Министерство образования и науки Российской Федерации

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

01.01.02 «Дифференциальные уравнения»

по физико-математическим наукам

Программа-минимум

содержит 5 стр.

2007

Введение

Настоящая экзаменационная программа соответствует утвержденному паспорту научной специальности "Дифференциальные уравнения". В основу программы положены следующие дисциплины: обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными, а также ряд отдельных вопросов функционального анализа и теории функциональных пространств. Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии по математике и механике при участии Математического института им. В.А. Стеклова и Московского энергетического института (технического университета).

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений ([5], §3, §20, §21; [9], гл. II, §1-§5).
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения ([5], §22, §24, §25, [9], гл. II, §6, §7).
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.) ([5], §17, §18; [9], гл.3).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы. ([5], §15, §16, [9], гл. 4, §1, §9).
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению ([5], §26; [9], §6-§8).
6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина

(без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем ([6], гл. I, §1- §4, примеры 1,2; гл. V, §29, §30).

7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи ([14], гл. 4, §1- §3).
8. Задача Штурма - Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций ([1], гл. V, §5.2).
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности
   аналитического решения методом мажорант ([8], гл. V, §41, §42).
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори ([10], §1).
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона – Якоби ([9], гл. V, §2, §3).

2. Уравнения с частными производными

12. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши - Ковалевской ([13], §2).
13. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики. ([1], гл. 1, §13; [7], гл. I, §1).
14. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.) ([3], гл. 1, §2; [11], гл. I, §1; [7], гл. 2, 2.1, 2.7, 2.8).
15. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их

решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.) ([3], гл. IV, §3; [13], гл. 3, §28; [4], гл. I, 1.1, 1.5).

16. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.) ([4], гл. 3, 3.1, 3.3; [13], гл. IV, §38, §39, §40).
17. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье ([1], гл. II, §2.1, § 2.3, §2.5).
18. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области . ([3], §5 - §8; [3], гл. III, §4-§6).
19. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения ([3], гл. IV, §1; [3], гл. II, §2-§4).
20. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства) ([15], гл. I, §1-§3).
21. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства ([2], гл. 1, §1; [12], гл. 9, 9.1-9.3).
22. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства ([5], гл. II, §2).
23. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства ([5], гл. II, §1; [12], гл. 8 , 8.1-8.5).

Основная литература

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.:Физматлит, 2000 г.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.:Мир, 1972 г.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.:Наука, 1983 г.

4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М:Наука, 1995 г.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1998г. (и другие издания).
6. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.:Наука, 1963 г. (и другие издания).
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: ГИТТЛ, 1953 г. (и другие издания).
8. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. Издательство иностранной литературы, М.; 1962 г.
9. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1980 г.
10. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. литературы, 1985 г.

Дополнительная литература

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1971 г.
2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 1996 г.
3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961 г.
4. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985 г.
5. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978 г.