

Практические занятия по дисциплине «Основы проектирования оптических приборов и систем»

- Сферическое зеркало (построение изображения)
- Преломляющая поверхность (построение изображения)
- Телескопические системы (условие получения телескопического изображения, система Кеплера, система Галилея)

Задача 1. Световой луч падает на выпуклое сферическое зеркало (рис.1a; F – фокус, OO' – оптическая ось). С помощью геометрических построений найти направление отраженного луча.

Решение

Построим вспомогательный луч 2, падающий на зеркало параллельно лучу 1 «с прицелом на фокус F» (рис.1 б). Отраженный в точке B луч 2' должен быть параллелен оптической оси OO'.

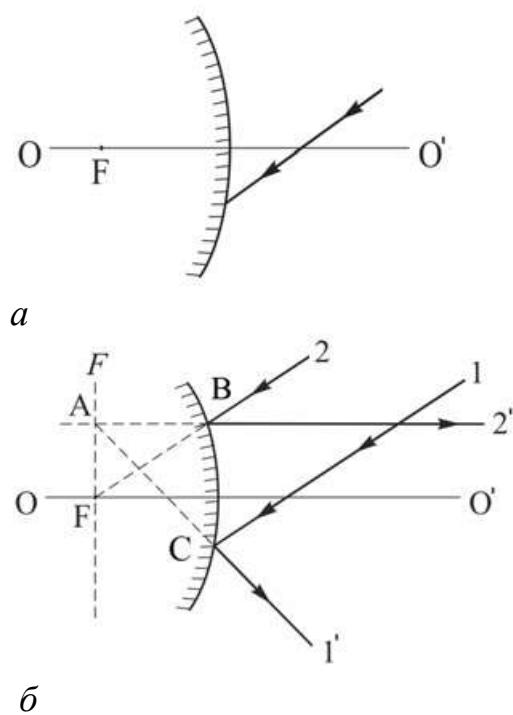


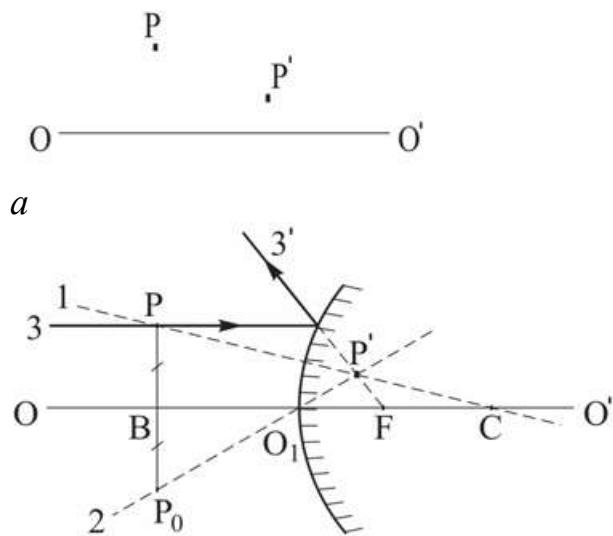
Рис.1 Заданное направление луча, падающего на выпуклое зеркало с фокусным расстоянием F (a), и построение отраженного луча 1' (б)

Продолжение луча 2' (влево) пересекает фокальную плоскость F в точке A. Следовательно, отраженный в точке С луч 1' должен лежать на прямой, пересекающей фокальную плоскость F в той же точке A.

Задача 2. Найти с помощью геометрических построений положение сферического зеркала и его фокуса, если P и P' – сопряженные точки, а OO' – оптическая ось (рис.2 а).

Решение

Проведем через точки P и P' прямую линию 1. Она пересечет оптическую ось в точке C , являющейся центром кривизны зеркала.



б

Рис.2 Положения сопряженных точек P и P' относительно оптической оси OO' сферического зеркала (а) и вспомогательные построения при определении положения зеркала и его фокуса (б).

Из точки P опустим перпендикуляр на оптическую ось OO' (рис.2 б) и продолжим его до точки P_0 ($PB = BP_0$). Проведем через точки P' и P_0 прямую 2 в направлении на вершину зеркала O_1 . Таким образом, точка P' – мнимое изображение точки P в выпуклом сферическом зеркале с радиусом O_1C . Луч 3, параллельный оптической оси OO' , отражается в направлении луча $3'$, который лежит на прямой, проходящей через точку P' и фокус F . В соответствии с формулой сферического зеркала: $O_1F = FC = R$.

Задача 3.

Луч света падает из воздуха на стеклянную пластину со сферической поверхностью (рис.3 а; точками отмечены положения фокусов). С помощью геометрических построений найти направление преломленного луча.

Решение

Величина $\Phi = (n_2 - n_1)/R$ называется оптической силой сферической преломляющей поверхности. Если $\Phi > 0$ (рис. 3.1), то луч 2, параллельный главной оптической оси Ox , после преломления (луч 2') пересекает ее в точке F_2 (задний фокус), а луч 3, проходящий через передний фокус F_1 , после преломления (луч 3') параллелен оптической оси.

В случае $\Phi < 0$ (рис.3.2) задний (F_2) и передний (F_1) фокусы соответствуют точкам пересечения с оптической осью продолжений лучей 2' и 3.

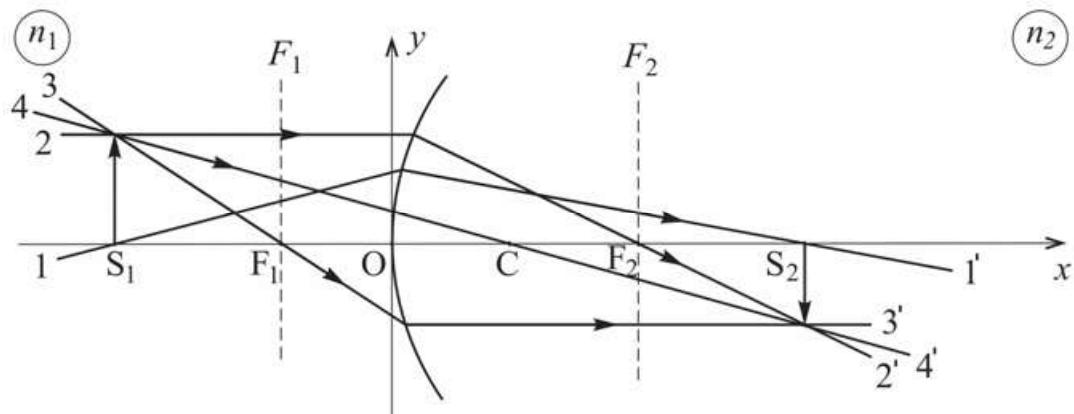


Рис.3.1 Преломление лучей на сферической границе раздела двух сред ($n_2 > n_1$)

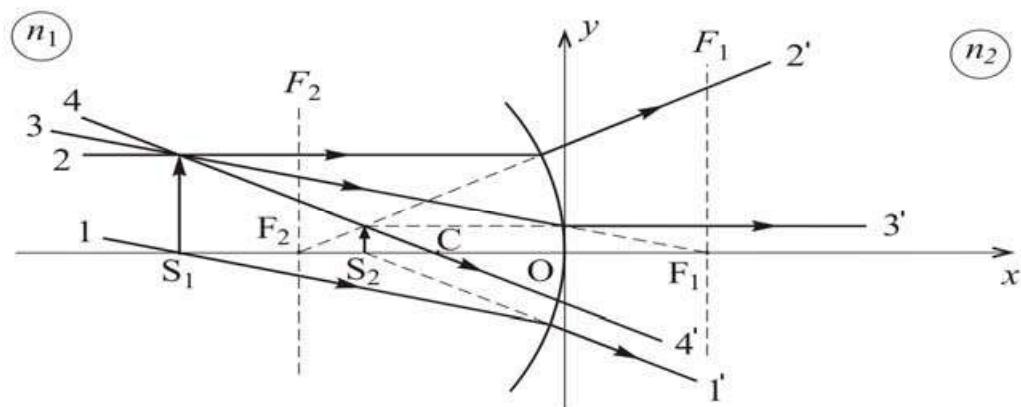
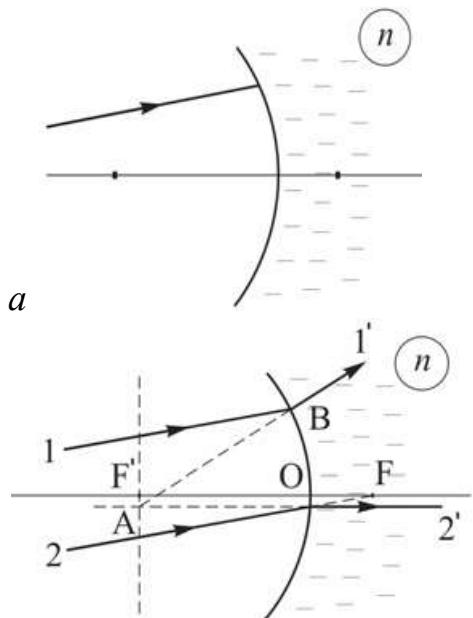


Рис.3.2 Преломление лучей на сферической границе двух сред ($n_2 < n_1$)

Т.к. оптическая сила сферической преломляющей поверхности поверхности

$$\Phi = n - 1 / R < 0,$$

то $R < 0$ (луч падает на вогнутую сферическую поверхность). Следовательно, задний фокус F' находится слева от вершины O преломляющей поверхности, а передний фокус F – справа (рис.3 б).



б

Рис.3 Падение луча света 1 на стеклянную сферическую поверхность и положения фокусов (а); построение преломленного луча 1' (б)

Проведем луч 2 параллельно заданному лучу 1 в направлении на передний фокус F. Преломленный луч 2' будет параллелен главной оптической оси, а его продолжение (влево) пересечет заднюю фокальную плоскость F' в точке A. Искомый луч 1' будет лежать на прямой AB.

Задача 4

Две тонкие симметричные линзы с одинаковыми радиусами кривизны преломляющих поверхностей $R = 5$ см (одна собирающая, из кронгласа SK1 с показателем преломления $n_1 = 1,61$, а другая – рассеивающая, из кварцевого стекла с $n_2 = 1,46$) прижали вплотную друг к другу и погрузили в воду с $n_0=1,33$. Найти фокусное расстояние f этой оптической системы.

Решение

В соответствии с формулой (1.19) оптическая сила каждой из тонких линз в воде:

$$\Phi_1=2(n_1-n_0)/R$$

$$\Phi_2=-2(n_2-n_0)/R$$

Для тонкой линзы $\Phi=\Phi_1+\Phi_2=2(n_1-n_2)/R$

Соотношение между фокусом и оптической силой линзы: $f=n_0/\Phi$

$$f=n_0R/2(n_1-n_2) = 22,2 \text{ см.}$$

Ответ: $f = 22,2$ см

Задача 5

Зрительная труба Кеплера состоит из двух собирающих линз – объектива и окуляра (рис.4).

Найти увеличение Γ , даваемое трубой при установке на бесконечность, если диаметр D оправы объектива и диаметр d изображения оправы, которое дает окуляр, соотносятся как $d = 0,05 D$.

Решение

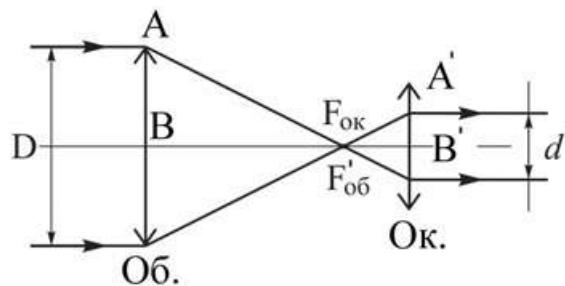


Рис.4 Оптическая схема трубы Кеплера

При установке трубы Кеплера на бесконечность задний фокус объектива $F'об$ совпадает с передним фокусом окуляра $Fок$. Увеличение трубы равно

$$\Gamma = f_{ок} / f_{об}$$

Как видно из рис. 4

$$\Gamma = d / D = 0,05$$

Ответ: $\Gamma = 0,05$

Задача 6. Труба Галилея представляет собой телескопическую систему и состоит из собирающей (объектив) и рассеивающей (окуляр) линз. При установке на бесконечность труба имеет длину $l = 70$ см и дает 15-кратное угловое увеличение. Определить фокусные расстояния объектива и окуляра.

Решение

При установке на бесконечность задний фокус $F'_{об}$ объектива совмещен с передним фокусом $F_{ок}$ окуляра (рис.5). Если l – длина трубы, то $l = f_{об} - f_{ок}$

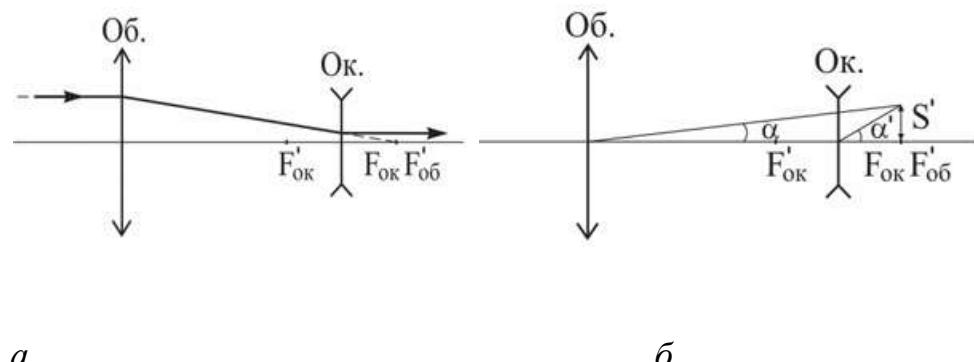


Рис. 5 Оптическая схема трубы Галлея (а) и к вопросу об определении углового увеличения трубы Γ (б)

Угловое увеличение трубы (рис. 5б):

$$\Gamma = \tan \alpha' / \tan \alpha = f_{об} / f_{ок}$$

равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра.

$$f_{об} / f_{ок} = (l - f_{ок}) / f_{ок} = 15$$

$$f_{ок} = 5 \text{ см}$$

$$f_{об} = 75 \text{ см}$$

Ответ: $f_{об} = 75 \text{ см}$, $f_{ок} = 5 \text{ см}$

Задача 7 На сколько радиус кривизны R_1 выпуклой поверхности выпукло-вогнутой стеклянной ($n = 1,5$) линзы толщиной $d = 3$ см должен быть больше радиуса кривизны R_2 вогнутой поверхности, чтобы в воздухе линза была телескопической?

Телескопическая оптическая система — оптическая система, преобразующая параллельный световой пучок в параллельный же. Предназначена главным образом для наблюдения удалённых объектов.

Решение

Толстая выпукло-вогнутая стеклянная линза в воздухе будет телескопической при условии:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d/n \quad \Phi_1 * \Phi_2 = 0,$$

где Φ_1 и Φ_2 — оптические силы сферических поверхностей линзы, d — толщина линзы, n — показатель преломления материала, из которого сделана линза.

В случае тонкой линзы ($d = 0$) из материала с показателем преломления n ее оптическая сила Φ равна $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$,

где $\Phi_1 = (n-n_1)/R_1$ и $\Phi_2 = (n_2-n)/R_2$, n_1 и n_2 — показатели преломления сред соответственно слева и справа от крайних преломляющих поверхностей оптической системы.

Если тонкая линза окружена средой с показателем преломления n_0 , то в этом случае:
$$\Phi = (n-n_0)/(1/R_1-1/R_2)$$

Поскольку

$$\Phi_1 = (n-1)/R_1$$

$$\Phi_2 = (1-n)/R_2, \text{ то, решая уравнение, получим}$$

$$\Delta R = R_1 - R_2 = d(n-1)/n = 1 \text{ см}$$

Ответ: на 1 см

Задача 8. Найти с помощью геометрических построений положения фокусов для толстой выпукло-вогнутой линзы толщиной $d=4\text{ см}$ с показателем преломления $n=1,5$, если оптические силы преломляющих поверхностей линзы в воздухе равны $\Phi_1 = 50 \text{ дптр}$, $\Phi_2 = -50 \text{ дптр}$.

Решение

По условию $\Phi_1 = -\Phi_2$, то в соответствии с формулой $\Phi = (n-1)/R$

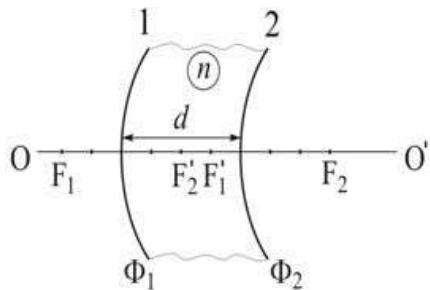
$$R_1 = R_2 = (n-1)/\Phi_1 = 1\text{ см},$$

$$f_1 = n_0/\Phi_1 = 2 \text{ см}$$

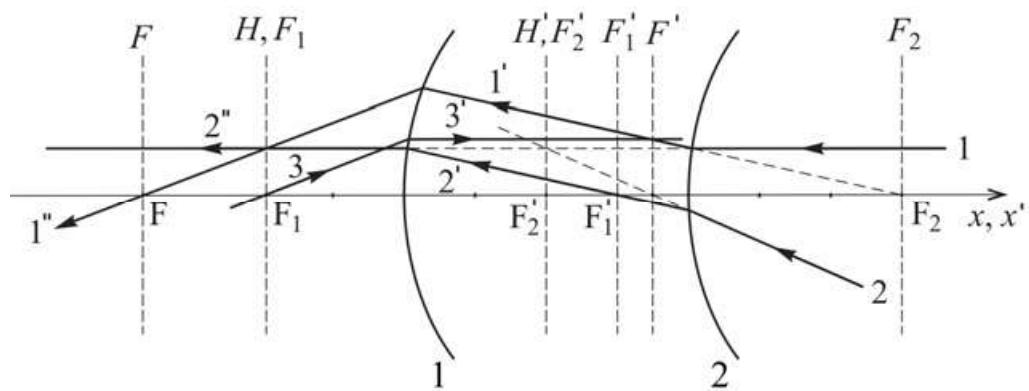
$$f_2 = n_0/\Phi_2 = -2 \text{ см}$$

Положение фокусов сферических преломляющих поверхностей 1 и 2 показано на рис.1

Положение переднего F и заднего F' фокусов линзы получают с помощью лучей, падающих на линзу параллельно главной оптической оси OO' .



a



б

Рис. 1 а – оптическая схема толстой выпукло-вогнутой линзы;
б – ход лучей через толстую выпукло-вогнутую линзу

Луч 1 направлен (рис. 1 б) параллельно главной оптической оси. После преломления на поверхности 2 он переходит в луч 1', который выходит из фокуса F2. Параллельно лучу 1' построен луч 2', который пересекает оптическую ось в фокусе F'1 и после преломления на поверхности 1 переходит в луч 2'', параллельный оптической оси. Так как лучи 1' и 2' – параллельные, следовательно

- а) луч 1'' пересекается с лучом 2'' в фокальной плоскости F1, а с главной оптической осью – в фокусе F линзы;
- б) луч 2 (а точнее – его продолжение) пересекается с оптической осью в фокусе F', с продолжением луча 1 – в фокальной плоскости F'2, а с продолжением луча 2'' – в главной плоскости H'. Таким образом, плоскости H' и F'2 совпадают. Совпадают и плоскости H и F1, поскольку им принадлежит точка пересечения продолжения луча 1 и луча 1''. Для иллюстрации возможности использования других лучей, на рис. 1 б показан ход луча 3.

Задача 9 Две тонкие симметричные линзы с одинаковыми радиусами кривизны преломляющих поверхностей $R = 5$ см (одна – собирающая, из кронгласа SK1 с показателем преломления $n_1 = 1,61$, а другая – рассеивающая, из кварцевого стекла с $n_2 = 1,46$) прижали вплотную друг к другу и погрузили в воду с $n_0 = 1,33$. Найти фокусное расстояние f этой оптической системы.

Решение

$\Phi = (n - n_0)(1/R_1 - 1/R_2)$ – формула тонкой линзы (n – пп линзы, n_0 – пп среды).

В соответствии с формулой тонкой линзы в среде с показателем преломления n_0 оптическая сила каждой из тонких линз в воде:

$$\Phi_1 = 2(n_1 - n_0)/R$$

$$\Phi_2 = -2(n_2 - n_0)/R$$

Т.к.

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d \Phi_1 \Phi_2 / n \text{ – для толстой линзы}$$

Полагая $d = 0$, для оптической силы системы получаем:

$$\Phi = 2(n_1 - n_2)/R$$

$$\text{В соответствии с } f = n_0/\Phi = n_0 R/2(n_1 - n_2) = 22,2 \text{ см}$$

Ответ: $f = 22,2$ см.