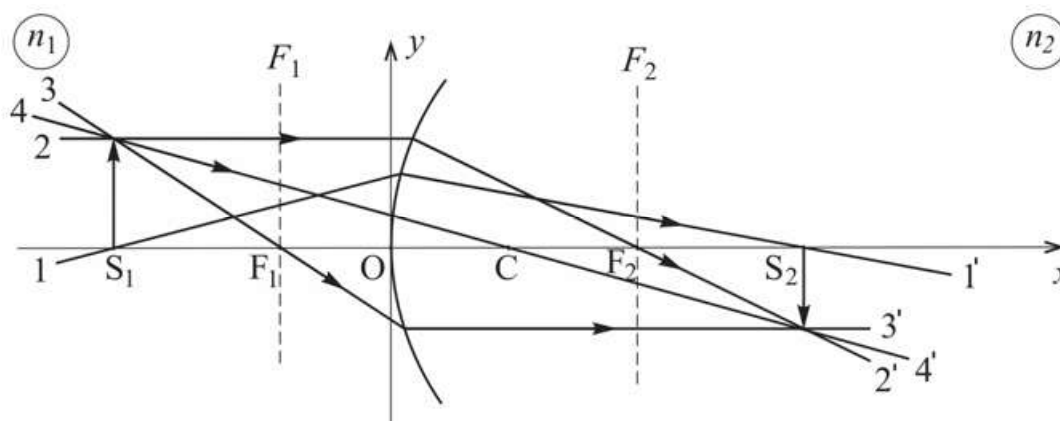


Рис.3.1 Преломление лучей на сферической границе раздела двух сред ( $n_2 > n_1$ )

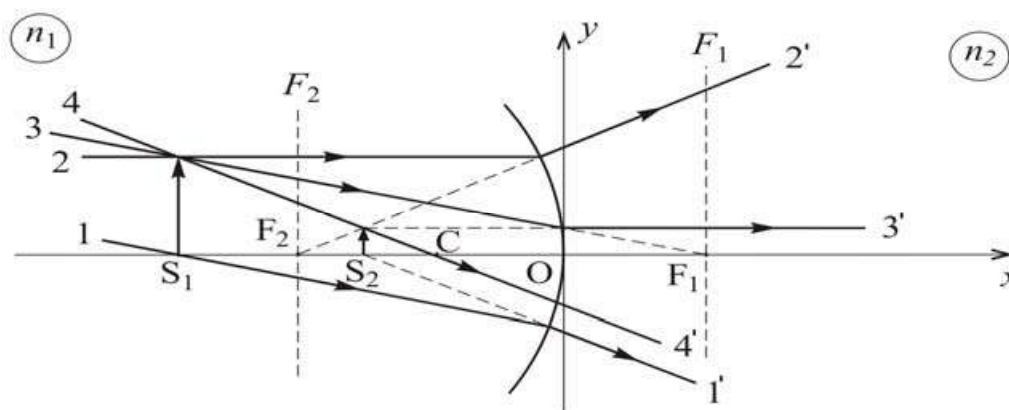
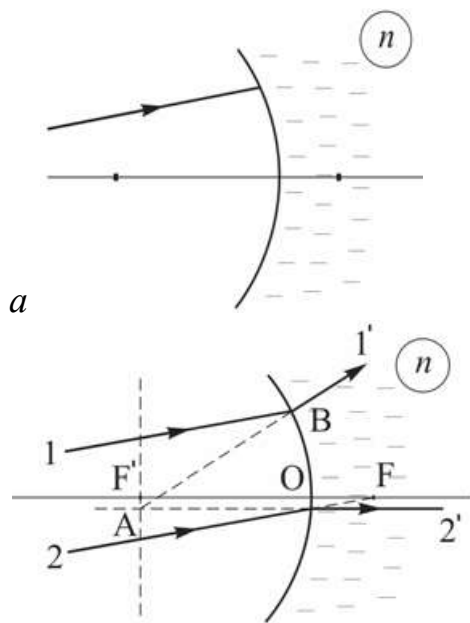


Рис.3.2 Преломление лучей на сферической границе двух сред ( $n_2 > n_1$ )

Т.к. оптическая сила сферической преломляющей поверхности

$$\Phi = n - 1 / R < 0,$$

то  $R < 0$  (луч падает на вогнутую сферическую поверхность). Следовательно, задний фокус  $F'$  находится слева от вершины  $O$  преломляющей поверхности, а передний фокус  $F$  – справа (рис.3 б).



б

Рис.3 Падение луча света 1 на стеклянную сферическую поверхность и положения фокусов (а); построение преломленного луча 1' (б)

Проведем луч 2 параллельно заданному лучу 1 в направлении на передний фокус F. Преломленный луч 2' будет параллелен главной оптической оси, а его продолжение (влево) пересечет заднюю фокальную плоскость F' в точке A. Искомый луч 1' будет лежать на прямой АВ.

#### Задача 4

Две тонкие симметричные линзы с одинаковыми радиусами кривизны преломляющих поверхностей  $R = 5$  см (одна собирающая, из кронгласа SK1 с показателем преломления  $n_1 = 1,61$ , а другая – рассеивающая, из кварцевого стекла с  $n_2 = 1,46$ ) прижали вплотную друг к другу и погрузили в воду с  $n_0 = 1,33$ . Найти фокусное расстояние  $f$  этой оптической системы.

#### Решение

В соответствии с формулой (1.19) оптическая сила каждой из тонких линз в воде:

$$\Phi_1 = 2(n_1 - n_0)/R$$

$$\Phi_2 = -2(n_2 - n_0)/R$$

$$\text{Для тонкой линзы } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = 2(n_1 - n_2)/R$$

$$\text{Соотношение между фокусом и оптической силой линзы: } f = n_0/\Phi$$

$$f = n_0 R / 2(n_1 - n_2) = 22,2 \text{ см.}$$

Ответ:  $f = 22,2$  см

Задача 5

Зрительная труба Кеплера состоит из двух собирающих линз – объектива и окуляра (рис.4).

Найти увеличение  $\Gamma$ , даваемое трубой при установке на бесконечность, если диаметр  $D$  оправы объектива и диаметр  $d$  изображения оправы, которое дает окуляр, соотносятся как  $d = 0,05 D$ .

Решение

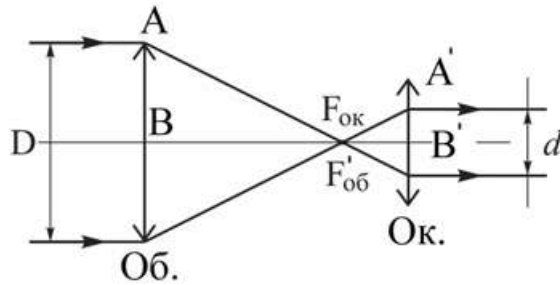


Рис.4 Оптическая схема трубы Кеплера

При установке трубы Кеплера на бесконечность задний фокус объектива  $F'_{об}$  совпадает с передним фокусом окуляра  $F_{ок}$ . Увеличение трубы равно

$$\Gamma = f_{ок} / f_{об}$$

Как видно из рис. 4

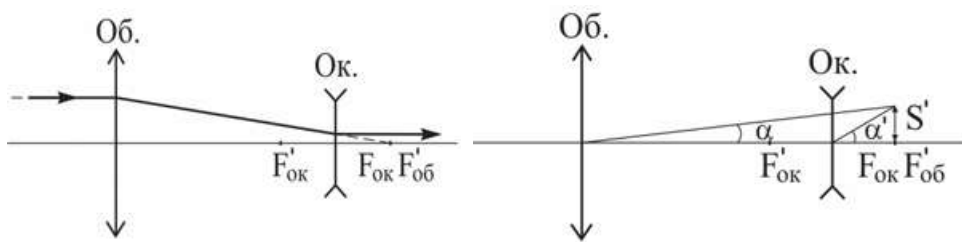
$$\Gamma = d / D = 0,05$$

Ответ:  $\Gamma = 0,05$

Задача 6. Труба Галилея представляет собой телескопическую систему и состоит из собирающей (объектив) и рассеивающей (окуляр) линз. При установке на бесконечность труба имеет длину  $l = 70$  см и дает 15-кратное угловое увеличение. Определить фокусные расстояния объектива и окуляра.

*Решение*

При установке на бесконечность задний фокус  $F'_{об}$  объектива совмещен с передним фокусом  $F_{ок}$  окуляра (рис.5). Если  $l$  – длина трубы, то  $l = f_{об} - f_{ок}$ .



*a*

*б*

Рис. 5 Оптическая схема трубы Галелея (а) и к вопросу об определении углового увеличения трубы Г (б)

Угловое увеличение трубы (рис. 5б):

$$\Gamma = \operatorname{tg} \alpha' / \operatorname{tg} \alpha = f_{об} / f_{ок}$$

равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра.

$$f_{об} / f_{ок} = (l - f_{ок}) / f_{ок} = 15$$

$$f_{ок} = 5 \text{ см}$$

$$f_{об} = 75 \text{ см}$$

Ответ:  $f_{об} = 75$  см,  $f_{ок} = 5$  см

Задача 7 На сколько радиус кривизны  $R_1$  выпуклой поверхности выпукло-вогнутой стеклянной ( $n = 1,5$ ) линзы толщиной  $d = 3$  см должен быть больше радиуса кривизны  $R_2$  вогнутой поверхности, чтобы в воздухе линза была телескопической?

*Телескопическая оптическая система — оптическая система, преобразующая параллельный световой пучок в параллельный же. Предназначена главным образом для наблюдения удалённых объектов.*

*Решение*

*Толстая выпукло-вогнутая стеклянная линза в воздухе будет телескопической при условии:*

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d/n \Phi_1 * \Phi_2 = 0,$$

*где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — оптические силы сферических поверхностей линзы,  $d$  — толщина линзы,  $n$  — показатель преломления материала, из которого сделана линза.*

*В случае тонкой линзы ( $d = 0$ ) из материала с показателем преломления  $n$  ее оптическая сила  $\Phi$  равна  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ ,*

*где  $\Phi_1 = (n - n_1)/R_1$  и  $\Phi_2 = (n_2 - n)/R_2$ ,  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления сред соответственно слева и справа от крайних преломляющих поверхностей оптической системы.*

*Если тонкая линза окружена средой с показателем преломления  $n_0$ , то в этом случае:*

$$\Phi = (n - n_0) / (1/R_1 - 1/R_2)$$

Поскольку

$$\Phi_1 = (n - 1)/R_1$$

$\Phi_2 = (1 - n)/R_2$ , то, решая уравнение, получим

$$\Delta R = R_1 - R_2 = d(n - 1)/n = 1 \text{ см}$$

Ответ: на 1 см

Задача 8. Найти с помощью геометрических построений положения фокусов для толстой выпукло-вогнутой линзы толщиной  $d=4\text{см}$  с показателем преломления  $n=1,5$ , если оптические силы преломляющих поверхностей линзы в воздухе равны  $\Phi_1 = 50$  дптр,  $\Phi_2 = -50$  дптр.

*Решение*

По условию  $\Phi_1 = -\Phi_2$ , то в соответствии с формулой  $\Phi = (n-1)/R$

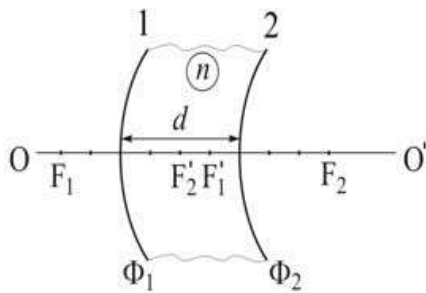
$$R_1 = R_2 = (n - 1)/\Phi_1 = 1\text{см},$$

$$f_1 = n_0/\Phi_1 = 2\text{ см}$$

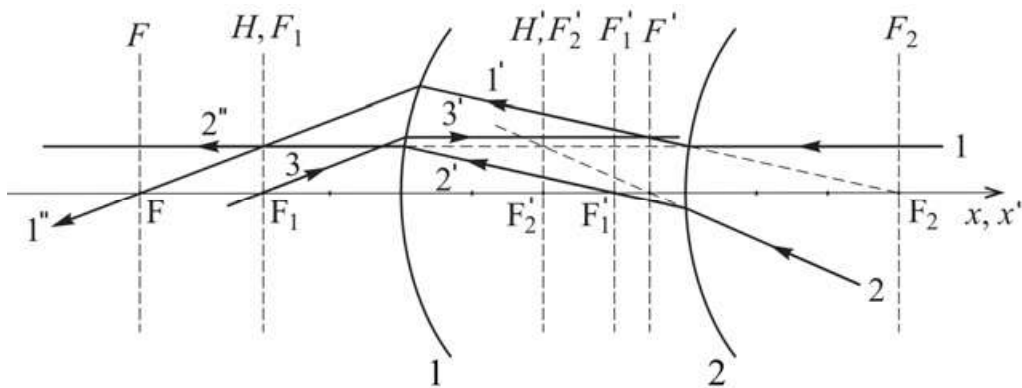
$$f_2 = n_0/\Phi_2 = -2\text{ см}$$

Положение фокусов сферических преломляющих поверхностей 1 и 2 показано на рис.1

Положение переднего  $F$  и заднего  $F'$  фокусов линзы получают с помощью лучей, падающих на линзу параллельно главной оптической оси  $OO'$ .



a



b

Рис. 1 а – оптическая схема толстой выпукло-вогнутой линзы;  
б – ход лучей через толстую выпукло-вогнутую линзу



Луч 1 направлен (рис. 1 б) параллельно главной оптической оси. После преломления на поверхности 2 он переходит в луч 1', который выходит из фокуса F2. Параллельно лучу 1' построен луч 2', который пересекает оптическую ось в фокусе F'1 и после преломления на поверхности 1 переходит в луч 2'', параллельный оптической оси. Так как лучи 1' и 2' – параллельные, следовательно

а) луч 1'' пересекается с лучом 2'' в фокальной плоскости  $F1$ , а с главной оптической осью – в фокусе F линзы;

б) луч 2 (а точнее – его продолжение) пересекается с оптической осью в фокусе F', с продолжением луча 1 – в фокальной плоскости  $F'2$ , а с продолжением луча 2'' – в главной плоскости  $H'$ . Таким образом, плоскости  $H'$  и  $F'2$  совпадают. Совпадают и плоскости  $H$  и  $F1$ , поскольку им принадлежит точка пересечения продолжения луча 1 и луча 1''. Для иллюстрации возможности использования других лучей, на рис. 1 б показан ход луча 3.

Задача 9 Две тонкие симметричные линзы с одинаковыми радиусами кривизны преломляющих поверхностей  $R = 5$  см (одна – собирающая, из кронгласа SK1 с показателем преломления  $n_1 = 1,61$ , а другая – рассеивающая, из кварцевого стекла с  $n_2 = 1,46$ ) прижали вплотную друг к другу и погрузили в воду с  $n_0 = 1,33$ . Найти фокусное расстояние  $f$  этой оптической системы.

Решение

$\Phi = (n - n_0)(1/R_1 - 1/R_2)$  – формула тонкой линзы ( $n$  – пп линзы,  $n_0$  – пп среды).

В соответствии с формулой тонкой линзы в среде с показателем преломления  $n_0$  оптическая сила каждой из тонких линз в воде:

$$\Phi_1 = 2(n_1 - n_0)/R$$

$$\Phi_2 = -2(n_2 - n_0)/R$$

Т.к.

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d \Phi_1 \Phi_2 / n - \text{для толстой линзы}$$

Полагая  $d = 0$ , для оптической силы системы получаем:

$$\Phi = 2(n_1 - n_2)/R$$

$$\text{В соответствии с } f = n_0/\Phi = n_0 R/2(n_1 - n_2) = 22,2 \text{ см}$$

Ответ:  $f = 22,2$  см.