

УДК 621.396.969

<https://doi.org/10.31854/2307-1303-2024-12-4-22-37>

EDN: TFCKCC

Позиционирование устройств в сетях LTE. Часть 3. Исследование корреляционных функций опорных сигналов

Хыя Х. К. ✉, Фокин Г. А., Рютин К. Е.

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

Постановка задачи. В современных сетях четвертого поколения (4G), особенно в условиях городской застройки и внутри помещений, точность позиционирования устройств часто снижается из-за ограничений существующих методов, таких как A-GNSS и Cell-ID. Это обусловлено отсутствием прямой видимости спутников и низкой точностью идентификации соты. Настоящее исследование посвящено анализу корреляционных функций сигналов синхронизации и опорных сигналов в сетях 4G для оптимизации процесса оценки временной задержки. **Целью работы** является исследование автокорреляционной функции сигналов синхронизации и опорных сигналов для повышения точности позиционирования устройств. Работа включает разработку математической модели оценки автокорреляционной функции, анализ влияния распределения пилотных поднесущих, числа ресурсных блоков и других параметров системы на характеристики автокорреляционной функции, а также оценку их воздействия на точность определения временной задержки. В исследовании применены **методы** моделирования OFDM-сигналов, анализа структуры сигналов 4G на физическом уровне и математические вычисления временной задержки по автокорреляционной функции опорных сигналов с использованием метода максимального правдоподобия. **Новизна** работы заключается в математической формализации оценки автокорреляционной функции опорных сигналов, в зависимости от ширины полосы частот с научным обоснованием потенциальной точности первичных измерений времени прихода сигналов в канале аддитивного белого гауссовского шума. **Результаты.** Исследование показывает, что увеличение числа ресурсных блоков приводит к сужению главного лепестка автокорреляционной функции, что повышает точность первичных измерений времени прихода сигналов. Равномерное распределение пилотных поднесущих в опорных сигналах вызывает появление периодических корреляционных пиков, что также способствует более точной оценке параметров сигнала. **Теоретическая значимость** работы заключается в разработке математической модели вычисления автокорреляционной функции для опорных сигналов 4G, которая служит основой для оценки точности первичных измерений времени прихода сигналов, включая последующее сравнение с нижней границей Крамера – Рао. **Практическая значимость** заключается в научном обосновании требуемых полос частот сигналов 4G для достижения заданной точности первичных измерений времени прихода сигналов в сетях 4G, а также для разработки аналогичных моделей в сетях пятого поколения (5G) с OFDM-сигналами.

Ключевые слова: 4G, MATLAB, корреляционная функция, OFDM, оценка точности первичных измерений, позиционирование, время задержки, сигнал синхронизации, опорный сигнал

Библиографическая ссылка на статью:

Хыя Х. К., Фокин Г. А., Рютин К. Е. Позиционирование устройств в сетях LTE. Часть 3. Исследование корреляционных функций опорных сигналов // Информационные технологии и телекоммуникации. 2024. Т. 12. № 4. С. 22–37. DOI: 10.31854/2307-1303-2024-12-4-22-37. EDN: TFCKCC

Reference for citation:

Hua H. C., Fokin G., Ryutin K. Positioning of Devices in LTE networks. Part 3. Analysis of Correlation Functions for Reference Signals // Telecom IT. 2024. Vol. 12. Iss. 4. PP. 22–37. (in Russian). DOI: 10.31854/2307-1303-2024-12-4-22-37. EDN: TFCKCC

Актуальность

В сетях LTE используются следующие основные методы позиционирования: глобальная навигационная спутниковая система (GNSS, *аббр. от англ. Global Navigation Satellite System*) и GNSS с передачей ассистирующей информации о бортовых эфемеридах и альманахах от сетей сотовой связи для ускорения времени первого определения координат (A-GNSS, *аббр. от англ. Assisted GNSS*), улучшенная идентификация по принадлежности к соте E-CID (*аббр. от англ. Enhanced Cell-ID*) и метод наблюдаемой разности времени прихода сигналов (OTDoA, *аббр. от англ. Observed Time Difference of Arrival*) [1, 2]. Метод A-GNSS в городских условиях и внутри помещений, где отсутствует прямая видимость, характеризуется низкой точностью определения местоположения [3]. В таких сценариях улучшенная идентификация соты E-CID может применяться в качестве дополнительного способа, однако ее низкая точность не позволяет реализовать высокоточное позиционирование пользовательских устройств (UE, *аббр. от англ. User Equipment*) [4]. Таким образом, метод OTDoA выступает как один из основных для определения местоположения в современных и перспективных сетях связи стандарта LTE [5, 6].

Проведенные ранее исследования в области позиционирования устройств в сетях LTE показали влияние таких факторов, как ширина полосы сигнала [7] и топология базовых станций [8], на точность позиционирования методом OTDoA. Было показано, что точность позиционирования UE зависит от многих факторов, при этом оценка времени прихода сигналов (TOA, *аббр. от англ. Time Of Arrival*) является одним из ключевых факторов, который напрямую определяет точность оценок координат [7–10].

Настоящее исследование, являющееся третьей частью цикла работ в области позиционирования устройств в сетях LTE, посвящено анализу корреляционных функций (КФ) сигналов синхронизации и опорных сигналов. Недавние исследования [11–15] подчеркивают важность оптимизации КФ для повышения точности позиционирования в различных сценариях применения сетей LTE и 5G, что подтверждает актуальность данного исследования. КФ непосредственно влияет на точность первичных измерений TOA [15]. В работе представлены модели сигналов стандарта LTE для нисходящего физического канала, особенности ортогонального частотного мультиплексирования (OFDM, *аббр. от англ. Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*) на физическом уровне, математическая модель опорных сигналов и сигналов синхронизации, а также математическая модель вычисления КФ для этих сигналов. Кроме того, проведен анализ влияния ширины полосы частот и распределения пилотных поднесущих на ширину главного лепестка автокорреляционной функции (АКФ), которая непосредственно определяет точность первичных измерений TOA.

Постановка задачи

Для формальной постановки и решения задачи в работе введены обозначения, представленные в таблице 1.

Таблица 1 – Обозначения

Обозначение	Физический смысл обозначения
C	Мощность полосового сигнала
N	Общее число поднесущих
$b(n)$	Комплексный символ, передаваемый на n -й поднесущей
T	Период OFDM-символа
F_{sc}	Разность поднесущих
$h_c(t)$	Неизвестная импульсная характеристика канала
$n_c(t)$	Аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ)
F_s	Частота дискретизации
T_s	Период дискретизации
$d(n)$	Пилотный символ
$p(n)^2$	Относительный вес мощности, удовлетворяющий условию $\sum_{n=0}^{N-1} p(n)^2 = N$

В качестве первого шага к анализу характеристик КФ сигналов синхронизации и опорных сигналов рассмотрим структуру сигнала LTE в нисходящем канале на физическом уровне, которая будет использоваться в данном исследовании.

Нисходящий канал физического уровня сигнала LTE

Сигналы LTE включают сигналы синхронизации, опорные сигналы, сигналы данных и сигналы управления, определенные в стандарте TS 36.211 [16]. Сигналы синхронизации (SS, *аббр. от англ.* Synchronization Signals) и опорные сигналы (RS, *аббр. от англ.* Reference Signals) являются пилотными, то есть их значения заранее известны, что делает их основными сигналами для использования в задачах первичных измерений времени прихода при определении дальности [17]. Существуют следующие виды **сигналов синхронизации**: первичный (PSS, *аббр. от англ.* Primary Synchronization Signal) и вторичный (SSS, *аббр. от англ.* Secondary Synchronization Signal) [18]. Эти сигналы обеспечивают поиск соты UE и начальную синхронизацию с ближайшей базовой станцией eNB (*аббр. от англ.* Evolved Node B). **Опорные сигналы** в основном предназначены для демодуляции и уточнения синхронизации [17, 18]. Кроме того, они используются для отслеживания изменений временной задержки, что необходимо для позиционирования при движении UE. Настоящее исследование направлено на оценку КФ для специального опорного сигнала соты (CRS, *аббр. от англ.* Cell Specific Reference Signal) и опорного сигнала позиционирования (PRS, *аббр. от англ.* Positioning Reference Signal).

На физическом уровне стандарт LTE [17] использует технологию OFDM. Весь каналный ресурс разбивается на ресурсные блоки (РБ). Один РБ состоит из 12 поднесущих, расположенных подряд и охватывающих полосу 180 кГц, а также одного временного слота, содержащего 6 или 7 OFDM-символов общей длительностью 0,5 мс. Каждый OFDM-символ на каждой поднесущей образует

ресурсный элемент. Нисходящая передача в стандарте LTE основана на модуляции OFDM [19–20]. Далее рассмотрим принцип работы схемы передачи и приема OFDM.

Модуляция OFDM

На рисунке 1 показана обобщенная схема передачи и приема OFDM-сигнала в стандарте LTE. Передаваемые битовые последовательности отображаются на комплексные символы с использованием схем модуляции (например, QAM, BPSK, QPSK). Эти символы распределяются по поднесущим с интервалом $F_{sc} = 15$ кГц. Для уменьшения интерференции между соседними частотными каналами в OFDM-сигналах применяются защитные полосы, которые формируются за счет неиспользуемых поднесущих по обеим сторонам спектра, где полезные символы данных не передаются [17–20].

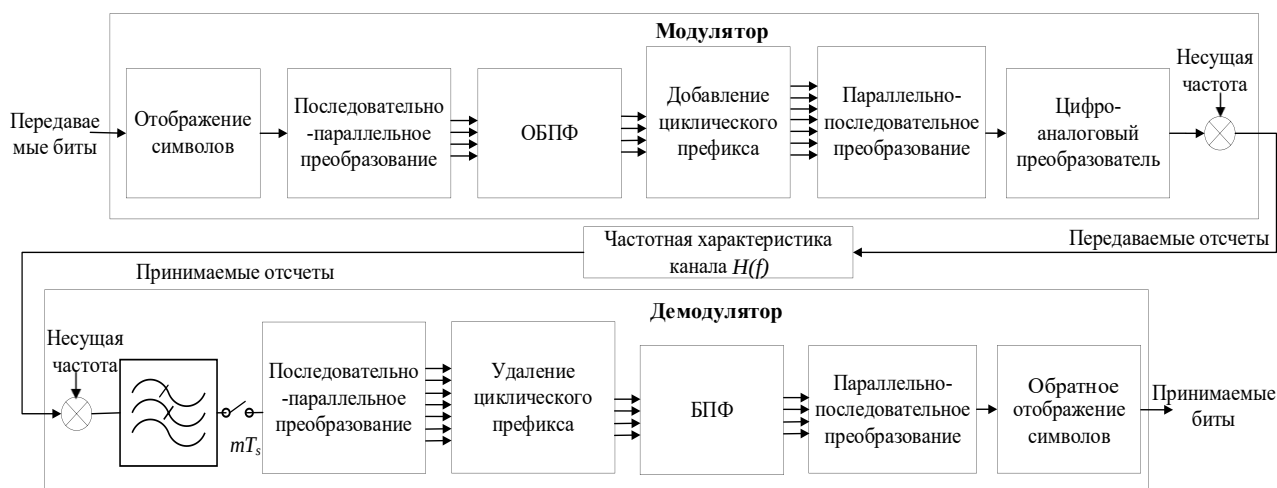


Рис. 1. Схема передачи и приема OFDM

Затем выполняется преобразование последовательных данных в параллельную форму. Параллельные символы в частотной области преобразуются во временной области с помощью обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ) [17–20]. На выходе формируется поток OFDM-символов во временной области. Для компенсации межсимвольной интерференции, вызванной многолучевым распространением радиоволн, к каждому OFDM-символу добавляется циклический префикс (ЦП). ЦП формируется путем копирования последних элементов OFDM-символа, которые затем добавляются в его начало. При этом длина ЦП должна быть не меньше разброса задержек канала, то есть превышать разницу во времени между первым и последним приходящими лучами.

После добавления ЦП полученные OFDM-символы преобразуются в последовательную форму и подаются на цифро-аналоговый преобразователь для преобразования цифрового сигнала в аналоговый, предназначенный для последующей передачи [17–20]. Сигнал, умноженный на несущую частоту, передается на более высоких частотах. На приемной стороне осуществляется выполнение обратных операций, что позволяет восстановить исходную информацию.

Таблица 2 содержит параметры физических РБ, определенных в стандарте TS 36.104 [21]. Далее формализуем модель сигнала, используемую для оценки КФ в данном исследовании.

Таблица 2 – Параметры физических ресурсных блоков

Выделенная полоса, МГц	Занимаемая полоса, МГц	Число РБ	Размерность ОБПФ	Используемые поднесущие	Частота дискретизации, МГц
1,4	1,08	6	128	72	1,92
3	2,7	15	256	180	3,84
5	4,5	25	512	300	7,68
10	9,0	50	1024	600	15,36
15	13,5	75	1536	900	30,72
20	18,0	100	2048	1200	30,72

Модель сигнала

Определим комплексный OFDM-сигнал в основной (информационной) полосе частот (так называемый baseband сигнал) для одного OFDM-символа следующим образом [22, 23]:

$$x_c(t) = \sqrt{\frac{2C}{N}} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} d(n) \cdot p(n) \cdot e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot t}{T}} = \sqrt{\frac{2C}{N}} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} b(n) \cdot e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot t}{T}}, \quad (1)$$

где комплексный символ $b(n) = d(n) \cdot p(n)$; период OFDM-символа $T = 1/F_{sc}$.

При условии успешного удаления ЦП и идеальной синхронизации по частоте, принятый комплексный baseband сигнал имеет вид [22, 23]:

$$y_c(t) = x_c(t) \# h_c(t) + n_c(t), \quad (2)$$

где # – операция циклической свертки (из-за циклического эффекта, введенного ЦП).

Если приемник LTE использует частоту дискретизации F_s , определяемую через период дискретизации $T_s = 1/F_s = T/N$, то дискретная модель переданного сигнала записывается как:

$$x(m) = x_c(m \cdot T_s) = \sqrt{\frac{2C}{N}} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} b(n) \cdot e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot m}{N}}, \quad (3)$$

а дискретный принятый сигнал имеет вид:

$$y(m) = y_c(m \cdot T_s) = x_c(m \cdot T_s) \# h_c(m \cdot T_s) + n_c(m \cdot T_s),$$

где $m = 0, 1, \dots, N - 1$; дискретная импульсная характеристика канала $h(m) = h_c \times (m \cdot T_s)$; АБГШ $n(m) = n_c(m \cdot T_s)$.

Далее рассмотрим математическую форму АКФ для сигналов синхронизации и опорных сигналов.

Математическая модель автокорреляционной функции

ЦП создает циклическую симметрию сигнала на выходе канала. Корреляция между принятым и пилотным сигналами определяется взаимно-корреляционной функцией $R_{yx}(\tau)$ и определяется следующим образом [18]:

$$R_{yx}(\tau) = \sum_{m=0}^{N-1} y(m) \cdot x_s^*(m - \tau), \quad (4)$$

где $\tau = t_\tau/T_s$ – ошибка временной синхронизации в единицах дискретного времени; $x_s^*(m)$ – циклически сдвинутая и сопряженная версия исходного сигнала $x(m)$.

Эта операция эквивалентна работе согласованного фильтра, а сам метод максимального правдоподобия (MLE, *аббр. от англ. Maximum Likelihood Estimation*) может быть эффективно реализован с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ), как показано на рисунке 2 [25].

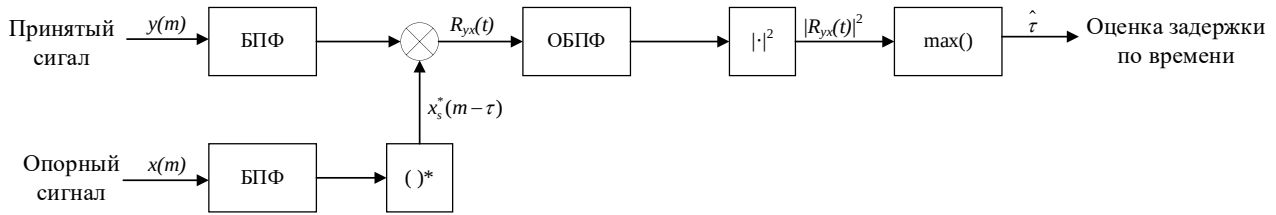


Рис. 2. Реализация корреляции на приемнике с использованием БПФ

Данный метод широко применяется для двумерного поиска ошибок по временной задержке и несущей частоте в приемниках GNSS. При наличии пилотного сигнала метод MLE основан на максимизации КФ между принятым сигналом и всеми переданными пилотными сигналами. Оценка временной задержки $\hat{\tau}$ определяется по выражению [23]:

$$\hat{\tau} = \operatorname{argmax} \{ |R_{yx}(\tau)|^2 \}. \quad (5)$$

Согласно (5) максимально-правдоподобная MLE оценка получается путем определения временной задержки, при которой взаимно-корреляционная функция (4) достигает максимума, то есть корреляционного пика.

Для дальнейшего анализа рассмотрим только переданный сигнал, что приводит к определению АКФ дискретного сигнала $x(m)$:

$$R_{xx}(\tau) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m) \cdot x_s^*(m - \tau). \quad (6)$$

При условии равномерного распределения мощности между данными и пилотными символами (то есть, равномерно по всем поднесущим), относительный вес мощности на n -й поднесущей равен $p(n) = \sqrt{1/N}$. В таком случае циклическая АКФ, согласно (6), принимает вид:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{2C}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} b(n) \cdot b^*(n) \cdot e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N}} = \frac{2C}{N^2} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N}}, \quad (7)$$

где $d(n) \cdot d^*(n) = 1$.

Распределение пилотных поднесущих в LTE определяется следующими множествами, где число РБ – $N_{RB} = \{6, 15, 25, 50, 75, 100\}$; вектор индексов – $\lambda_{RS} = [0, 1, 2, \dots, N_{RB} - 1]$; θ_{RS} – фаза опорного сигнала:

- для сигналов синхронизации $\mathcal{N}_{SS} = \{-31, -30, \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, 30, 31\}$;
- для опорных сигналов $\mathcal{N}_{RS} = \{-N_{RB} \cdot (\lambda_{RS} + 1), N_{RB} \cdot \lambda_{RS} + 1\} + \theta_{RS}$.

Согласно стандарту TS 36.211 [16], расстояние между поднесущими, на которых передаются CRS составляет 6. Следовательно, распределение пилотных поднесущих для опорных сигналов CRS определяется множествами: $\mathcal{N}_{RS} = \{-6 \cdot (\lambda_{RS} + 1), 6 \cdot \lambda_{RS} + 1\} + \theta_{RS}$.

Количество поднесущих, эквивалентное эффективной полосе, то есть полосе, занятой активными поднесущими, составляет $N_{SS} = 63$ при передаче только сигналов синхронизации, и $N_{RS} = 12 \cdot N_{RB} - 4$ при передаче только опорных сигналов.

Таким образом, АКФ (7) для сигналов синхронизации записывается в следующем виде:

$$R_{xx,SS} = \frac{2C}{N_{SS}^2} \cdot \sum_{n \in \mathcal{N}_{SS}} e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N_{SS}}} = \frac{2C}{N_{SS}^2} \cdot \left(\sum_{n=1}^{31} e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N_{SS}}} + \sum_{n=1}^{31} e^{-j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N_{SS}}} \right). \quad (8)$$

Используя формулу суммы геометрической прогрессии $\sum_{n=m}^N r^n = \frac{r^m - r^{N+1}}{1-r}$ получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sum_{n=m}^N e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N}} &= \frac{e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot \tau}{N}} - e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot (N+1) \cdot \tau}{N}}}{1 - e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot \tau}{N}}} = \\ &= \frac{e^{j \frac{\pi \cdot (N+m) \cdot \tau}{N}} \cdot \left(e^{-j \frac{\pi \cdot (N+1-m) \cdot \tau}{N}} - e^{j \frac{\pi \cdot (N+1-m) \cdot \tau}{N}} \right)}{\left(e^{-j \frac{\pi \cdot \tau}{N}} - e^{j \frac{\pi \cdot \tau}{N}} \right)}. \end{aligned}$$

Используя производные выражения из формулы Эйлера $\sin x = \frac{e^{j \cdot x} - e^{-j \cdot x}}{2 \cdot j}$, получим:

$$\sum_{n=m}^N e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N}} = e^{j \frac{\pi \cdot (N+m) \cdot \tau}{N}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot (N+1-m) \cdot \tau}{N}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \tau}{N}\right)}.$$

Следовательно:

$$\sum_{n=m}^N e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N}} = e^{j \cdot \frac{\pi \cdot (N+m) \cdot \tau}{N}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot (N+1-m) \cdot \tau}{N}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \tau}{N}\right)}. \quad (9)$$

Поставляя (9) в (8), получим:

$$R_{xx,SS} = \frac{2C}{N_{SS}^2} \cdot \left(e^{j \cdot \frac{\pi \cdot (31+1) \cdot \tau}{N_{SS}}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot (31+1-1) \cdot \tau}{N_{SS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \tau}{N_{SS}}\right)} + e^{-j \cdot \frac{\pi \cdot (31+1) \cdot \tau}{N}} \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot (31+1-1) \cdot \tau}{N_{SS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \tau}{N_{SS}}\right)} \right) = \frac{2C}{N_{SS}^2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 31 \cdot \tau}{N_{SS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \tau}{N_{SS}}\right)} \cdot \left(e^{j \cdot \frac{\pi \cdot 32 \cdot \tau}{N_{SS}}} + e^{-j \cdot \frac{\pi \cdot 32 \cdot \tau}{N_{SS}}} \right).$$

Используя производные выражения из формулы Эйлера $\cos x = \frac{e^{j \cdot x} + e^{-j \cdot x}}{2}$, получим:

$$R_{xx,SS} = \frac{4C}{N_{SS}^2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 31 \cdot \tau}{N_{SS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \tau}{N_{SS}}\right)} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 32 \cdot \tau}{N_{SS}}\right) \quad (10)$$

Аналогичным путем можно получить АКФ для опорных сигналов:

$$R_{xx,RS} = \frac{2C}{N_{RS}^2} \cdot \sum_{n \in N_{RS}} e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \tau}{N_{RS}}} = \frac{2C}{N_{RS}^2} \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \theta_{RS} \cdot \tau}{N_{RS}}} \times \\ \times \left(\sum_{n=1}^{N_{RB}} e^{-j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot n \cdot \tau}{N_{RS}}} + \sum_{n=0}^{N_{RB}-1} e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot (6 \cdot n + 1) \cdot \tau}{N_{RS}}} \right),$$

где

$$\sum_{n=1}^{N_{RB}} e^{-j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot n \cdot \tau}{N_{RS}}} = e^{-j \cdot \frac{\pi \cdot 6 \cdot (N_{RB}+1) \cdot \tau}{N_{RS}}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot N_{RB} \cdot \tau}{N_{RS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot \tau}{N_{RS}}\right)}, \\ \sum_{n=0}^{N_{RB}-1} e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot (6 \cdot n + 1) \cdot \tau}{N_{RS}}} = e^{j \cdot \frac{\pi \cdot (6 \cdot N_{RB} - 4) \cdot \tau}{N_{RS}}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot N_{RB} \cdot \tau}{N_{RS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot \tau}{N_{RS}}\right)}.$$

Следовательно, имеем:

$$R_{xx,RS} = \frac{2C}{N_{RS}^2} \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \theta_{RS} \cdot \tau}{N_{RS}}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot N_{RB} \cdot \tau}{N_{RS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot \tau}{N_{RS}}\right)} \cdot \left(e^{-j \cdot \frac{\pi \cdot 6 \cdot (N_{RB}+1) \cdot \tau}{N_{RS}}} + e^{j \cdot \frac{\pi \cdot (6 \cdot N_{RB} - 4) \cdot \tau}{N_{RS}}} \right) = \\ = \frac{4C}{N_{RS}^2} \cdot e^{j \cdot \frac{(2 \cdot \theta_{RS} - 5) \cdot \pi \cdot \tau}{N_{RS}}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot N_{RB} \cdot \tau}{N_{RS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot \tau}{N_{RS}}\right)} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot (6 \cdot N_{RB} + 1) \cdot \tau}{N_{RS}}\right).$$

После ряда преобразований можно записать АКФ в виде выражения:

$$R_{xx,RS} = \frac{4C}{N_{RS}^2} \cdot e^{j \cdot \frac{(2 \cdot \theta_{RS} - 5) \cdot \pi \cdot \tau}{N_{RS}}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot N_{RB} \cdot \tau}{N_{RS}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot 6 \cdot \tau}{N_{RS}}\right)} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot (6 \cdot N_{RB} + 1) \cdot \tau}{N_{RS}}\right). \quad (11)$$

Предложенные модели АКФ (10, 11) предполагают идеальную синхронизацию по частоте и отсутствие межсимвольной интерференции после удаления ЦП. Однако в реальных условиях многолучевого распространения и при наличии доплеровского сдвига эти предположения могут быть нарушены, что приводит к снижению точности оценки временной задержки. Кроме того, равномерное распределение пилотных поднесущих, использованное в модели, не учитывает возможные нерегулярности в реальных конфигурациях сети. На рисунке 3 показана АКФ опорных сигналов с использованием различных значений числа РБ при $T_s = 66,67$ мкс.

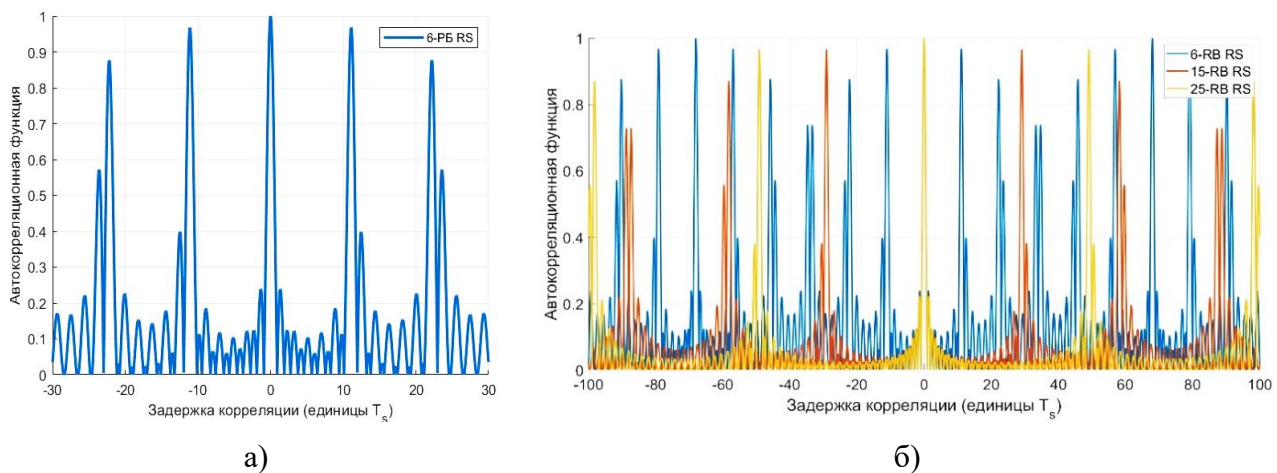


Рис. 3. АКФ опорных сигналов с использованием 6 (а), 15 (б) и 25 РБ ($T_s = 66,67$ мкс)

С помощью среды MATLAB для построения рисунка 3а используем скрипт 1, который содержит АКФ для опорных сигналов в зависимости от задержки корреляции.

Скрипт 1. АКФ для опорных сигналов с использованием 6 РБ

```
% Установка основных параметров
C = 1; % Нормировочная константа
theta = 0; % фаза опорного сигнала
% Установка tau - задержка корреляции
tau = -30:0.001:30;
% Установка N_RB - число РБ
N_RB_values = [6];
colors = lines(length(N_RB_values));
% Создание фигуры
figure;
hold on;
```

```

% Построение графиков для каждого значения N_RB
for i = 1:length(N_RB_values)
    N_RB = N_RB_values(i);
    N_RS = 12 * N_RB - 4;
    % Вычисление дискретной функции sinc (sincd)
    x = 6 * tau / N_RS;
    sincd = sin(pi * N_RB * x) ./ (sin(pi * x));
    sincd(x == 0) = N_RB; % Обработка случая x = 0 во избежание деления на 0
    % Вычисление комплексной составляющей
    exp_term = exp(1j * (-5 + 2 * theta) * pi * tau / N_RS);
    % Вычисление косинусной составляющей
    cos_term = cos(pi * (6 * N_RB + 1) * tau / N_RS);
    % Вычисление автокорреляционной функции
    R = 4 * C / ( N_RS^2) * exp_term .* cos_term .* sincd;
    % Нормировка автокорреляционной функции
    R = abs(R / max(abs(R)));
    % Построение графика (действительная часть)
    plot(tau, real(R), [colors(i) '-'], 'LineWidth', 2, ...
        'DisplayName', sprintf('%d-RB RS', N_RB));
end
% Настройка свойств графика
xlabel('Задержка корреляции (единицы T_s)');
ylabel('Автокорреляционная функция');
ylim([0, 1]);
grid on;
legend('Location', 'northeast');

```

Из выражений (10, 11) следует, что АКФ определяется числом и распределением пилотных поднесущих. В случае опорных сигналов равномерное распределение пилотных поднесущих формирует структуру АКФ. Например, расстояние в шесть поднесущих вносит мультипликативный коэффициент шесть в тригонометрические функции в выражении (11). Этот коэффициент приводит к появлению периодических пиков АКФ, приблизительно $\tau = 2 \cdot k \cdot N_{RB}$ при $k \in \mathbb{Z}$, как показано на рисунке 3. Равномерное распределение пилотных поднесущих в опорном сигнале также влияет на положение нулей АКФ. Из них можно определить значения τ , при которых тригонометрические функции из выражений (11) равны нулю:

$$R_{xx,RS}(\tau) = 0 \text{ при } \tau = \begin{cases} \frac{k \cdot N_{RS}}{2 \cdot (6 \cdot N_{RB} + 1)}, k = 2 \cdot l + 1, l \in \mathbb{Z}_{\neq 0} \\ \frac{k \cdot N_{RS}}{6 \cdot N_{RB}}, k \in \mathbb{Z}_{\neq 0} \end{cases}.$$

Кроме того, любое отклонение от равномерного распределения (например, непоследовательное или смещенное распределение) изменяет АКФ, поскольку устранение нулевой поднесущей добавляет косинусный член в выражения (10, 11). При этом сдвиг в распределении поднесущих, например, за счет параметра θ_{RS} в опорных сигналах, лишь добавляет фазовый сдвиг в АКФ.

На рисунке 4 показана АКФ $R_{xx}(\tau)$ для сигналов синхронизации и опорных сигналов при различных конфигурациях полосы пропускания в LTE. Для построения рисунка 4 используем скрипт 2, который вычисляет АКФ для опорных сигналов RS и сигналов синхронизации SS в зависимости от числа РБ.

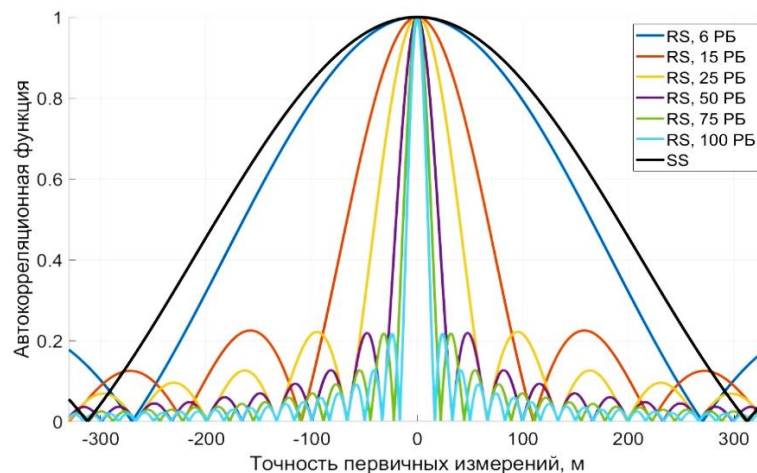


Рис. 4. АКФ сигналов синхронизации и опорных сигналов соты для одного OFDM-символа

Скрипт 2. АКФ для опорных сигналов и сигналов синхронизации

```
% Настройка базовых параметров
C = 1; % Нормировочная константа
theta = 1; % фаза опорного сигнала
tau = -30:0.0001:30; % Установка tau - корреляционный сдвиг (в отсчетах Ts)
N_RB_values = [6, 15, 25, 50, 75, 100]; % Установка N_RB - число РБ
colors = lines(length(N_RB_values));
figure; % Создание фигуры
hold on;
% Построение графика для каждого значения N_RB
for i = 1:length(N_RB_values)
    N_RB = N_RB_values(i);
    N_RS = 12*N_RB-4; % Количество поднесущих для опорных сигналов
    N_SS = 63; % Количество поднесущих для опорных сигналов синхронизации
    % АКФ для опорных сигналов
    x = 6 * tau / N_RS;
    sincd = sin(pi * N_RB * x) ./ (sin(pi * x));
    sincd(x == 0) = N_RB; % Обработка случая x = 0 для избежания деления на 0
    % Вычисление комплексной компоненты
    exp_term = exp(1j * (5 + 2 * theta) * pi * tau / N_RS);
    % Вычисление косинусной компоненты
    cos_term = cos(pi * (6 * N_RB + 1) * tau / N_RS);
    % Вычисление функции автокорреляции
    R = 4 * C / (N_RS^2) * exp_term .* cos_term .* sincd;
    % АКФ для сигналов синхронизации
    sincd1 = sin(pi * 31 * tau / N_SS) ./ (sin(pi * tau / N_SS));
    sincd1(x == 0) = 31; % Обработка случая x = 0 для избежания деления на 0
    cos_term1 = cos(pi * 32 * tau / N_SS);
    R1 = 4 * C / (N_SS^2) * cos_term1 .* sincd1;
    % Нормировка автокорреляционной функции
```

```
R = abs(R / max(abs(R)));
R1 = abs(R1 / max(abs(R1)));
% Преобразование в метрическое расстояние:
% tau_m - пространственное разрешение (точность измерения расстояния) для RS, м
tau_m = tau * 3*10^8 / (15*10^3 * N_RS);
% tau_m1 - пространственное разрешение для SS, [м]
tau_m1 = tau * 3*10^8 / (15*10^3 * N_SS); % для сигналов синхронизации
% Построение графика опорных сигналов
plot(tau_m, real(R), [colors(i) '-'], 'LineWidth', 3, ...
     'DisplayName', sprintf('RS, %d ПБ ', N_RB));
end
% Построение графика сигналов синхронизации
plot(tau_m1, real(R1), 'k', 'LineWidth', 3, ...
     'DisplayName', sprintf('SS'));
% Установка свойств графика
xlabel('Точность первичных измерений, м');
ylabel('Автокорреляционная функция');
xlim([-330, 330]);
ylim([0, 1]);
grid on;
legend('Location', 'northeast');
```

Из рисунка 4 видно, что полоса опорных сигналов определяется числом РБ, выделенных в частотной области (например, 180 кГц на РБ). С увеличением полосы пропускания главный лепесток АКФ становится уже, что подтверждает повышение точности разрешения оценки расстояния или первичных измерений времени прихода сигналов. В таблице 3 показаны зависимости разрешения модуля оценки расстояния по АКФ опорных сигналов в зависимости от числа РБ, полученные из графиков на рисунке 4.

Таблица 3 – Разрешение модуля оценки расстояния по опорным сигналам в различных конфигурациях

Число РБ	Разрешение расстояния, м	Число РБ	Разрешение расстояния, м
6	270,3	50	33,2
15	109,9	75	22,2
25	66,2	100	16,6

Выводы

В результате выполненного исследования установлено, что характеристики АКФ сигналов синхронизации и опорных сигналов в значительной степени зависят от распределения пилотных поднесущих и ширины полосы пропускания системы. Проведенный анализ демонстрирует, что увеличение числа РБ приводит к сужению главного лепестка АКФ, что, в свою очередь, способствует повышению точности первичных измерений времени прихода сигналов.

Разработана математическая модель вычисления АКФ для опорных сигналов LTE, позволяющая оценивать точность первичных измерений времени прихода сигналов и проводить их сравнение с нижней границей Крамера – Рао.

Определены требования к полосе частот сигналов LTE, обеспечивающие достижение заданной точности измерений.

Следует отметить, что полученные результаты основаны на предположениях об АБГШ и равномерном распределении пилотных поднесущих. В реальных условиях, с наличием межсотовой интерференции или нерегулярным распределением поднесущих, точность может снижаться. Это подчеркивает необходимость дальнейших исследований, направленных на адаптацию разработанной модели к более сложным сценариям. Кроме того, предложенный подход может быть расширен на сценарий для оценки сигналов 5G, что представляет интерес для развития современных телекоммуникационных технологий.

Литература

1. Fischer S. 5G NR Positioning // In: Lin X., Lee N. (eds) 5G and Beyond. Cham: Springer, 2021. PP. 429–483. DOI: 10.1007/978-3-030-58197-8_15
2. Фокин Г. А. Эволюция процедур позиционирования в сетях подвижной радиосвязи // Информационные технологии и телекоммуникации. 2020. Т. 8. № 1. С. 76–89. DOI: 10.31854/2307-1303-2020-8-1-76-89. EDN: QSRBXD
3. Фокин Г. Эволюция технологий позиционирования в сетях 2G–4G. Часть 1 // Первая миля. 2020. № 2 (87). С. 32–39. DOI: 10.22184/2070-8963.2020.87.2.32.3813. EDN: MYRTVE
4. Фокин Г. Эволюция технологий позиционирования в сетях 2G–4G. Часть 2 // Первая миля. 2020. № 3 (88). С. 30–35. DOI: 10.22184/2070-8963.2020.88.3.30.35. EDN: WWXGQI
5. Фокин Г. А. Сетевое позиционирование 5G и вероятностные модели оценки его точности // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14. № 12. С. 4–17. DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-12-4-17. EDN: DQRXIK
6. del Peral-Rosado J. A., Raulefs R., López-Salcedo J. A., Seco-Granados G. Survey of Cellular Mobile Radio Localization Methods: From 1G to 5G // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2018. Vol. 20. Iss. 2. PP. 1124–1148. DOI: 10.1109/COMST.2017.2785181
7. Хыя Х. К. Позиционирование устройств в сетях LTE. Часть 1. Исследование влияния ширины полосы сигнала на точность оценок координат // Информационные технологии и телекоммуникации. 2024. Т. 12. № 2. С. 25–39. DOI: 10.31854/2307-1303-2024-12-2-25-39. EDN: XWKJSE
8. Хыя Х. К. Позиционирование устройств в сетях LTE. Часть 2. Исследование влияния топологии базовых станций на точность оценок координат // Информационные технологии и телекоммуникации. 2024. Т. 12. № 3. С. 13–28. DOI: 10.31854/2307-1303-2024-12-3-13-28. EDN: KONADC
9. Zekavat R., Buehrer R. M. Handbook of Position Location: Theory, Practice and Advances. Hoboken: IEEE, 2019. 1376 P. DOI: 10.1002/9781119434610
10. Roth J. D., Tummala M., McEachen J. C. Fundamental Implications for Location Accuracy in Ultra-Dense 5G Cellular Networks // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2019. Vol. 68. Iss. 2. PP. 1784–1795. DOI: 10.1109/TVT.2018.2885413

11. del Peral-Rosado J. A., López-Salcedo J. A., Zanier F., Seco-Granados G. Position Accuracy of Joint Time-Delay and Channel Estimators in LTE Networks // IEEE Access. 2018. Vol. 6. PP. 25185–25199. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2827921
12. Wang P., Morton Y. J. Impact Analysis of Intercell Interference in Cellular Networks for Navigation Applications // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2022. Vol. 59. Iss. 1. PP. 685–694. DOI: 10.1109/TAES.2022.3186970
13. Luan D. Fundamental Performance Limits on Time of Arrival Estimation Accuracy with 5G Radio Access. 2017.
14. del Peral-Rosado J. A., Jani S., Giuseppe D., López-Salcedo J. A., Seco-Granados G. Methodology for Simulating 5G and GNSS High-Accuracy Positioning // Sensors. 2018. Vol. 18. Iss. 10. P. 3220. DOI: 10.3390/s18103220
15. Campos R. S., Lovisolo L. RF Positioning: Fundamentals, Applications, and Tools. Artech House, 2015. 369 p.
16. 3GPP TS 36.211 Evolved universal terrestrial radio access (E-UTRA); Physical channels and modulation. Release 9. V9.1.0. March 2010.
17. Фокин Г. А., Волгушев Д. Б. Использование SDR-технологии для задач сетевого позиционирования. Модели приема и обработки опорных сигналов LTE // Вестник СибГУТИ. 2022. № 3. С. 62–83. DOI: 10.55648/1998-6920-2022-16-3-62-83. EDN: GYVODU
18. del Peral-Rosado J. A., López-Salcedo J. A., Seco-Granados G., Zanier F., Crisci M. Achievable Localization Accuracy of the Positioning Reference Signal of 3GPP LTE // Proceedings of 2012 International Conference on Localization and GNSS (Starnberg, Germany, 25–27 June 2012). 2012. P. 1–6. DOI: 10.1109/ICL-GNSS.2012.6253127
19. Wei Z., Wang Y., Ma L., Yang S., Feng Z., Pan C., Zhang Q., Wang Y., Wu H., Zhang P. 5G PRS-Based Sensing: A Sensing Reference Signal Approach for Joint Sensing and Communication System // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2022. P. 1–15. DOI: 10.1109/TVT.2022.3215159. EDN: CREORJ
20. Lorincz J., Ramljak I., Begušić D. A Survey on the Energy Detection of OFDM Signals with Dynamic Threshold Adaptation: Open Issues and Future Challenges // Sensors. 2021. Vol. 21. Iss. 9. P. 3080. DOI: 10.3390/s21093080. EDN: VXYVPD
21. 3GPP TS 36.104 Evolved universal terrestrial radio access (E-UTRA); Base station (BS) radio transmission and reception”. Release 9. V9.13.0. September 2012.
22. del Peral-Rosado J. A., López-Salcedo J. A., Seco-Granados G., Zanier F., Crisci M. Evaluation of the LTE Positioning Capabilities under Typical Multipath Channels // Proceedings of the 6th Advanced Satellite Multimedia Systems Conference and 12th Signal Processing for Space Communications Workshop (Vigo, Spain, 5–7 September 2012). 2012. PP. 139–146. DOI: 10.1109/ASMS-SPSC.2012.6333065
23. del Peral-Rosado J. A., López-Salcedo J. A., Seco-Granados G., Zanier F., Crisci M. Joint Channel and Time Delay Estimation for LTE Positioning Reference Signals // Proceedings of the 6th ESA Workshop on Satellite Navigation Technologies (Navitec 2012) & European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing

(Noordwijk, Netherlands, 5–7 December 2012). 2012. P. 1–8. DOI: 10.1109/NAVITEC.2012.6423094

24. Staudinger E., Gentner C. TDoA Subsample Delay Estimator with Multiple Access Interference Mitigation and Carrier Frequency Offset Compensation for OFDM-Based Systems // Proceedings of the 8th Workshop on Positioning, Navigation and Communication (Dresden, Germany, 6–7 April 2011). 2011. PP. 33–38. DOI: 10.1109/WPNC.2011.5961011

25. Wang P., Morton Y. J. Performance Comparison of Time-of-Arrival Estimation Techniques for LTE Signals in Realistic Multipath Propagation Channels // NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation. 2020. Vol. 67. Iss. 4. PP. 691–712. DOI: 10.1002/navi.395. EDN: CVZRIT

Статья поступила 01 декабря 2024 г.
Одобрена после рецензирования 23 декабря 2024 г.
Принята к публикации 25 декабря 2024 г.

Информация об авторах

Хыя Хю Кыонг – аспирант кафедры беспроводных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. E-mail: khya.khk@sut.ru

Фокин Григорий Алексеевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры беспроводных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. E-mail: fokin.ga@sut.ru

Рютин Константин Евгеньевич – аспирант кафедры беспроводных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. E-mail: rutin.ke@sut.ru

<https://doi.org/10.31854/2307-1303-2024-12-4-22-37>
EDN: TFCKCC

Positioning of Devices in LTE networks. Part 3. Analysis of Correlation Functions for Reference Signals

H. C. Hua✉, G. Fokin, K. Ryutin

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Purpose: In modern LTE networks, especially in urban and indoor conditions, the accuracy of device positioning often decreases due to the limitations of existing methods, such as A-GNSS and Cell-ID. This is due to the lack of direct visibility of satellites and low accuracy of cell identification. This study is devoted to the analysis of the correlation functions of synchronization signals and reference signals in LTE networks to optimize the process of time delay estimation. The objective of the work is to study the autocorrelation function (ACF) of synchronization signals and reference signals to improve the accuracy of device positioning. The work includes the development of a mathematical model for ACF estimation, analysis of the influence of pilot subcarrier distribution, the number of resource blocks and other system parameters on the ACF characteristics, and assessment of their impact on the accuracy of time delay determination. **Methods:** The study applied the methods of OFDM signal modeling, LTE signal structure analysis at the physical layer and mathematical calculations of the time delay based on the autocorrelation function of reference signals using the maximum likelihood (ML) method. **Novelty:** The novelty of the work lies in the mathematical formalization of the ACF estimate of the reference signals, depending on the frequency bandwidth with a scientific justification of the potential accuracy of the primary measurements of the signal arrival time in the additive white Gaussian noise (AWGN) channel. **Results:** the study shows that an increase in the number of resource blocks leads to a narrowing of the main lobe of the ACF, which improves the accuracy of the primary measurements of the signal arrival time. Uniform distribution of pilot subcarriers in the reference signals causes the appearance of periodic correlation peaks, which also contributes to a more accurate estimate of the signal parameters. **Theoretical / Practical significance:** The theoretical significance of the work lies in the development of a mathematical model for calculating the ACF for LTE reference signals, which serves as a basis for assessing the accuracy of primary measurements of the signal arrival time, including subsequent comparison with the Cramer-Rao lower bound (CRLB). The practical significance lies in the scientific substantiation of the required LTE signal frequency bands to achieve a given accuracy of primary measurements of the signal arrival time in LTE networks, as well as for the development of similar models in 5G networks with OFDM signals.

Key words: 4G LTE, MATLAB, correlation function, OFDM, primary measurement accuracy estimation, positioning, time delay, synchronization signal, reference signal

Information about Authors

Hua Huy Cuong – Postgraduate at the Department of Wireless Technologies and Systems (The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications). E-mail: khya.khk@sut.ru

Fokin Grigory – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Wireless Technologies and Systems (The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications). E-mail: fokin.ga@sut.ru

Ryutin Konstantin – Postgraduate at the Department of Wireless Technologies and Systems (The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications). E-mail: rutin.ke@sut.ru