

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»

На правах рукописи

Коваль Кирилл Алексеевич

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ С ПОТОКОМ
ЖИДКОСТИ**

1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук
Сухоруков Андрей Львович

Санкт-Петербург – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1	
ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ	16
§ 1.1 Колебания выдвижных устройств в потоке жидкости.....	16
§ 1.2 Определение гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя	19
§ 1.3 Выводы по главе 1	23
ГЛАВА 2	
РАСЧЕТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБТЕКАТЕЛЕЙ ВЫДВИЖНЫХ УСТРОЙСТВ.....	25
§ 2.1 Основные подходы к разрешению характеристик турбулентного течения	25
§ 2.2 Уравнения RANS и модель турбулентности SAS	28
§ 2.3 Верификация численного метода.....	34
§ 2.4 Определение гидродинамических характеристик обтекателя, имеющего форму сечения, отличную от кругового цилиндра.....	40
§ 2.5 Выводы по главе 2	45
ГЛАВА 3	
АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ ВЫДВИЖНЫХ УСТРОЙСТВ	47
§ 3.1 Уравнение колебаний стержня переменного сечения	47
§ 3.2 Определение собственных частот и форм.....	50
§ 3.3 Воздействие гидродинамической нагрузки	59
§ 3.4 Гидродинамическое демпфирование колебаний	67

§ 3.5 Численная реализация аналитического метода расчета колебаний выдвижных устройств	69
§ 3.6 Выводы по главе 3	71

ГЛАВА 4

РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ. 72

§ 4.1 Структура и постановка задачи	72
§ 4.2 Гидродинамическая часть	75
§ 4.3 Динамическая часть	77
§ 4.4 Гаситель вибрации гидродинамического типа	84
§ 4.5 Выводы по главе 4	92

ГЛАВА 5

РАСЧЕТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ ТЕЛА..... 94

§ 5.1 Экспериментальный и расчетный метод определения гидродинамических характеристик колеблющегося в потоке тела.....	94
§ 5.2 Теория квазистабилизированного обтекания крыла.....	98
§ 5.3 Теория нестационарного движения тонкого крыла	105
§ 5.4 Выводы по главе 5	108

ГЛАВА 6

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОПУЛЬСИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОСТАВНОГО ПЛАВНИКОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ

§ 6.1 Составной плавниковый двигатель	109
§ 6.2 Расчет гидродинамических характеристик составного плавникового движителя	112
§ 6.3 Расчет собственной частоты составного плавникового движителя ..	117

§ 6.4 Пропульсивные характеристики составного плавникового движителя 120

§ 6.5 Расчет колебаний составного плавникового движителя в потоке жидкости 122

§ 6.6 Выводы по главе 6 127

ГЛАВА 7

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СОСТАВНОГО ПЛАВНИКОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ 128

§ 7.1 Основные подходы к построению уравнений движения элементов составного тела 128

§ 7.2 Расчетная схема 129

§ 7.3 Кинетическая энергия системы 131

§ 7.4 Подход Лагранжа 134

§ 7.5 Подход Виттенбурга 139

§ 7.6 Выводы по главе 7 155

ГЛАВА 8

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СОСТАВНОГО ПЛАВНИКОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ 156

§ 8.1 Расчетная схема и выбор подхода к составлению уравнений движения элементов 156

§ 8.2 Система дифференциальных уравнений движения машущих элементов 159

§ 8.3 Исследование устойчивости движения конструкций 164

§ 8.4 Исследование различных режимов колебаний составного плавникового движителя 173

§ 8.5 Выводы по главе 8 183

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	184
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	188
ПРИЛОЖЕНИЕ А (справочное) АКТЫ О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ НКР	201

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

В современных условиях активного освоения Мирового океана вопросы эффективности работы подводных объектов вызывают значительный интерес исследователей. К подводным техническим средствам предъявляются все более жесткие требования по обеспечению надежности, скрытности и автономности, что, в свою очередь, приводит к необходимости глубокого понимания проблем взаимодействия упругих конструкций и потока жидкости. В рамках работы рассматриваются два класса упругих конструкций: выдвижные устройства и составной плавниковый движитель.

Выдвижные устройства являются неотъемлемой частью современных подводных объектов и обеспечивают функционирование систем наблюдения, навигации, связи. В рабочем положении такие конструкции подвержены вихревой вибрации, возникающей вследствие периодического срыва вихрей с поверхностей обтекателей. Данный негативный фактор способствует потере скрытности, возникновению помех при функционировании систем, а также механическим разрушениям самих выдвижных устройств.

В последнее время большое распространение получили выдвижные устройства непроникающего типа, расположенные целиком вне прочного корпуса подводного объекта. При этом в рабочем положении они контактируют с крышей ограждения, которая представляет из себя промежуточную опору. Актуальность развития расчетных методов, позволяющих определять вибрационные характеристики выдвижных устройств с подобной конструктивной схемой, обусловлена значительной стоимостью экспериментальных методов изучения вихревой вибрации, а также недостаточной точностью или повышенной ресурсоемкостью существующих расчетных подходов.

Все более широкий круг задач решается при помощи малых подводных робототехнических средств, для которых вопросы энергетической эффективности выходят на первый план, поэтому значительное внимание уделяется разработке перспективных движительных комплексов. В качестве примера высокоэффективной системы можно рассматривать биологические организмы, перемещающиеся в водной среде. Они способны развивать большую по сравнению с техническими средствами относительную скорость при меньшей удельной мощности. Данный факт может объясняться способностью гидробионтов регулировать физиологическим образом упругие характеристики хвостового плавника и использовать преимущественно резонансные режимы для плавания. Это явление, получившее название «регулируемый гидроупругий эффект», может быть использовано для создания технического аналога биологического плавника – составного плавникового движителя, обладающего повышенными пропульсивными качествами, такими как коэффициент силы тяги и коэффициент полезного действия (КПД).

Значение основной собственной частоты составного плавникового движителя зависит от многочисленных конструктивных параметров. Оптимальный с точки зрения эффективности режим для каждого варианта конструкции может быть найден при помощи проведения серии расчетов, направленных на определение гидродинамических и пропульсивных характеристик плавникового движителя. Разработка численных методов решения данной задачи позволит повысить качество проектирования как самого перспективного движительного комплекса, так и всего подводного объекта в целом.

Степень разработанности темы исследования

Анализ научных публикаций, посвященных тематике вихревой вибрации выдвижных устройств, показывает, что существующие расчетные методы либо базируются на аналитических соотношениях, не учитывающих

многих физически важных факторов, либо направлены на численное решение задачи о взаимодействии конструкции и жидкости в сопряженной постановке, характеризующейся значительной вычислительной трудоемкостью. В качестве альтернативы расчетным методам можно рассматривать экспериментальные исследования, которые, как правило, отличаются очень высокой стоимостью проведения. Таким образом, возникает необходимость разработки комбинированного подхода, использующего методы вычислительной гидродинамики для расчета действующих сил и аналитические соотношения, с помощью которых определяются параметры напряженно-деформируемого состояния конструкции при ее взаимодействии с промежуточной опорой.

Исследования, направленные на получение гидродинамических и пропульсивных характеристик движителя плавникового типа, опираются как на аналитические, так и на численные методы. При этом большая часть работ посвящена вопросам колебаний одиночного крыла. В некоторых публикациях рассматриваются плавники, состоящие из небольшого количества элементов, соединенных упругими связями. При этом уравнения движения составных частей конструкции выводятся классическим способом, опирающимся на подход Лагранжа. Стоит отметить, что увеличение количества машущих элементов значительно усложняет использование данного подхода, поскольку промежуточные выражения, необходимые для вывода окончательных уравнений, становятся слишком громоздкими. Альтернативой подходу Лагранжа является подход Виттенбурга, позволяющий составлять уравнения движения формальным образом. Полученные таким образом дифференциальные уравнения могут быть численно проинтегрированы совместно с уравнениями динамики вязкой жидкости.

Объект и предмет исследования

Объектом диссертационного исследования является взаимодействие упругих конструкций, входящих в состав подводного объекта, с потоком жидкости.

Предметами диссертационного исследования являются вихревая вибрация выдвижных устройств и колебания составного плавникового движителя в потоке жидкости.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационного исследования является разработка и обоснование методов расчета вибраций выдвижных устройств и колебаний составного плавникового движителя в потоке жидкости. Для достижения данной цели были решены следующие задачи:

1. Разработаны математическая модель и метод численного расчета вибраций выдвижных устройств, учитывающие влияние промежуточной опоры, а также комплекс программ, позволяющий определять вибропрочностные характеристики выдвижных устройств.
2. Разработан расчетный способ оценки эффективности гасителя вибрации гидродинамического типа.
3. Разработан численный метод определения гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя, с помощью которого выполнено численное моделирование различных режимов движения.
4. Разработана математическая модель движения составного плавникового движителя, с помощью которой была исследована устойчивость движения и вынужденные колебания составного плавникового движителя в потоке жидкости.

Постановка научной задачи

Научной задачей является разработка математических моделей и численных методов, позволяющих анализировать процессы, происходящие при взаимодействии потока жидкости с упругими конструкциями: выдвижными устройствами и составным плавниковым движителем.

Научная новизна

Научная новизна диссертационного исследования состоит в следующем:

1. Впервые разработана математическая модель взаимодействия выдвижных устройств с потоком жидкости, учитывающая влияние промежуточной опорной связи; разработан численный метод решения задачи о вибрации непроникающих выдвижных устройств, который отличается от существующих применением современных методов вычислительной гидродинамики совместно с оригинальными аналитическими соотношениями.
2. Впервые создан расчетный способ количественной оценки эффективности гидродинамического гасителя вибрации.
3. Разработан численный метод определения гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя, отличающийся от известных тем, что уравнения движения машущих элементов и уравнения динамики вязкой жидкости решаются в сопряженной постановке.
4. Разработана математическая модель движения составного плавникового движителя, отличающаяся от существующих применением линеаризованных уравнений движения системы машущих элементов, полученных с помощью подхода Виттенбурга, а также учетом влияния гидродинамических сил.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость диссертационного исследования заключается в следующем:

1. Разработаны аналитические соотношения, описывающие взаимодействие выдвижных устройств непроникающего типа с потоком жидкости и учитывающие влияние промежуточной опоры.
2. На основе анализа результатов моделирования работы гасителя вибраций гидродинамического типа был определен диапазон значений относительной скорости стабилизирующей струи, соответствующий эффективным режимам работы гасителя.
3. Получены физически обоснованные оценки значений гидродинамических характеристик колеблющегося в потоке жидкости машущего элемента, а также зависимости гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя от частоты колебаний ведущего элемента.
4. Получены критические значения конструктивных параметров составного плавникового движителя, при которых наблюдается потеря устойчивости движения механической системы.

Практическая значимость диссертационной работы заключается в следующем:

1. Разработаны математическая модель и метод численного решения задачи о взаимодействии с потоком жидкости выдвижных устройств, что позволяет проводить дальнейшие исследования влияния вихревой вибрации на данный класс упругих конструкций; разработан комплекс программ, позволяющий оперативно определять характеристики вихревой вибрации выдвижных устройств.

2. Предложена конструктивная схема гидродинамического гасителя вибраций выдвижных устройств, позволяющего значительно уменьшить максимальные значения основных характеристик вибрации и, тем самым, улучшить эксплуатационные характеристики выдвижных устройств и подводного объекта в целом.
3. Разработанный численный метод позволяет расчетным образом определять гидродинамические и пропульсивные характеристики составного плавникового движителя на ранних стадиях проектирования, что дает возможность значительно ускорить процесс разработки движительного комплекса и снизить его стоимость.
4. Моделирование различных режимов работы составного плавникового движителя позволяет обоснованно выбирать его конструктивные параметры таким образом, чтобы обеспечить достижение требуемых значений пропульсивных характеристик.

Результаты диссертационного исследования внедрены в проектно-конструкторскую деятельность АО «Центральное конструкторское бюро морской техники «Рубин», что подтверждается актами о внедрении (Приложение А).

Методология и методы исследования

Методологической основой диссертационного исследования являются основные законы механики сплошной среды, механики деформируемого твердого тела, аналитической динамики, а также развитые аналитические подходы к решению задач о взаимодействии конструкции с потоком жидкости.

Основными методами исследования являются:

— методы и положения механики сплошной среды;

- методы и положения теории упругости и механики деформируемого твердого тела;
- методы и принципы вычислительной гидродинамики и пространственно-временной дискретизации расчетной области в качестве аппарата математического моделирования.

Положения, выносимые на защиту

1. Математическая модель и численный метод расчета параметров вихревой вибрации выдвижных устройств непроникающего типа, взаимодействующих с промежуточной опорой, а также комплекс программ, позволяющий определять вибропрочностные характеристики выдвижных устройств.
2. Расчетный способ оценки эффективности гасителя вибраций гидродинамического типа.
3. Численный метод определения гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя.
4. Математическая модель движения составного плавникового движителя, исследование устойчивости движения и вынужденных колебаний составного плавникового движителя.

Степень достоверности результатов

Достоверность результатов численного моделирования взаимодействия конструкций с потоком жидкости подтверждается хорошим согласованием результатов численных расчетов с экспериментальными данными и решениями, полученными с помощью альтернативных расчетных методов.

Апробация результатов

Основные результаты диссертационного исследования были доложены на следующих конференциях:

- Международные научно-технические конференции «Динамика, надежность и долговечность механических и биомеханических систем» (СевГУ, г. Севастополь, 2020, 2019, 2018, 2017);
- 63-я Международная научная конференция Астраханского государственного технического университета, посвященная 25-летию Астраханского государственного технического университета (АГТУ, г. Астрахань, 2019);
- XXIV и XXII Всероссийские конференции с международным участием «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (ИСЭМ СО РАН, г. Иркутск, 2019, 2017);
- IV Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики» (ИПМА КБНЦ РАН, г. Нальчик, 2018);
- XIII Всероссийская конференция «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» (СПбНЦ РАН, г. Санкт-Петербург, 2016);
- Всероссийская научно-практическая конференция «Современные технологии в кораблестроительном и авиационном образовании, науке и производстве» (НГТУ им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, 2016).

Публикации

По теме диссертации опубликовано 12 [57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 87, 88, 92] научных работ: 5 статей в научных рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК, 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, 1 патент на изобретение, 4 статьи в сборниках материалов конференций.

Соответствие паспорту специальности

Содержание диссертационного исследования соответствует областям исследований (пункты 1, 3, 4 и 5), указанным в паспорте специальности

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Личный вклад автора

Основные научные результаты диссертационного исследования получены автором лично.

ГЛАВА 1

ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ

§ 1.1 Колебания выдвижных устройств в потоке жидкости

Среди методов определения параметров вибрации выдвижных устройств можно выделить экспериментальные и расчетные.

Существенный вклад в развитие экспериментальных методов внес С.И. Девнин, в работах которого [37, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 46] исследуются гидродинамические характеристики неподвижных и колеблющихся в потоке плохообтекаемых тел. Также большое внимание уделяется основам моделирования вибрации плохообтекаемых конструкций и средствам борьбы с ней. Экспериментальному изучению гидродинамических и вибрационных характеристик обтекателей, форма которых значительно отличается от цилиндрической («укороченных» обтекателей), посвящены работы В.Н. Зайцева, В.В. Тюшкевича, М.Ю. Григорова [35, 42].

Несмотря на то, что экспериментальные методы имеют огромное значение при изучении проблемы вибраций выдвижных устройств, их применение сопряжено с большими материальными и временными затратами. Поэтому актуальной задачей является развитие расчетных методов, способных если не полностью исключить эксперимент из процесса проектирования, то хотя бы значительно сократить объем его проведения.

Расчет нестационарных гидродинамических сил, действующих на обтекатель выдвижного устройства, связан с определением параметров турбулентного течения жидкости, которое может быть описано уравнениями Навье–Стокса. Их численному решению посвящены работы О.М. Белоцерковского [10, 11, 12], А.А. Самарского [85, 86], И.А. Белова и С.А. Исаева [8], Ю.В. Гурьева и И.В. Ткаченко [36], А.М. Липанова,

Ю.Ф. Кисарова и И.Г. Ключникова [73], а также многих других отечественных и зарубежных авторов. Использование современных подходов к численному моделированию турбулентных течений рассматривается в работах [4, 5, 7, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 49, 52, 91].

Вопросам расчетного определения характеристик вибраций упругих конструкций посвящены работы С.П. Тимошенко [95], Ю.А. Шиманского [97]. В них описан общий порядок динамического расчета балок, рассмотрены продольные, поперечные и крутильные колебания балок с различными граничными условиями. Более совершенные методы, основанные на схематизации упругой конструкции в виде стержня переменного сечения, представлен в работах К.С. Колесникова [67], Р. Бишопа и У. Прайса [14]. Как правило, современные выдвижные устройства в рабочем положении взаимодействуют с промежуточными опорными связями. Хорошей аналогией таких конструкций является крыло с подкосом, гидроупругие вибрации которого рассмотрены М.В. Келдышем [55].

Совместное численное решение уравнений гидродинамики и механики деформируемого твердого тела (FSI) рассматривается в работах Г.Б. Крыжевича [3, 71], А.А. Родионова, В.А. Коршунова, Д.А. Пономарева [68, 69, 70, 79], посвященных изучению вопросов взаимодействия судовых конструкций с водо-воздушной средой на примере проблемы слеминга. Также известны труды зарубежных авторов D.J. Piro и K.J. Maki [105, 108] по данной тематике.

Анализ существующих подходов к решению задачи о колебаниях упругой конструкции в потоке жидкости показывает, что экспериментальные методы являются достаточно дорогостоящими, а расчетные методы базируются либо на чисто аналитическом подходе, либо на полном численном моделировании явления в сопряженной постановке. При этом теоретические соотношения зачастую не учитывают ряд важных факторов, в том числе вязкость жидкости, трехмерность обтекания и влияние объектов, в следе

которых может находиться выдвижное устройство. В то же время полное численное моделирование в сопряженной постановке отличается чрезмерно высокой вычислительной трудоемкостью, что не позволяет на данном этапе развития вычислительной техники широко применять данный метод.

Предлагаемый в диссертационном исследовании комбинированный подход базируется на численном определении гидродинамических характеристик выдвижного устройства и применении аналитических зависимостей для вычисления параметров вибрации. При этом он позволяет оперативно производить расчеты малых колебаний конструкции, учитывая реакции промежуточной опорной связи.

§ 1.2 Определение гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя

Движитель плавникового типа, основным элементом которого является машущее крыло, отличается малошумностью, способностью совмещения движительных и рулевых функций, возможностью перемещения на мелководье или в засоренных акваториях [76]. Подобные преимущества стали стимулом для активного изучения плавниковых движителей. Они считаются перспективными и могут применяться в качестве основного или вспомогательного движительного комплекса объектов морской техники.

Теоретическим оценкам тяги и КПД машущего крыла посвящены работы В.В. Голубева [30, 31, 32, 33, 34], применившего при решении данной задачи классическую теорию крыла для идеальной жидкости совместно с теорией пограничного слоя. Также образование тяги при вертикальных и угловых колебаниях в невязкой жидкости рассматривается в [102], при этом исследуется влияние рабочей частоты и положения оси вращения крыла на наличие тяги. Работы Л.И. Седова [89], М.В. Келдыша и М.А. Лаврентьева [56], Я.Ц. Фына [96], Р.Л. Бисплингхоффа, Х. Эшли и Р.Л. Халфмэна [13] посвящены вопросам двумерного обтекания крыла потоком идеальной жидкости. Полученные выражения для гидродинамических характеристик достаточно просты и удобны для анализа, однако их практическая применимость носит ограниченный характер ввиду отсутствия решения для крыла конечного размаха и случая вязкой жидкости.

Влияние вязкости при расчетах пропульсивных характеристик машущего крыла учитывается в работах [104, 110, 111, 112]. Они основаны на определении действующих гидродинамических сил с помощью численного решения уравнений Навье–Стокса. Различные варианты конструкции плавникового движителя рассматриваются в работах В.А. Рыжова, Е.П. Носова и С.В. Тарасова [75, 76, 83, 84, 94]. Так, в [75] сопоставляется

коэффициент полезного действия (КПД) упругого и жесткого плавника. Также представлена система, способная настраиваться на резонанс с помощью изменения упругих характеристик машущего элемента за счет увеличения или уменьшения давления рабочей жидкости во внутренних каналах резинового крыла. Такой материал получил название «гидрокаучук». В работе [83] рассматривается влияние упругости машущего элемента на тягу и пропульсивные характеристики крылового профиля, а также исследуется зависимость максимума средней тяги от жесткости.

Нестационарное обтекание тонких крыловых профилей исследовал К.В. Рождественский, в работе которого [80] были определены параметры течения вблизи передней закругленной кромки. В [81] получены соотношения для нестационарных характеристик крыльевых элементов и рассмотрен случай колебаний профиля при его закреплении с помощью упругой угловой пружины. Работы [50, 51] посвящены вопросам эффективности крыльев, расположенных в носовой и кормовой части надводного корабля для демпфирования качки и создания дополнительной тяги за счет волнения. Возможность уменьшения качки при помощи сколовых килей также исследовалась Г.Б. Крыжевичем [72].

Особый интерес для исследования представляют плавниковые движители, состоящие из нескольких крыловых поверхностей, последовательно соединенных между собой упругими элементами. Такие конструкции являются техническим аналогом плавника китообразных, которые используют для перемещения машущий тип движения и считаются примером высокоэффективных систем, что подтверждается многочисленными исследованиями по гидробионике [6, 66, 77, 78, 82, 90]. В этих работах отмечено, что живые организмы, перемещающиеся в водной среде, могут физиологическим способом изменять упругие характеристики хвостового плавника, регулируя таким образом его собственную частоту. При этом гидробионты, как правило, используют резонансные режимы работы

плавника. Такое явление получило название «регулируемый гидроупругий эффект».

При моделировании работы составного плавникового движителя возникает проблема вывода уравнений движения машущих элементов. Использование для этих целей традиционного подхода Лагранжа сопряжено со значительными трудностями и работой с громоздкими, сложными для понимания выражениями. С этими проблемами сталкивался Фишер [101], сумевший составить в явном виде лишь выражения для системы из двух элементов, соединенных шаровым шарниром. Используемый в более поздних работах подход Й. Виттенбурга [15, 103, 109], отличительной особенностью которого является применение аппарата ориентированных графов для описания структуры механической системы, значительно упрощает процедуру вывода уравнений.

Вопросам моделирования работы движителей плавникового типа, состоящих из нескольких элементов, соединенных между собой упругими связями, посвящены работы С.В. Гувернюка, Я.А. Дынникова и Г.Я. Дынниковой [47, 48, 100]. В них пропульсивные характеристики таких механических систем вычисляются с помощью бессеточной технологии вязких вихревых доменов.

Существующие работы, целью которых является определение гидродинамических и пропульсивных характеристик плавникового движителя, как правило, рассматривают одиночное крыло. Также известны исследования для составных конструкций, содержащих небольшое количество машущих элементов. Благодаря этому вывод уравнений движения для них при помощи подхода Лагранжа не вызывает особых трудностей. Предлагаемый в настоящей работе метод совместного решения уравнений гидродинамики и уравнений движения, полученных при помощи подхода Виттенбурга, позволяет производить моделирование работы составного плавникового движителя с любым количеством машущих элементов и

вычислять гидродинамические и пропульсивные характеристики подобных конструкций.

§ 1.3 Выводы по главе 1

В главе 1 рассмотрены основные работы, посвященные вопросам вибрации выдвижных устройств, а также определения гидродинамических и пропульсивных характеристик плавникового движителя.

При определении характеристик вибрации выдвижных устройств могут применяться экспериментальные и расчетные методы. Как правило, проведение экспериментальных исследований сопряжено с большими финансовыми затратами. Среди расчетных методов, существующих на сегодняшний день, выделяются аналитические, базирующиеся на теоретических зависимостях, и численные, предполагающие полное моделирование процесса в сопряженной постановке.

Существенным недостатком чисто аналитических методов является их неспособность учесть влияние множества физически важных факторов: вязкости, трехмерности обтекания, расположения в гидродинамическом следе другой конструкции. В то же время полное численное моделирование вибрации выдвижных устройств отличается повышенной вычислительной трудоемкостью. Предлагаемый в данной работе комбинированный подход предполагает использование методов вычислительной гидродинамики для получения гидродинамических характеристик выдвижных устройств совместно с применением аналитических зависимостей при расчете вибраций. Это позволяет оперативно проводить расчеты колебаний выдвижных устройств непроникающего типа с учетом влияния промежуточных опорных связей в районе крыши ограждения.

Анализ существующих работ, посвященных исследованию гидродинамических и пропульсивных характеристик плавникового движителя, показывает, что составным конструкциям уделяется значительно меньше внимания по сравнению с одиночным колеблющимся в потоке крылом. При рассмотрении составного плавникового движителя с небольшим

количеством машущих элементов использование подхода Лагранжа для вывода уравнений движения не вызывает особых затруднений. Для конструкций с большим количеством элементов такой метод становится малоприменимым ввиду большой сложности получаемых промежуточных выражений. Формальный подход Виттенбурга, опирающийся на использование аппарата ориентированных графов, позволяет оперативно составлять дифференциальные уравнения движения, которые могут быть проинтегрированы совместно с уравнениями динамики вязкой жидкости для определения гидродинамических и пропульсивных характеристик конструкции.

ГЛАВА 2

РАСЧЕТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБТЕКАТЕЛЕЙ ВЫДВИЖНЫХ УСТРОЙСТВ

§ 2.1 Основные подходы к разрешению характеристик турбулентного течения

Проблема вихревой вибрации выдвижных устройств известна с самого начала использования подобных конструкций. В определенном диапазоне скоростей хода подводных объектов использование выдвижных устройств сопровождалось интенсивной вибрацией. Это приводило к снижению функциональности связанного с устройством оборудования и возникновению механических повреждений самой конструкции. Исследователи достаточно быстро определили причину вибрации – периодический отрыв вихрей от поверхности обтекателя выдвижного устройства, представляющего собой трубу кругового сечения [42].

Интенсивное развитие технологий подводного кораблестроения позволило оснащать подводные объекты выдвижными устройствами непроникающего типа, отличительной особенностью которых является отсутствие конструкций, затягиваемых в прочный корпус. Среди преимуществ таких устройств можно отметить возможность применения обтекателей, форма сечения которых отличается от круговой. Ограниченный объем ограждения, как правило, не позволяет использовать обтекатели с плавными обводами, что могло бы обеспечить безотрывное обтекание и полное отсутствие вихревой вибрации. В целях экономии пространства применяются «укороченные» обтекатели, отличающиеся «обрубленной» кормовой частью. Такая форма не исключает возникновения отрыва, однако позволяет

значительно снизить нестационарные гидродинамические силы, действующие на обтекатель [35].

Формы обтекателей современных выдвижных устройств разнообразны, а экспериментальное определение их гидродинамических характеристик сопряжено с большими временными и материальными затратами, особенно при необходимости выбора наиболее оптимальной конфигурации среди множества вариантов. В то же время, рост мощности и производительности вычислительной техники позволяет интенсивно использовать численные методы, базирующиеся на решении уравнений движения вязкой жидкости (уравнения Навье–Стокса), для определения гидродинамических характеристик выдвижных устройств. Такой подход дает возможность оперативно определять гидродинамические характеристики обтекателей, а также вносить необходимые корректировки на ранних стадиях проектирования.

Течение около обтекателей выдвижных устройств – трехмерное нестационарное турбулентное течение с высокими числами Рейнольдса. В настоящее время выделяют три основных подхода для моделирования турбулентности: полуэмпирические методы, базирующиеся на уравнениях Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS), метод моделирования крупных вихрей (LES), а также прямое численное моделирование (DNS). Основным различием этих методов является степень разрешения турбулентных пульсаций и их энергетического спектра.

Наиболее широко распространеными на практике являются подходы RANS и LES, а также гибридные методы, использующие и RANS, и LES при моделировании турбулентных течений (метод отсоединенных вихрей, DES). DNS характеризуется чрезмерно высокой вычислительной трудоемкостью и используется сейчас, в основном, для моделирования низкорейнольдсовых течений.

Подход, основанный на LES, также является достаточно требовательным к вычислительным ресурсам, поскольку размер ячейки должен быть сопоставим с наименьшим размером энергонесущих вихрей. Хотя метод позволяет разрешать широкий диапазон частот вихрей, произвести большое количество расчетов в короткий промежуток времени не представляется возможным. Кроме того, характеристики вибрации выдвижных устройств могут быть рассчитаны с достаточной степенью точности при разрешении вихрей только на основной частоте [29], поэтому полученная в результате LES–расчета информация может оказаться избыточной.

RANS–подход, используемый в данной работе для расчета характеристик турбулентного течения, позволяет рассчитывать крупномасштабные вихри, срывающиеся с поверхности обтекателя выдвижного устройства. Применение для замыкания уравнений Рейнольдса модели турбулентности SAS (метод адаптируемых масштабов), которую относят к моделям турбулентности «второго поколения», позволяет получать нерегулярные решения, описывающие случайные колебания характеристик потока. Опыт применения данной модели турбулентности в задачах о течениях около плохообтекаемых тел с образованием вихревой дорожки Кармана показывает, что данные численного моделирования довольно хорошо согласуются с результатами физического эксперимента [91].

§ 2.2 Уравнения RANS и модель турбулентности SAS

Нестационарное течение вязкой несжимаемой жидкости описывается системой уравнений Навье–Стокса [74], состоящей из уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2.1)$$

а также уравнений движения:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.2)$$

где u_j – компонента скорости;

ρ – плотность жидкости;

p – давление;

ν – кинематическая вязкость.

RANS–подход основан на осреднении характеристик течения по всему спектру пульсаций. Для учета нестационарных эффектов, таких как периодический срыв вихрей с поверхности обтекателя выдвижного устройства, используется особая разновидность рассматриваемого подхода – URANS (Unsteady RANS). При этом осреднение необходимо проводить по конечному периоду T , значение которого должно превышать максимальный период турбулентных пульсаций, но быть при этом намного меньше характерного времени, связанного с крупномасштабной нестационарностью [91]:

$$\bar{u}_j(t) = \frac{1}{T} \int_0^T u_j(t) dt. \quad (2.3)$$

Применив процедуру осреднения

$$u_j = \bar{u}_j + u'_j, \quad (2.4)$$

где \bar{u}_j – средняя составляющая скорости;

u'_j – пульсационная составляющая скорости,

к уравнениям (2.1) и (2.2), получаем уравнения URANS, которые имеют вид:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}'_i \bar{u}'_j), \quad i = 1,2,3. \quad (2.6)$$

В результате операции осреднения в уравнении (2.6) появляются дополнительные слагаемые, содержащие корреляции пульсирующих величин, которые также называют рейнольдсовыми (турбулентными) напряжениями. Наличие этих слагаемых делает систему (2.5) – (2.6) незамкнутой: уравнения не могут быть решены, пока неизвестны рейнольдсовые напряжения. Для определения неизвестных слагаемых применяются физически обоснованные математические модели (модели турбулентности), позволяющие выразить корреляции пульсирующих величин через средние значения.

Уравнения используемой модели турбулентности SAS имеют вид [107]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i k) = P_k - \frac{C_\mu}{\rho} k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad i = 1,2,3, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \omega) = & \\
= \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + Q_{SAS} - \frac{C_\mu}{\rho} k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + & \quad (2.8) \\
+ (1 - F_1) \frac{2}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad i = 1,2,3,
\end{aligned}$$

где k – кинетическая энергия турбулентности,

ω – обратное время распада вихрей;

P_k – скорость генерации турбулентной кинетической энергии;

v_t – турбулентная вязкость;

$C_\mu = 0,09$.

Турбулентная вязкость в рамках данной модели определяется как:

$$v_t = \frac{k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega} \right]}. \quad (2.9)$$

В выражении (2.9) S – модуль тензора скоростей деформации

$$S = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}. \quad (2.10)$$

Коэффициент α^* вносит поправку на низкие числа Рейнольдса, подавляя турбулентную вязкость

$$\alpha^* = \alpha^{*,\infty} \left(\frac{\alpha^{*,0} + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_k}} \right), \quad (2.11)$$

где $Re_t = k/(v\omega)$;

$$R_k = 6;$$

$$\alpha^{*,0} = \beta_i/3;$$

$$\beta_i = 0,072.$$

При высоких числах Рейнольдса $\alpha^* = \alpha^{*,\infty} = 1$, $\alpha_1 = 0,31$.

Обратные числа Прандтля вычисляются как:

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{k,2}}}, \quad (2.12)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{\omega,2}}}, \quad (2.13)$$

где $\sigma_{k,1} = 1,176$;

$$\sigma_{k,2} = 1;$$

$$\sigma_{\omega,1} = 2;$$

$$\sigma_{\omega,2} = 1,168.$$

Функции F_1 и F_2 представимы в виде:

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4), \quad (2.14)$$

$$\Phi_1 = \min \left(\max \left[\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500v}{y^2\omega} \right], \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right), \quad (2.15)$$

$$D_{\omega}^+ = \max \left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right), \quad (2.16)$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2), \quad (2.17)$$

$$\Phi_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500v}{y^2\omega} \right), \quad (2.18)$$

где y – ближайшее расстояние до стенки.

В выражении (2.8) α и β определяются как

$$\alpha = \frac{\alpha_{\infty}}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + \frac{Re_t}{R_{\omega}}}{1 + \frac{Re_t}{R_{\omega}}} \right), \quad (2.19)$$

где $\alpha_{\infty} = 0,52$;

$\alpha_0 = 1/9$;

$R_{\omega} = 2,95$;

$$\beta = \beta_i. \quad (2.20)$$

Слагаемое Q_{SAS} уравнения (2.8) имеет вид:

$$Q_{SAS} = \\ = \max \left(\rho \eta_2 k S^2 \left(\frac{L}{L_{vK}} \right)^2 - C \frac{2\rho k}{\sigma_{\Phi}} \max \left(\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right), \quad (2.21)$$

где $\sigma_{\Phi} = 2/3$;

$\eta_2 = 3,51$;

$$C = 2.$$

В составе (2.21) линейные масштабы L и L_{vK} можно представить в виде:

$$L = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu^{0,25} \omega}, \quad (2.22)$$

$$L_{vK} = \kappa \left| \frac{U'}{U''} \right|, \quad (2.23)$$

$$U' = S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad (2.24)$$

$$U'' = \sqrt{\frac{\partial^2 U}{\partial x_k^2} \frac{\partial^2 U}{\partial x_j^2}}, \quad (2.25)$$

где $\kappa = 0,41$.

Наличие второй производной скорости в выражении (2.25) дает возможность решению воспроизводить маломасштабные случайные колебания скорости, которые невозможно получить при использовании классических моделей турбулентности на основе URANS [106]. Численное решение гибко подстраивается под разрешаемые масштабы без подавления значительной части колебаний, что позволяет получать классическое решение URANS-типа в областях устойчивого течения и нестационарные решения в областях отрыва потока от поверхности обтекателя выдвижного устройства [91].

§ 2.3 Верификация численного метода

Верификация численного метода определения гидродинамических характеристик обтекателя выдвижного устройства может быть проведена при помощи сопоставления результатов расчета и экспериментальных данных по обтеканию кругового цилиндра большого удлинения, которые представлены в [38]. Экспериментальные зависимости стационарных и нестационарных коэффициентов гидродинамических сил, действующих на цилиндр, от числа Рейнольдса представлены на рисунках 1 и 2.

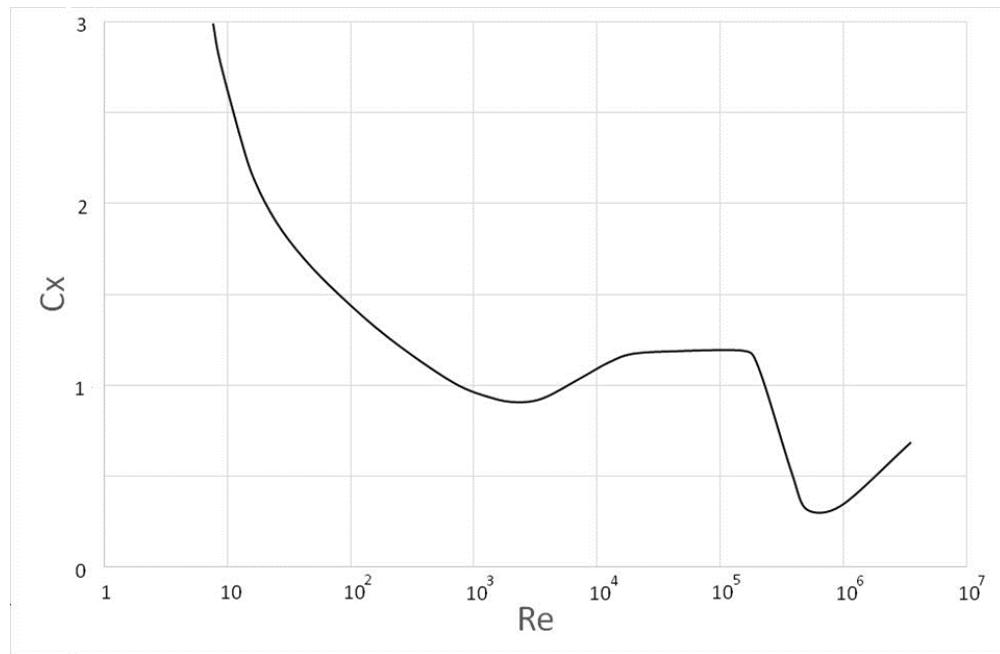


Рисунок 1 – Зависимость коэффициента стационарной силы лобового сопротивления C_x от числа Рейнольдса Re [38]

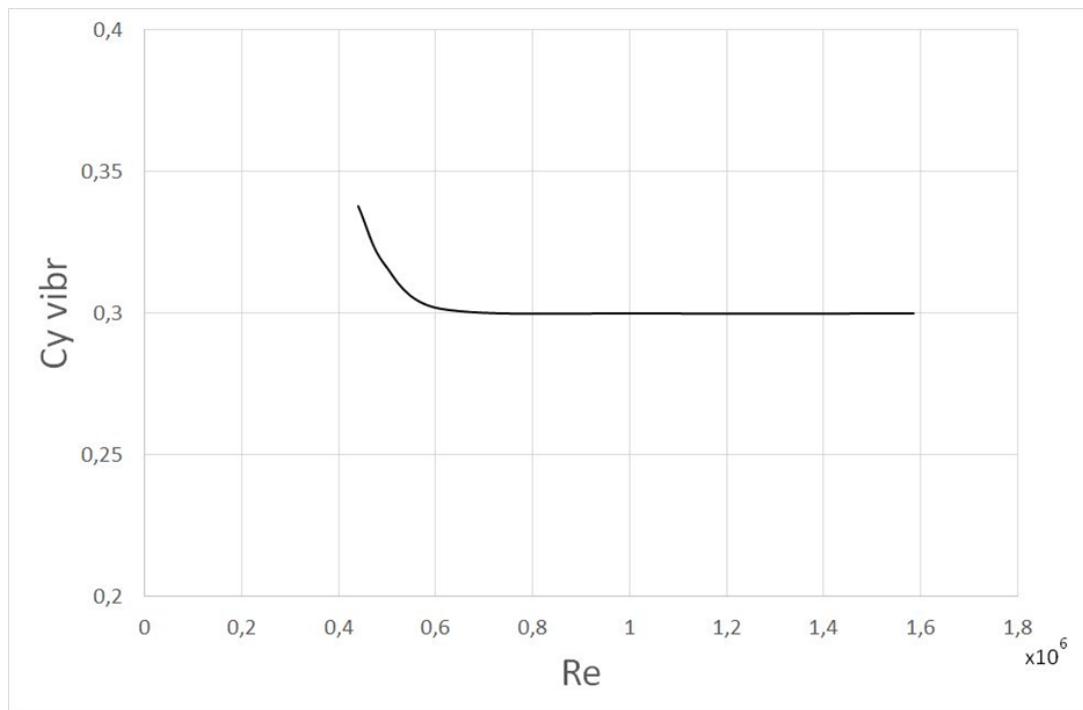


Рисунок 2 – Зависимость коэффициента нестационарной боковой силы $C_y \text{ vibr.}$ от числа Рейнольдса Re [38]

Верификация численного метода проводилась для режима, соответствующего числу Рейнольдса $Re \approx 5,5 \cdot 10^6$ (скорость набегающего потока $v_0 = 4,5 \text{ м/с}$).

Расчетная область представляла собой параллелепипед с цилиндрическим вырезом. Для данной области была построена расчетная сетка, состоящая из $1,9 \cdot 10^7$ гексаэдральных ячеек. В областях ожидаемых больших градиентов гидродинамических параметров осуществлялось сгущение сетки для лучшего разрешения структуры турбулентного пограничного слоя. Высота пристеночных ячеек составляла 0,025 мм, что соответствует безразмерному расстоянию до стенки $y^+ \approx 1$. Данное значение позволяет обеспечить необходимую точность расчетов, сохраняя при этом относительно небольшое количество ячеек расчетной сетки.

Расчетная сетка представлена на рисунке 3.

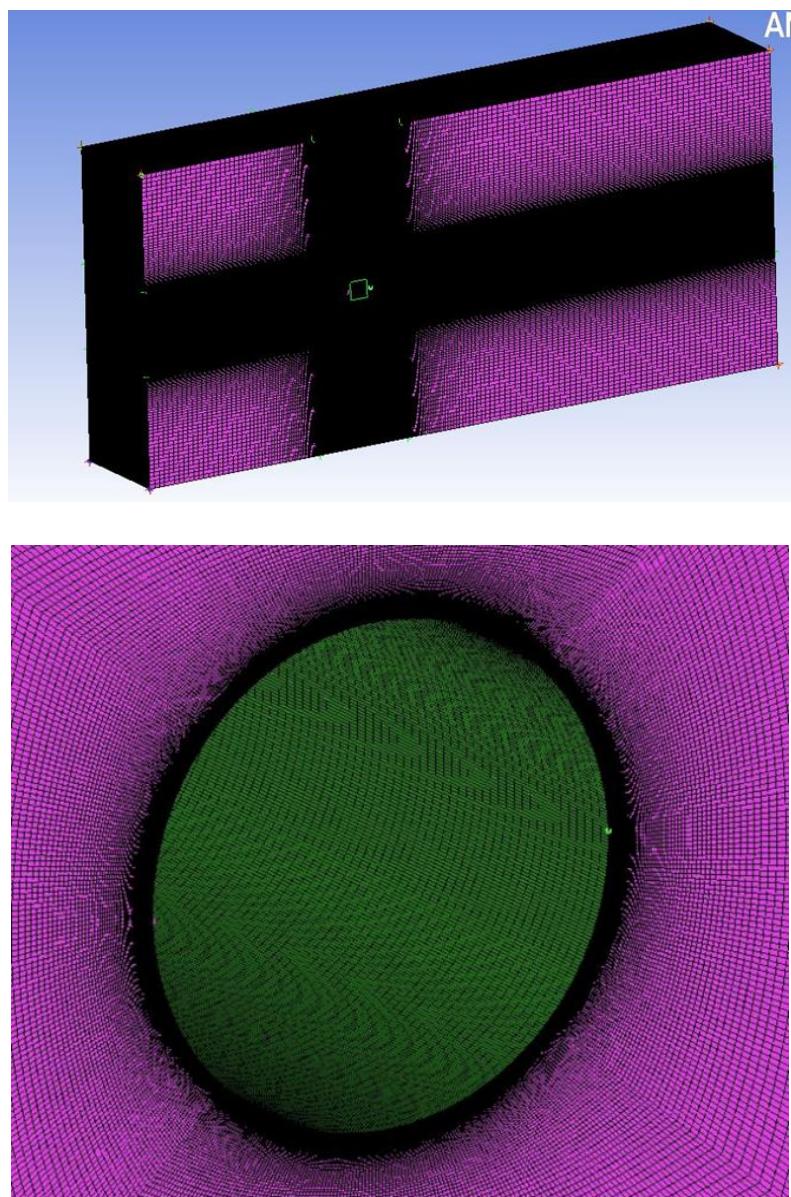


Рисунок 3 – Расчетная сетка для верификационной задачи (сверху) и пристеночная область (снизу)

Численное интегрирование уравнений Рейнольдса осуществлялось методом конечных объемов в решателе Ansys Fluent. На входной по отношению к потоку границе задавалась скорость потока (4,5 м/с) и параметры турбулентности: интенсивность турбулентности (0,5%) и характерный масштаб (0,116 м). На выходной границе задавалось давление в дальнем поле. На поверхности стержня ставились условия непротекания и прилипания, на всех остальных границах – симметрии.

Изоповерхности завихренности, полученные в результате расчета, показаны на рисунке 4. Структура потока неоднородна по длине стержня и является принципиально трехмерной, поэтому нестационарные гидродинамические характеристики не могут быть рассчитаны с достаточной степенью точности при решении плоской задачи.

Поля давления, скорости и завихренности в центральном сечении расчетной области показаны на рисунках 5 – 7. Их анализ позволяет отметить, что используемая математическая модель действительно позволяет разрешать вихри, сходящие с поверхности обтекателя, на основной частоте, в то время как более мелкие вихри осредняются и слаживаются. Этим можно объяснить определенные расхождения между экспериментальными и расчетными значениями коэффициентов нестационарных гидродинамических сил. При этом результаты расчета достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными в части значений коэффициентов стационарных сил. Сравнение экспериментальных и расчетных значений гидродинамических характеристик цилиндра представлено в таблице 1.

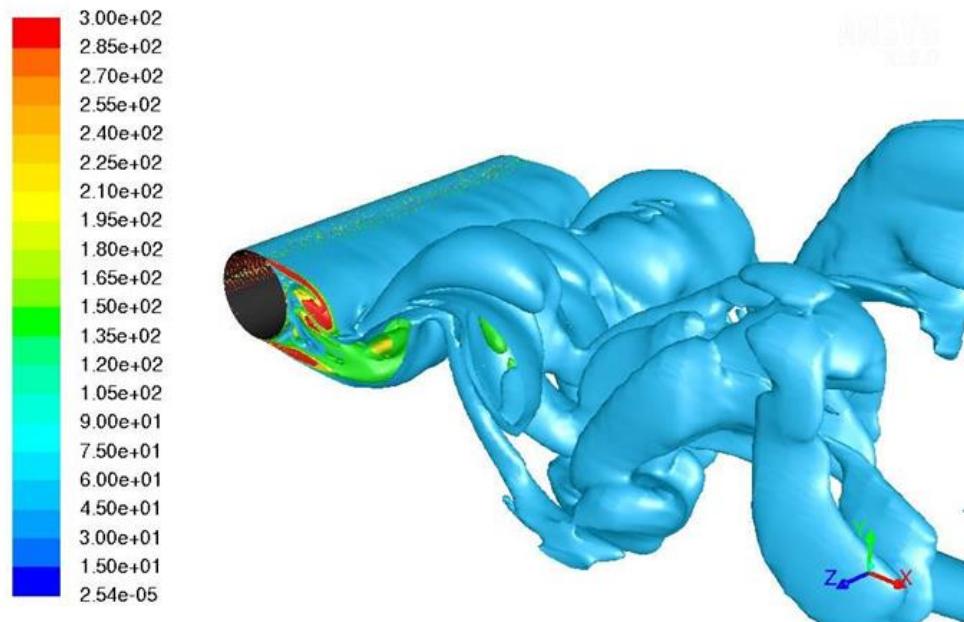


Рисунок 4 – Изоповерхности завихренности (1/c)

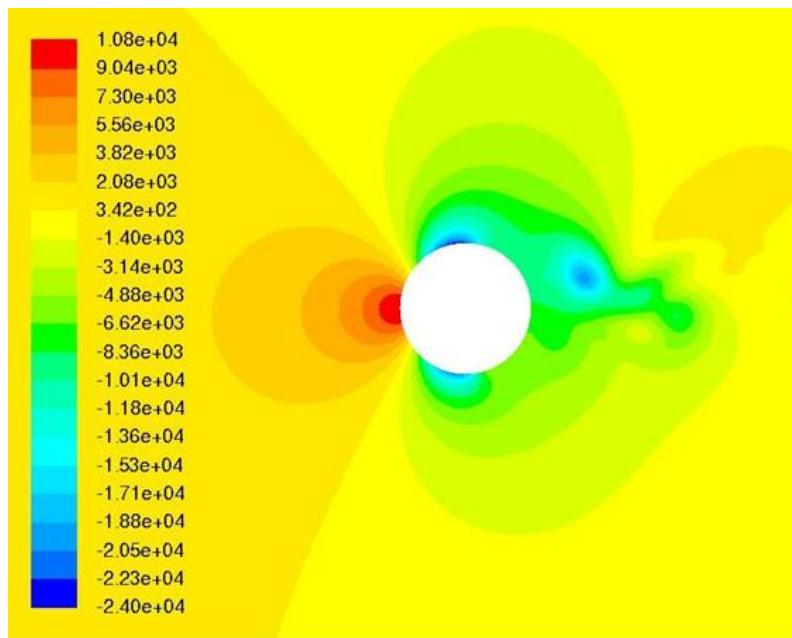


Рисунок 5 – Поле давления (Па) в центральном сечении расчетной области

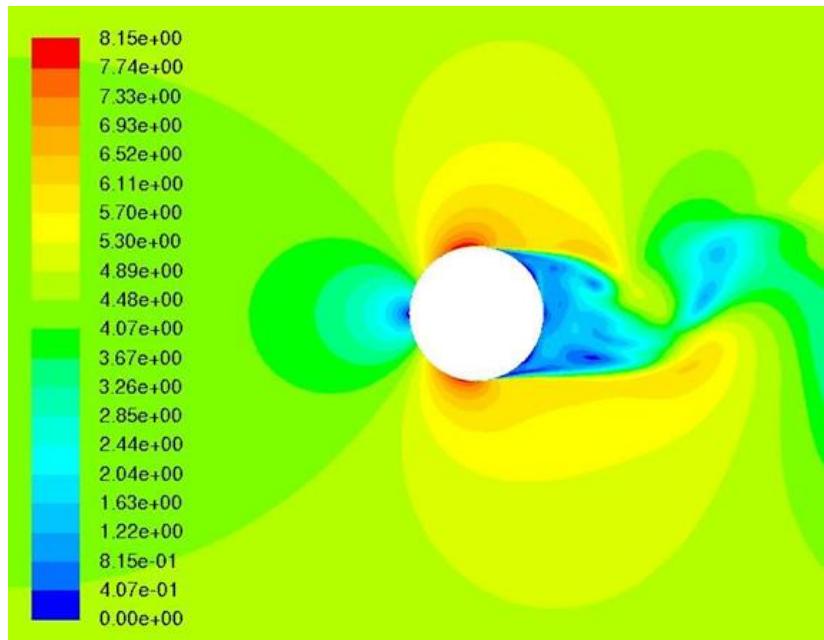


Рисунок 6 – Поле скорости (м/с) в центральном сечении расчетной области

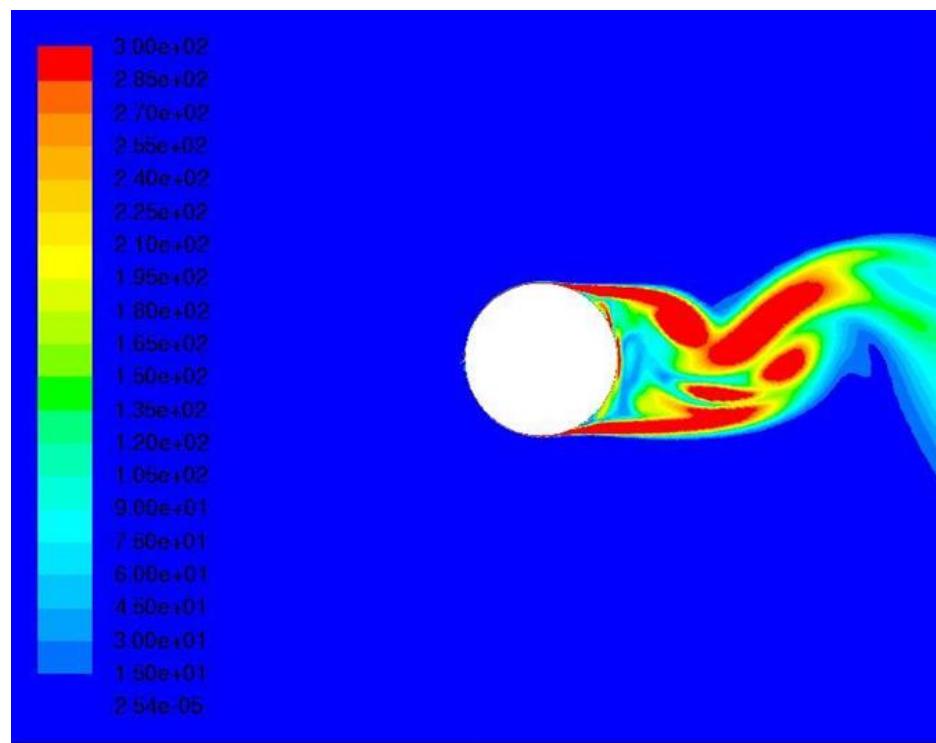


Рисунок 7 – Поле завихренности ($1/c$) в центральном сечении расчетной области

Таблица 1 – Сравнение расчетных и экспериментальных данных

Параметр	Значение [38] (эксперимент)	Значение (расчет)
Коэффициент стационарной силы лобового сопротивления C_x	0,65	0,66
Коэффициент нестационарной боковой силы $C_y \text{ vibr}$	0,30	0,43

§ 2.4 Определение гидродинамических характеристик обтекателя, имеющего форму сечения, отличную от кругового цилиндра

Форма сечений современных выдвижных устройств значительно отличается от круговой. В работе [35], посвященной экспериментальному исследованию гидродинамических характеристик «укороченных» обтекателей, отмечается, что они обладают меньшими, по сравнению с круговым цилиндром, коэффициентами силы лобового сопротивления и амплитудными коэффициентами нестационарной боковой силы. Помимо этого, применение таких обтекателей позволяют повысить параметры жесткости конструкции в продольном направлении, а также характеристики гидродинамического демпфирования в поперечном направлении.

Рассмотрим типичную форму сечения обтекателя, представленную на рисунке 8.

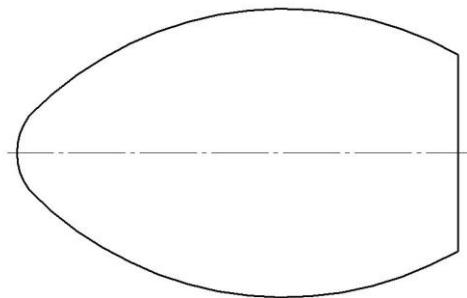


Рисунок 8 – Обтекатель с измененной формой сечения

Для проведения численных расчетов была построена трехмерная модель обтекателя с измененной формой сечения высотой 0,5 м, на основе которой создавалась расчетная область. Расчетная сетка содержала приблизительно 10^7 гексаэдralных ячеек, ее центральное сечение показано на рисунке 9. Рассматривался режим обтекания, при котором скорость набегающего потока составляла 1 м/с.

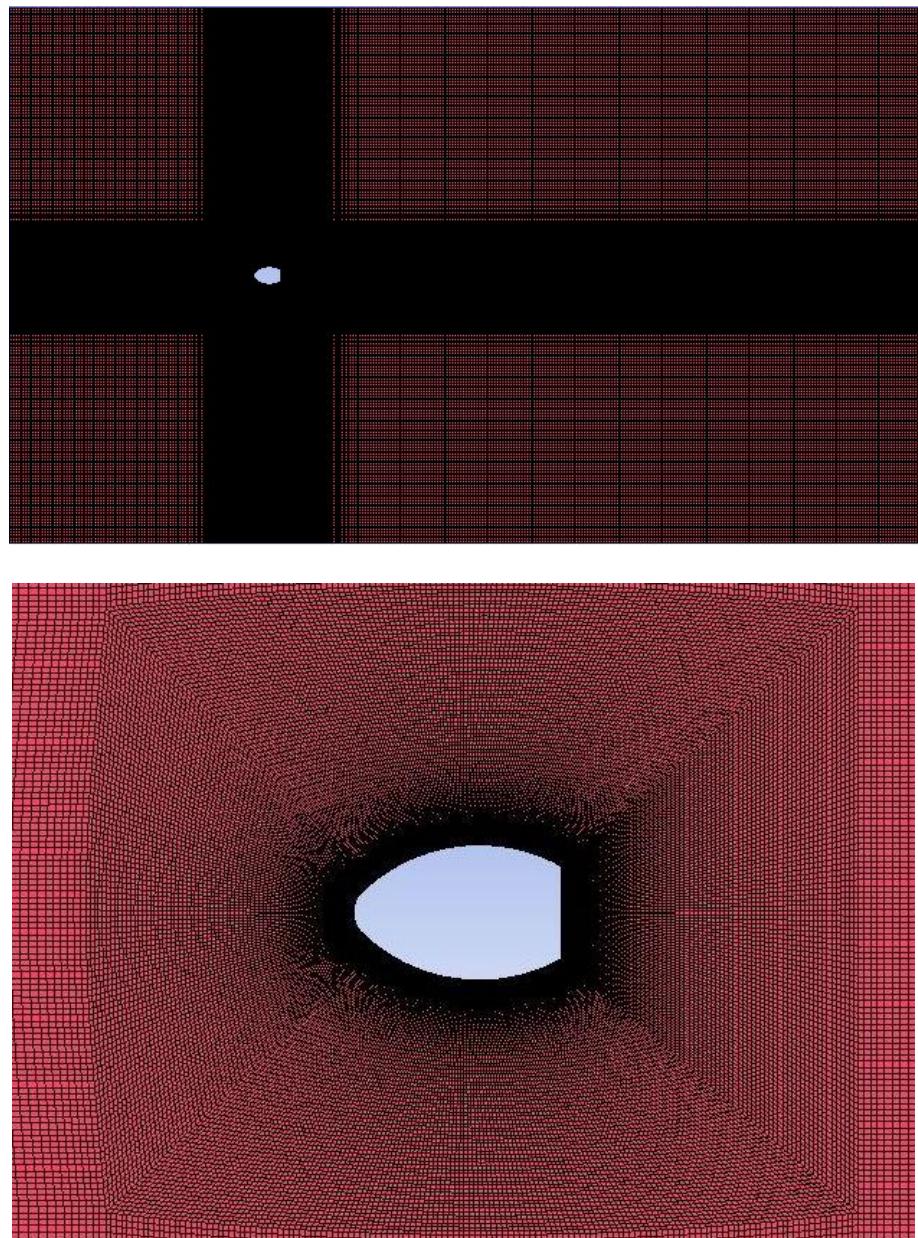


Рисунок 9 – Расчетная сетка для определения гидродинамических
характеристик обтекателя с измененной формой сечения

На рисунках 10 – 12 представлены мгновенные поля давления, скорости и завихренности в центральном сечении расчетной сетки. Анализируя их, можно отметить, что отрыв вихрей от поверхности обтекателя измененной формы локализован вблизи задних кромок.

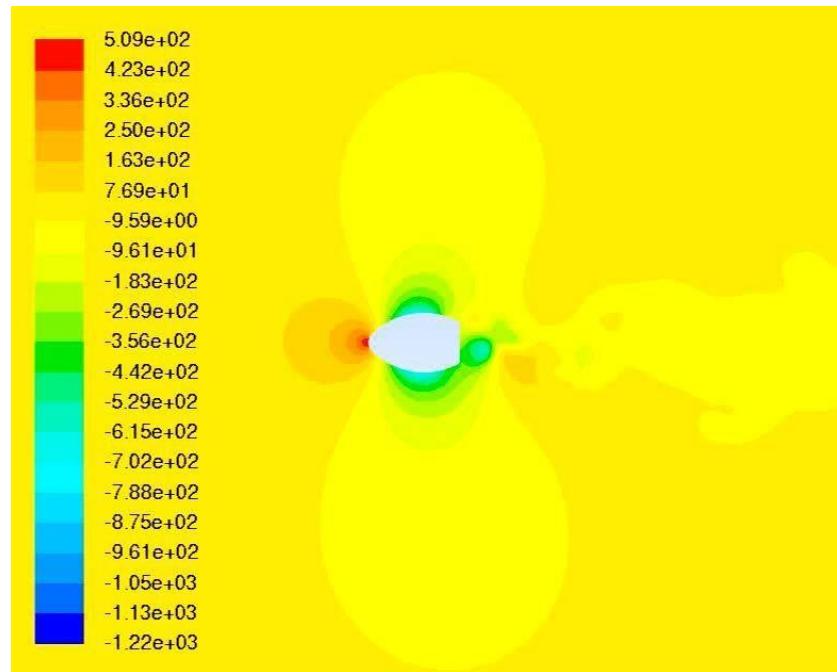


Рисунок 10 – Поле давления (Па) в центральном сечении расчетной области

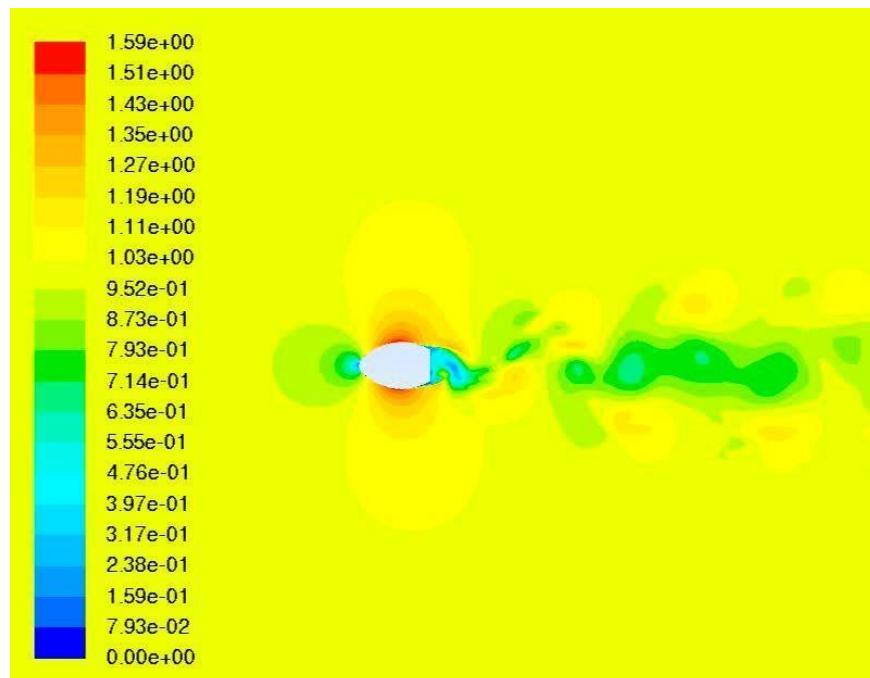


Рисунок 11 – Поле скорости (м/с) в центральном сечении расчетной области

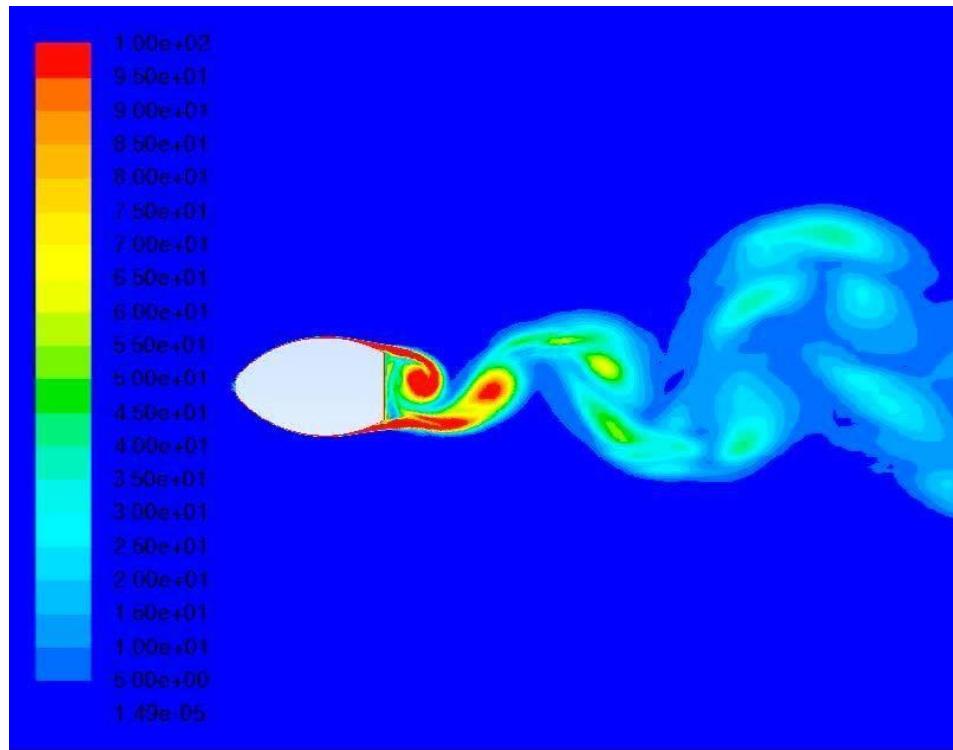


Рисунок 12 – Поле завихренности ($1/c$) в центральном сечении расчетной области

При расчете колебаний выдвижных устройств необходимо учитывать гидродинамическое демпфирование. Механизм данного явления будет подробно рассмотрен в главе 3. Восстановливающая гидродинамическая сила, направленная в сторону, противоположную движению симметричного сечения, в случае малых колебаний зависит от производной боковой силы по углу атаки, которая может быть вычислена следующим образом:

$$c_y^\alpha = \frac{c_y(\alpha_1)}{\alpha_1}, \quad (2.26)$$

где α_1 – угол атаки.

Значение α_1 должно находиться в области линейной зависимости коэффициента c_y от угла атаки α . Для рассматриваемого обтекателя использовалось значение $\alpha_1 = 0,087$ рад (5°).

Сравнение гидродинамических характеристик обтекателей цилиндрической и измененной формы представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Гидродинамические характеристики обтекателей

Наименование характеристики	Цилиндрический обтекатель	Измененный обтекатель
Коэффициент стационарной силы лобового сопротивления, $c_{x st}$	0,66	0,44
Коэффициент нестационарной боковой силы, $c_y vibr$	0,43	0,27
Число Струхала, Sh	0,2	0,22
Производная боковой силы по углу атаки, c_y^α	0	3,92

Сравнивая значения гидродинамических характеристик, можно отметить, что при близких значениях частоты отрыва вихрей обтекатель измененной формы отличается более низкими значениями действующих стационарных и нестационарных гидродинамических сил (приблизительно в 1,5 раза). Помимо этого, при колебаниях в потоке жидкости выдвижного устройства, оснащенного обтекателем измененной формы, возникает гидродинамическое демпфирование. Таким образом, использование обтекателя с измененной формой сечения представляется более предпочтительным.

§ 2.5 Выводы по главе 2

В главе 2 были рассмотрены основные подходы к моделированию турбулентных течений. Численное интегрирование уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS–подход) с использованием модели турбулентности SAS представляется оптимальным для определения гидродинамических характеристик обтекателей выдвижных устройств с целью дальнейшего расчета параметров вибрации конструкции, поскольку обеспечивает необходимую точность и является достаточно экономичным с точки зрения вычислительной трудоемкости.

Представлены основные уравнения математической модели, проведена верификация численного метода на основе сопоставления расчетных и экспериментальных данных, полученных для случая обтекания цилиндра большого удлинения. Определенные расхождения в результатах расчета и эксперимента в части значений коэффициентов нестационарных гидродинамических сил связаны с особенностями RANS–подхода с использованием модели турбулентности SAS: метод позволяет разрешать лишь узкий диапазон вихревых масштабов в окрестности основной частоты срыва вихрей с поверхности обтекателя, в то время как более мелкие вихри осредняются и сглаживаются.

Рассмотрен типичный обтекатель с формой сечения, отличающейся от цилиндрической. Применение таких обтекателей позволяет улучшить характеристики вибрации выдвижных устройств за счет изменения жесткостных и демпфирующих качеств. При помощи рассмотренного в главе 2 численного метода были определены гидродинамические характеристики обтекателя измененной формы. Сравнение их с аналогичными характеристиками цилиндрического обтекателя показало, что измененная форма обтекателя более предпочтительна, поскольку ее применение позволяет

значительно уменьшить значения гидродинамических сил, действующих на конструкцию, а также демпфировать возникающие колебания.

ГЛАВА 3

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ ВЫДВИЖНЫХ УСТРОЙСТВ

§ 3.1 Уравнение колебаний стержня переменного сечения

В первом приближении выдвижное устройство может быть представлено в виде прямого неоднородного стержня переменного сечения. В районе контакта конструкции с ограждением выдвижных устройств расположена промежуточная опора. Расчетная схема представлена на рисунке 13.

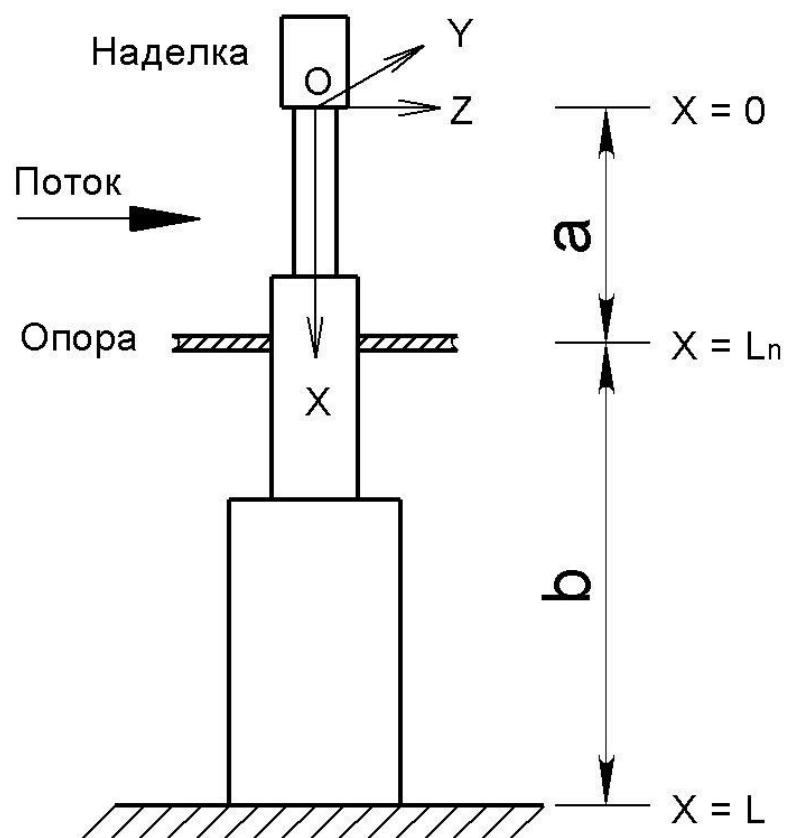


Рисунок 13 – Расчетная схема

Уравнение поперечного движения элемента стержня с длиной dx в системе координат ХОY имеет вид [67]:

$$m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{\partial Q}{\partial x} + q(x, t), \quad (3.1)$$

где $m(x)$ – погонная масса;

y – смещение в направлении Y;

Q – поперечная сила в сечении с абсциссой x ;

$q(x, t)$ – интенсивность внешней поперечной распределенной нагрузки, действующей в плоскости ХОY.

Смещениями в направлении продольной оси и инерцией вращения элемента пренебрежем. Тогда, составляя равенство моментов сил, действующих на элемент, и удерживая только члены первого порядка малости, получим:

$$\frac{\partial M}{\partial x} dx = Q dx, \quad (3.2)$$

где M – изгибающий момент в сечении с абсциссой x .

Согласно гипотезе Фойгта напряжение σ зависит от деформации ε и скорости деформации $\partial \varepsilon / \partial t$:

$$\sigma = E \left[\varepsilon + h \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right], \quad (3.3)$$

где E – модуль Юнга;

h – коэффициент внутреннего трения, который в рамках данной математической модели считается постоянным.

Изгибающий момент равен:

$$M = \left(1 + h \frac{\partial}{\partial t}\right) EJ(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (3.4)$$

где $J(x)$ – момент инерции сечения с абсциссой x .

Все инерционные характеристики стержня включают в себя значения присоединенных масс жидкости.

Исключив из (3.1) поперечную силу Q и изгибающий момент M , получим дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня переменного сечения:

$$\left(1 + h \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EJ(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t). \quad (3.5)$$

§ 3.2 Определение собственных частот и форм

Если внешняя распределенная нагрузка отсутствует $q(x, t) = 0$, то общее решение (3.5) можно представить в виде ряда [93]:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) q_n(t). \quad (3.6)$$

Подставляя (3.6) в (3.5), получаем:

$$\frac{[EJ(x)f_n'']''}{m(x)f_n} = -\frac{\ddot{q}_n}{q_n + h\dot{q}_n} = \omega_n^2, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (3.7)$$

или

$$[EJ(x)f_n'']'' - \omega_n^2 m(x)f_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (3.8)$$

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (3.9)$$

где

$$2\xi_n = h\omega_n. \quad (3.10)$$

Уравнения (3.8) и (3.9) могут быть решены независимо друг от друга.

На свободном конце ($x = 0$) равны нулю изгибающий момент и перерезывающая сила:

$$\begin{cases} f_n''(0) = 0 \\ [EJ(x)f_n'']'|_{x=0} = 0 \end{cases}, \quad (3.11)$$

а на конце с заделкой ($x = L$) равны нулю линейные и угловые перемещения:

$$\begin{cases} f_n(L) = 0 \\ f'_n(L) = 0 \end{cases}. \quad (3.12)$$

Для отыскания нетривиальных решений уравнения (3.8) с граничными условиями (3.11) и (3.12) сведем (3.8) к системе четырех дифференциальных уравнений первого порядка. Введем следующую замену:

$$\begin{cases} u_1 = f(x) \\ u_2 = f'(x) \\ u_3 = EJ(x)f''(x) \\ u_4 = [EJ(x)f''(x)]' \end{cases}. \quad (3.13)$$

С учетом (3.13), уравнение (3.8) эквивалентно системе уравнений

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dx} = u_2 \\ \frac{du_2}{dx} = \frac{u_3}{EJ(x)} \\ \frac{du_3}{dx} = u_4 \\ \frac{du_4}{dx} = \omega^2 m(x)u_1 \end{cases}, \quad (3.14)$$

или

$$\frac{d\bar{u}}{dx} = A(\omega, x)\bar{u}, \quad (3.15)$$

где

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}; \quad A(\omega, x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EJ(x)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \omega^2 m(x) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

При этом граничные условия (3.11) и (3.12) можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} u_3(0) = 0 \\ u_4(0) = 0 \\ u_1(L) = 0 \\ u_2(L) = 0 \end{cases}. \quad (3.17)$$

Если частота ω известна, то матрица коэффициентов A будет определена. Система (3.15) имеет четыре линейно-независимых частных решения, которые можно найти, численно интегрируя ее уравнения с фиксированным значением ω при следующих начальных условиях:

$$\bar{u}_1(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{u}_2(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{u}_3(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{u}_4(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Общее решение (3.15) может быть представлено в виде:

$$\bar{u} = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_3 \bar{u}_3 + C_4 \bar{u}_4, \quad (3.19)$$

или

$$u_k = C_1 u_{k1} + C_2 u_{k2} + C_3 u_{k3} + C_4 u_{k4}. \quad (3.20)$$

В случае отсутствия промежуточной опоры можно упростить (3.19), используя граничные условия на свободном конце и учитывая, что $C_3 = C_4 = 0$:

$$\bar{u} = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2. \quad (3.21)$$

Граничные условия на концах с заделкой эквивалентны системе

$$\begin{cases} C_1 u_{11}(L) + C_2 u_{12}(L) = 0 \\ C_1 u_{21}(L) + C_2 u_{22}(L) = 0 \end{cases}. \quad (3.22)$$

Нетривиальное решение получается в случае

$$D(\omega) = \begin{pmatrix} u_{11}(L) & u_{12}(L) \\ u_{21}(L) & u_{22}(L) \end{pmatrix} = 0. \quad (3.23)$$

Так как $u_{ki}(L)$ являются зависят от ω , то и величина определителя D есть функция частоты ω . Вычисляя значения D при различных ω , можно найти корни этой функции, которые будут собственными частотами ω_n .

Из (3.22) находим:

$$C_2 = -\frac{u_{11}(\omega_n, L)}{u_{12}(\omega_n, L)} C_1. \quad (3.24)$$

Тогда форма собственных колебаний имеет вид:

$$f_n(x) = C_1 \left[u_{11}(x) - \frac{u_{11}(\omega_n, L)}{u_{12}(\omega_n, L)} u_{12}(x) \right]. \quad (3.25)$$

При наличии наделки массы m_{nd} на свободном конце выдвижного устройства ($x = 0$) перерезывающая сила равна:

$$Q|_{x=0} = -m_{nd} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Big|_{x=0}. \quad (3.26)$$

Границные условия при $x = 0$ в этом случае можно представить как:

$$\begin{cases} u_3(0) = 0 \\ u_4(0) = m_{nd} \omega^2 u_1(0) \end{cases}. \quad (3.27)$$

Согласно (3.27), находим константы $C_3 = 0$ и $C_4 = m_{nd}\omega^2 C_1$. Общее решение имеет вид

$$\bar{u} = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_4 \bar{u}_4. \quad (3.28)$$

Границные условия на конце с заделкой приводят к равенствам:

$$\begin{cases} C_1 u_{11}(L) + C_2 u_{12}(L) + m_{nd}\omega^2 C_1 u_{14}(L) = 0 \\ C_1 u_{21}(L) + C_2 u_{22}(L) + m_{nd}\omega^2 C_1 u_{24}(L) = 0 \end{cases}. \quad (3.29)$$

Условием нетривиального решения (3.29) является равенство нулю определителя:

$$D(\omega) = \begin{pmatrix} u_{11}(L) + m_{nd}\omega^2 u_{14}(L) & u_{12}(L) \\ u_{21}(L) + m_{nd}\omega^2 u_{24}(L) & u_{22}(L) \end{pmatrix} = 0. \quad (3.30)$$

Для каждой собственной частоты ω_n находим взаимосвязь констант:

$$C_2 = -\frac{u_{11}(\omega_n, L) + m_{nd}\omega_n^2 u_{14}(\omega_n, L)}{u_{12}(\omega_n, L)} C_1. \quad (3.31)$$

Тогда выражение для формы собственных колебаний имеет вид:

$$f_n(x) = C_1 [u_{11}(x) + m_{nd}\omega_n^2 u_{14}(x)] + C_2 u_{12}(x). \quad (3.32)$$

При наличии опоры в сечении L_n стержень переменного сечения разбивается на два участка «a» и «b», для каждого из которых запишем общее решение:

$$\bar{u}_a = C_1^a \bar{u}_1 + C_2^a \bar{u}_2 + C_3^a \bar{u}_3 + C_4^a \bar{u}_4 = C_5 \bar{u}_1 + C_6 \bar{u}_2 + C_7 \bar{u}_3 + C_8 \bar{u}_4, \quad (3.33)$$

$$\bar{u}_b = C_1^b \bar{u}_1 + C_2^b \bar{u}_2 + C_3^b \bar{u}_3 + C_4^b \bar{u}_4 = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_3 \bar{u}_3 + C_4 \bar{u}_4. \quad (3.34)$$

С учетом граничных условий (3.27) константы C_7 и C_8 равны

$$\begin{cases} C_7 = 0, \\ C_8 = m_{nd}\omega^2 C_5, \end{cases} \quad (3.35)$$

а решение для участка «а» имеет вид

$$\bar{u}_a = C_5 \bar{u}_1 + C_6 \bar{u}_2 + m_{nd}\omega^2 C_5 \bar{u}_4 = C_5 (\bar{u}_1 + m_{nd}\omega^2 \bar{u}_4) + C_6 \bar{u}_2. \quad (3.36)$$

Примем, что реакция опоры пропорциональна перемещениям с некоторым коэффициентом k . Значение коэффициента k варьируется. Случай $k = 0$ соответствует отсутствию промежуточной опоры, при $k \rightarrow \infty$ опора считается абсолютно жесткой. Таким образом, в сечении $x = L_n$ выполняются следующие условия [55]:

$$\begin{cases} u_{1a}(L_n) = u_{1b}(L_n) \\ u_{2a}(L_n) = u_{2b}(L_n) \\ u_{3a}(L_n) = u_{3b}(L_n) \\ u_{4a}(L_n) = u_{4b}(L_n) + ku_{1b}(L_n) \end{cases}, \quad (3.37)$$

или

$$\begin{aligned} &C_1 u_{11}(L_n) + C_2 u_{12}(L_n) + C_3 u_{13}(L_n) + C_4 u_{14}(L_n) - \\ &- C_5 [u_{11}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{14}(L_n)] - C_6 u_{12}(L_n) = 0, \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} &C_1 u_{21}(L_n) + C_2 u_{22}(L_n) + C_3 u_{23}(L_n) + C_4 u_{24}(L_n) - \\ &- C_5 [u_{21}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{24}(L_n)] - C_6 u_{22}(L_n) = 0, \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} &C_1 u_{31}(L_n) + C_2 u_{32}(L_n) + C_3 u_{33}(L_n) + C_4 u_{34}(L_n) - \\ &- C_5 [u_{31}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{34}(L_n)] - C_6 u_{32}(L_n) = 0, \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned}
& C_1[u_{41}(L_n) + ku_{11}(L_n)] + C_2[u_{42}(L_n) + ku_{12}(L_n)] + \\
& + C_3[u_{43}(L_n) + ku_{13}(L_n)] + C_4[u_{44}(L_n) + ku_{14}(L_n)] - \\
& - C_5[u_{41}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{44}(L_n)] - C_6 u_{42}(L_n) = 0.
\end{aligned} \tag{3.41}$$

При $x = L$ равны нулю линейные и угловые перемещения, таким образом

$$\begin{cases} u_1(L) = 0 \\ u_2(L) = 0 \end{cases}, \tag{3.42}$$

или

$$C_1 u_{11}(L) + C_2 u_{12}(L) + C_3 u_{13}(L) + C_4 u_{14}(L) = 0, \tag{3.43}$$

$$C_1 u_{21}(L) + C_2 u_{22}(L) + C_3 u_{23}(L) + C_4 u_{24}(L) = 0. \tag{3.44}$$

Система уравнений (3.38) – (3.41), (3.43), (3.44) в матричной форме записи имеет вид

$$D(\omega) \cdot C = 0, \tag{3.45}$$

где

$$D(\omega) = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{pmatrix},$$

$$D_{11} = u_{11}(L_n), \quad D_{12} = u_{12}(L_n), \quad D_{13} = u_{13}(L_n),$$

$$D_{14} = u_{14}(L_n), \quad D_{15} = -[u_{11}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{14}(L_n)], \\ D_{16} = -u_{12}(L_n),$$

$$D_{21} = u_{21}(L_n), \quad D_{22} = u_{22}(L_n), \quad D_{23} = u_{23}(L_n),$$

$$D_{24} = u_{24}(L_n), \quad D_{25} = -[u_{21}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{24}(L_n)], \\ D_{26} = -u_{22}(L_n),$$

$$D_{31} = u_{31}(L_n), \quad D_{32} = u_{32}(L_n), \quad D_{33} = u_{33}(L_n),$$

$$D_{34} = u_{34}(L_n), \quad D_{35} = -[u_{31}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{34}(L_n)], \\ D_{36} = -u_{32}(L_n),$$

$$D_{41} = u_{41}(L_n) + k u_{11}(L_n), \quad D_{42} = u_{42}(L_n) + k u_{12}(L_n), \\ D_{43} = u_{43}(L_n) + k u_{13}(L_n),$$

$$D_{44} = u_{44}(L_n) + k u_{14}(L_n), \quad D_{45} = -[u_{41}(L_n) + m_{nd}\omega^2 u_{44}(L_n)], \\ D_{46} = -u_{42}(L_n),$$

$$D_{51} = u_{11}(L), \quad D_{52} = u_{12}(L), \quad D_{53} = u_{13}(L), \quad D_{54} = u_{14}(L)$$

$$D_{55} = 0, \quad D_{56} = 0,$$

$$D_{61} = u_{21}(L), \quad D_{62} = u_{22}(L), \quad D_{63} = u_{23}(L), \quad D_{64} = u_{24}(L)$$

$$D_{65} = 0, \quad D_{66} = 0,$$

$$C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix}.$$

После определения собственных частот ω_n находим значения констант $C_1 \dots C_6$, что позволяет записать выражения для формы собственных колебаний для участков «а» и «б»:

$$f_{na}(x) = C_5[u_{11}(x) + m_{nd}\omega^2 u_{14}(x)] + C_6 u_{12}(x), \quad (3.46)$$

$$f_{nb}(x) = C_1 u_{11}(x) + C_2 u_{12}(x) + C_3 u_{13}(x) + C_4 u_{14}(x). \quad (3.47)$$

§ 3.3 Воздействие гидродинамической нагрузки

Внешнюю гидродинамическую нагрузку, действующую на выдвижное устройство, можно представить в виде суммы стационарной и нестационарной составляющей [93]. Как правило, обтекатели выдвижных устройств симметричны в поперечном относительно потока направлении, поэтому в результате действия стационарной составляющей гидродинамической нагрузки наблюдается изгиб конструкции в лишь продольном направлении (по оси OZ). Упругая конфигурация выдвижного устройства описывается уравнением:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EJ(x) \frac{d^2 z}{dx^2} \right] = q_{st}(x) = c(x) \frac{\rho v^2}{2} d_H, \quad (3.48)$$

где $q_{st}(x)$ – погонная стационарная гидродинамическая нагрузка;

c – коэффициент гидродинамического сопротивления сечения;

v – скорость потока;

d_H – характерный размер сечения.

Система дифференциальных уравнений, эквивалентная (3.15) имеет вид:

$$\frac{d\bar{u}}{dx} = A\bar{u} + B, \quad (3.49)$$

где

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EJ(x)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q_{st}(x) \end{pmatrix}.$$

Если на наделку действует стационарная гидродинамическая сила P_{ndst} , то граничные условия можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} u_3(0) = 0 \\ u_4(0) = P_{ndst} \\ u_1(L) = 0 \\ u_2(L) = 0 \end{cases}. \quad (3.50)$$

Для решения системы (3.49) с граничными условиями (3.50) используется метод начальных параметров. Решение представляется в виде суперпозиции общего решения однородной системы и частного решения неоднородной системы, полученного при нулевых начальных условиях:

$$\bar{u}_a = C_5 \bar{u}_1 + C_6 \bar{u}_2 + C_7 \bar{u}_3 + C_8 \bar{u}_4 + \bar{u}_0, \quad (3.51)$$

$$\bar{u}_b = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_3 \bar{u}_3 + C_4 \bar{u}_4 + \bar{u}_0, \quad (3.52)$$

где

$$\bar{u}_0(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

С учетом граничных условий при $x = 0$

$$\begin{cases} C_7 = 0 \\ C_8 = P_{ndst} \end{cases}, \quad (3.53)$$

а решение для участка «а» имеет вид

$$\bar{u}_a = C_5 \bar{u}_1 + C_6 \bar{u}_2 + P_{ndst} \bar{u}_4 + \bar{u}_0. \quad (3.54)$$

Условия, выполняющиеся в сечении $x = L_n$, приводят к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} C_1 u_{11}(L_n) + C_2 u_{12}(L_n) + C_3 u_{13}(L_n) + C_4 u_{14}(L_n) - \\ - C_5 u_{11}(L_n) - C_6 u_{12}(L_n) - P_{ndst} u_{14}(L_n) = 0, \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} C_1 u_{21}(L_n) + C_2 u_{22}(L_n) + C_3 u_{23}(L_n) + C_4 u_{24}(L_n) - \\ - C_5 u_{21}(L_n) - C_6 u_{22}(L_n) - P_{ndst} u_{24}(L_n) = 0, \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} C_1 u_{31}(L_n) + C_2 u_{32}(L_n) + C_3 u_{33}(L_n) + C_4 u_{34}(L_n) - \\ - C_5 u_{31}(L_n) - C_6 u_{32}(L_n) - P_{ndst} u_{34}(L_n) = 0, \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} C_1 [u_{41}(L_n) + k u_{11}(L_n)] + C_2 [u_{42}(L_n) + k u_{12}(L_n)] + \\ + C_3 [u_{43}(L_n) + k u_{13}(L_n)] + C_4 [u_{44}(L_n) + k u_{14}(L_n)] + k u_{10}(L_n) - \\ - C_5 u_{41}(L_n) - C_6 u_{42}(L_n) - P_{ndst} u_{44}(L_n) = 0. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Границные условия при $x = L$ позволяют записать уравнения

$$C_1 u_{11}(L) + C_2 u_{12}(L) + C_3 u_{13}(L) + C_4 u_{14}(L) + u_{10}(L) = 0, \quad (3.59)$$

$$C_1 u_{21}(L) + C_2 u_{22}(L) + C_3 u_{23}(L) + C_4 u_{24}(L) + u_{20}(L) = 0. \quad (3.60)$$

Система уравнений (3.55) – (3.60) в матричной форме записи имеет вид

$$D \cdot C + B = 0, \quad (3.61)$$

где

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{pmatrix},$$

$$D_{11} = u_{11}(L_n), \quad D_{12} = u_{12}(L_n), \quad D_{13} = u_{13}(L_n),$$

$$D_{14} = u_{14}(L_n), \quad D_{15} = -u_{11}(L_n), \quad D_{16} = -u_{12}(L_n),$$

$$D_{21} = u_{21}(L_n), \quad D_{22} = u_{22}(L_n), \quad D_{23} = u_{23}(L_n),$$

$$D_{24} = u_{24}(L_n), \quad D_{25} = -u_{21}(L_n), \quad D_{26} = -u_{22}(L_n),$$

$$D_{31} = u_{31}(L_n), \quad D_{32} = u_{32}(L_n), \quad D_{33} = u_{33}(L_n),$$

$$D_{34} = u_{34}(L_n), \quad D_{35} = -u_{31}(L_n), \quad D_{36} = -u_{32}(L_n),$$

$$D_{41} = u_{41}(L_n) + ku_{11}(L_n), \quad D_{42} = u_{42}(L_n) + ku_{12}(L_n),$$

$$D_{43} = u_{43}(L_n) + ku_{13}(L_n),$$

$$D_{44} = u_{44}(L_n) + ku_{14}(L_n), \quad D_{45} = -u_{41}(L_n), \quad D_{46} = -u_{42}(L_n),$$

$$D_{51} = u_{11}(L), \quad D_{52} = u_{12}(L), \quad D_{53} = u_{13}(L), \quad D_{54} = u_{14}(L)$$

$$D_{55} = 0, \quad D_{56} = 0,$$

$$D_{61} = u_{21}(L), \quad D_{62} = u_{22}(L), \quad D_{63} = u_{23}(L), \quad D_{64} = u_{24}(L)$$

$$D_{65} = 0, \quad D_{66} = 0,$$

$$C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} -P_{ndst}u_{14}(L_n) \\ -P_{ndst}u_{24}(L_n) \\ -P_{ndst}u_{34}(L_n) \\ ku_{10}(L_n) - P_{ndst}u_{44}(L_n) \\ u_{10}(L) \\ u_{20}(L) \end{pmatrix}.$$

Определив константы $C_1 \dots C_6$, получим упругую конфигурацию консоли и распределение силовых факторов вдоль нее при действии стационарной гидродинамической нагрузки.

При воздействии на выдвижное устройство нестационарных гидродинамических нагрузок рассматриваются его колебания относительно упругой конфигурации, возникшей под действием стационарных гидродинамических сил.

Представим нестационарные гидродинамические силы в виде:

$$q(x, t) = q(t)P(x), \quad (3.62)$$

и подставим разложение в ряд по собственным формам (3.6) в уравнение (3.5):

$$(q_n + h\dot{q}_n) \left[EJ(x) \sum_{n=1}^{\infty} f_n'' \right]'' + m(x) \sum_{n=1}^{\infty} f_n \ddot{q}_n = q(t)P(x). \quad (3.63)$$

Умножив (3.63) на f_n и проинтегрировав от 0 до L, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$m_n(\ddot{q}_n + 2\varepsilon_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n) = Q_n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (3.64)$$

где

$$m_n = \int_0^L m(x) f_n^2 dx, \quad (3.65)$$

$$2\varepsilon_n = h \frac{k_n}{m_n}, \quad (3.66)$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_n}{m_n}, \quad (3.67)$$

$$k_n = \int_0^L EJ(x) (f_n'')^2 dx, \quad (3.68)$$

$$Q_n = q(t) \int_0^L P(x) f_n dx. \quad (3.69)$$

Предположим, что нестационарная гидродинамическая нагрузка действует по гармоническому закону:

$$q(x, t) = q(t)P(x) = P_{gd}(x) \cos \omega t. \quad (3.70)$$

С учетом выражения (3.70) обобщенные силы равны:

$$Q_n = \cos \omega t \int_0^L P_{gd}(x) f_n dx = Q'_n \cos \omega t. \quad (3.71)$$

Подставляя (3.71) в (3.64), получим:

$$\ddot{q}_n + 2\varepsilon_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{Q'_n}{m_n} \cos \omega t, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.72)$$

Решение (3.72) можно записать в виде:

$$q_n = A_n \cos(\omega t - \varphi_n), \quad (3.73)$$

где

$$A_n = \frac{Q'_n}{m_n \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\varepsilon_n^2 \omega^2}}, \quad (3.74)$$

$$\varphi_n = \operatorname{arctg} \frac{2\varepsilon_n \omega}{\omega_n^2 - \omega^2}. \quad (3.75)$$

Анализ (3.74) показывает, что при близких значениях частоты срыва вихрей ω и какой-либо из собственных частот конструкции выдвижного устройства ω_n возможно возникновение резонансных явлений, выражющихся в значительном росте значений амплитуды колебаний.

Таким образом, выражение для вынужденных колебаний выдвижных устройств имеет вид:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) A_n \cos(\omega t - \varphi_n). \quad (3.76)$$

§ 3.4 Гидродинамическое демпфирование колебаний

Рассмотрим поперечные колебания сечения обтекателя выдвижного устройства в потоке жидкости, схема которых показана на рисунке 14. Сечение обтекается под некоторым углом атаки α . В случае малых колебаний α будет являться малым углом, равным $\alpha = (1/v) \cdot (\partial y / \partial t)$ [93]. При этом в линейной области зависимость коэффициента боковой силы от угла атаки имеет вид:

$$c_y(\alpha) = c_y^\alpha \alpha. \quad (3.77)$$

Тогда значение демпфирующей силы для единицы длины обтекателя в случае малых колебаний равно:

$$\begin{aligned} F_y &= -c_y(\alpha) \frac{\rho \left[v^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right]}{2} d_H = -c_y(\alpha) \frac{\rho v^2 (1 + \alpha^2)}{2} d_H \approx \\ &\approx -c_y^\alpha \alpha \frac{\rho v^2}{2} d_H = -c_y^\alpha \frac{1}{v} \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\rho v^2}{2} d_H = -\beta \frac{\partial y}{\partial t}, \quad \beta = c_y^\alpha \frac{1}{v} \frac{\rho v^2}{2} d_H, \end{aligned} \quad (3.78)$$

где d_H – характерный размер сечения.

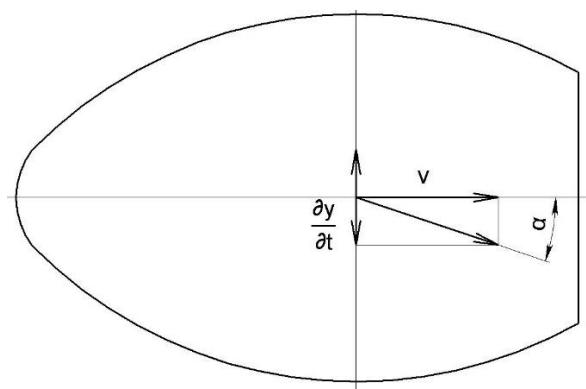


Рисунок 14 – Поперечные колебания сечения выдвижного устройства в потоке жидкости

Подставляя (3.78) в (3.5) и выполняя преобразования, аналогичные описанным в § 2.4, получаем:

$$\ddot{q}_n + 2\varepsilon_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{Q'_n}{m_n} \cos \omega t, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.79)$$

где

$$2\varepsilon_n = \frac{k_n h + \tilde{\beta}_n}{m_n}, \quad \tilde{\beta}_n = \int_0^L \beta(x) f_n^2 dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.80)$$

Анализируя (3.79) и (3.80), можно отметить, что демпфирование колебаний выдвижных устройств в линейной области осуществляется как за счет сил внутреннего трения, так и вследствие действия гидродинамических сил.

§ 3.5 Численная реализация аналитического метода расчета колебаний выдвижных устройств

Описанный аналитический метод был реализован в пользовательских программах [87, 88], написанных на языке MatlabR2016. Программа [88] позволяет производить расчет поперечных и продольных колебаний выдвижных устройств, имеющих промежуточную опору и состоящих из шести звеньев и наделки.

В качестве входных данных задаются массоинерционные, жесткостные и гидродинамические характеристики каждого звена и наделки. В случае меньшего количества звеньев допускается разбивать однородное звено на несколько участков, каждый из которых будет считаться программой как отдельное звено. Помимо этого, задается положение промежуточной опоры и ее коэффициент податливости k .

На основе входных данных в специальном блоке вычисляются значения собственных частот для поперечных и продольных колебаний. Вычисленные значения собственных частот используются при расчете характеристик вибрации выдвижных устройств. В результате выполнения расчета пользователь получает следующие выходные данные:

- распределение максимальных значений линейных перемещений по длине выдвижного устройства;
- распределение максимальных значений угловых перемещений по длине выдвижного устройства;
- распределение максимальных значений изгибающего момента по длине выдвижного устройства;
- распределение максимальных значений перерезывающей силы по длине выдвижного устройства;

- распределение максимальных значений нормальных напряжений по длине выдвижного устройства;
- распределение максимальных значений касательных напряжений по длине выдвижного устройства;
- скорости на границах зон резонанса.

Главное окно программы [88] представлено на рисунке 15.

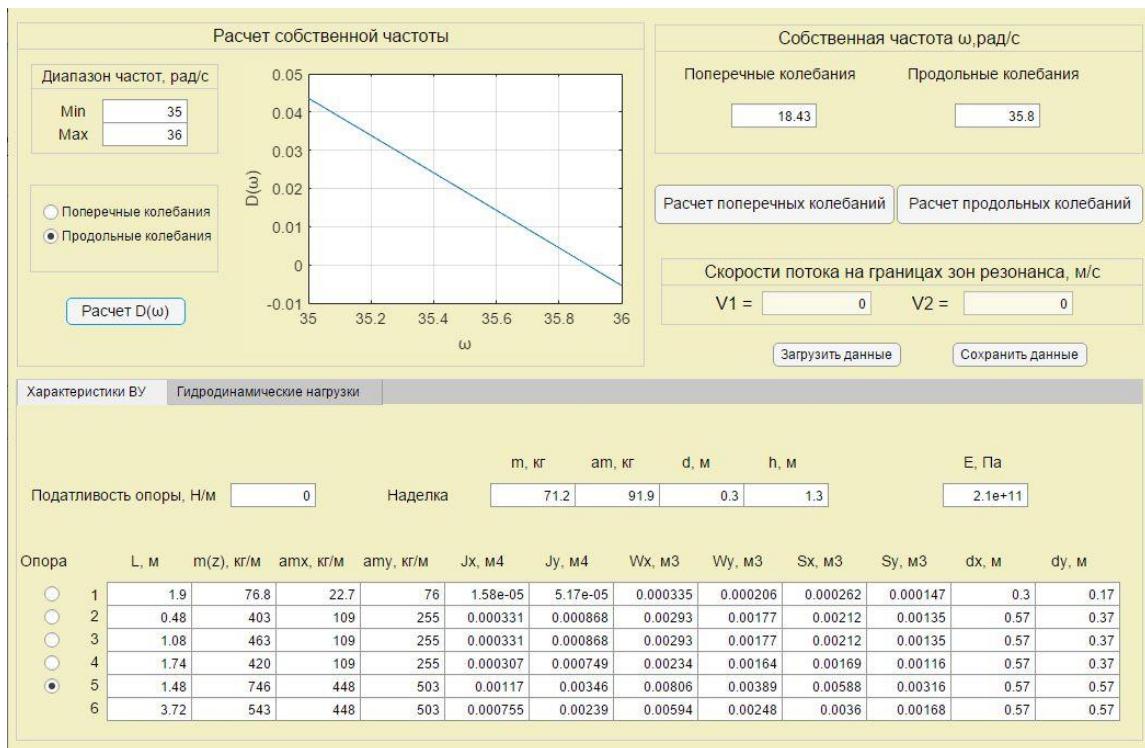


Рисунок 15 – Главное окно программы для расчета характеристик вибрации выдвижных устройств с учетом влияния промежуточной опоры

§ 3.6 Выводы по главе 3

В главе 3 рассмотрены основные подходы к определению характеристик вибрации выдвижных устройств. Экспериментальные методы характеризуются дороговизной, а современные численные методы, позволяющие проводить расчет колебаний выдвижного устройства в сопряженной постановке, отличаются повышенной вычислительной трудоемкостью и необходимостью верификации.

Аналитический метод, рассмотренный в работе, позволяет оперативно вычислять перемещения и напряжения, возникающие в процессе взаимодействия выдвижного устройства с потоком жидкости. На основе массоинерционных и жесткостных характеристик стержня переменного сечения, который схематизирует выдвижное устройство, определяются собственные частоты поперечных и продольных колебаний. В состав исходных данных также входят гидродинамические характеристики обтекателей выдвижного устройства.

Программные реализации [87, 88] описанного метода могут быть использованы в проектно-конструкторской деятельности для быстрого выполнения расчетов, направленных на определение напряженно-деформируемого состояния выдвижных устройств при различных скоростях хода подводного объекта. Помимо этого, результаты, полученные с помощью такого подхода можно использовать для верификации более сложных расчетных методов, основанных на совместном численном решении уравнений гидродинамики и механики деформируемого твердого тела.

ГЛАВА 4**РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ В ПОТОКЕ
ЖИДКОСТИ****§ 4.1 Структура и постановка задачи**

Взаимодействие упругой конструкции с потоком жидкости в общем случае характеризуется зависимостью нестационарных гидродинамических сил от деформаций. Подобные явления принято называть гидроупругими [41]. Численное моделирование гидроупругих процессов на сегодняшний день хоть и является задачей, отличающейся повышенной вычислительной трудоемкостью, также является мощным инструментом изучения проблем взаимодействия жидкости и конструкции. В частном случае, когда амплитуды колебаний выдвижного устройства малы, влиянием деформаций на структуру потока можно пренебречь. Это позволит значительно сократить время, необходимое для проведения расчетов.

Гидроупругую систему можно рассматривать как задачу, состоящую из гидродинамической части, в результате решения которой определяются гидродинамические силы, действующие на обтекатель, а также динамической части, в которой на основе данных о гидродинамических воздействиях вычисляются реакции конструкции – перемещения и напряжения.

Методы, использующиеся для решения гидродинамической и динамической части, нуждаются в верификации. Верификация методов гидродинамической части описана в главе 2. Достоверность аналитического метода, представленного в главе 3, может быть подтверждена с помощью сопоставления результатов с данными, полученными при численном решении уравнений механики деформируемого твердого тела методом конечных элементов (МКЭ).

Простейшим видом консольной конструкции является однородный стержень, один конец которого заделан, а другой – свободен. Стержень характеризуется большим удлинением (отношением длины L к диаметру D), равным 20, что позволяет оценивать его гидродинамические характеристики на основе данных из главы 2. Однако в районе заделки может формироваться развитый пограничный слой, влияющий на гидродинамические характеристики выдвижного устройства. Толщина турбулентного пограничного слоя δ для пластины оценивается как [98]:

$$\frac{\delta}{L_1} = 0,37 \cdot Re^{-1/5}, \quad (4.1)$$

где L_1 – расстояние от передней кромки пластины до заделки.

На рисунке 16 представлено поле абсолютной величины скорости потока в среднем сечении расчетной области для типичного подводного объекта, оснащенного ограждением выдвижных устройств.

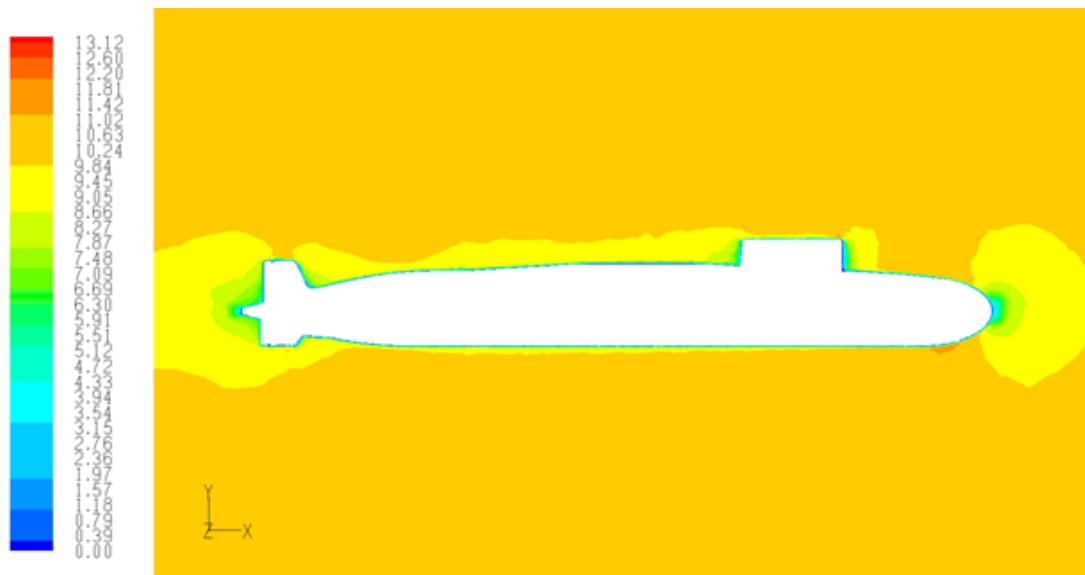


Рисунок 16 – Поле абсолютной величины скорости потока (м/с) в среднем сечении расчетной области для типичного подводного объекта

Можно отметить, что поток в районе верхней части ограждения слабо отличается от невозмущенного. Таким образом, степень влияния пограничного слоя, формирующегося в районе заделки, на гидродинамические характеристики выдвижного устройства зависит от соотношения толщины пограничного слоя δ и длины конструкции L . По мере уменьшения δ/L и увеличения L/D значения основных гидродинамических характеристик стержня будут стремиться к значениям, представленным в главе 2.

На рисунке 17 представлена расчетная схема взаимодействия стержня с потоком жидкости (скорость потока $v = 0,75$ м/с). Данный случай является достаточно простым с точки зрения определения гидродинамических характеристик, поэтому они будут вычисляться с учетом влияния пограничного слоя, формирующегося в районе заделки.

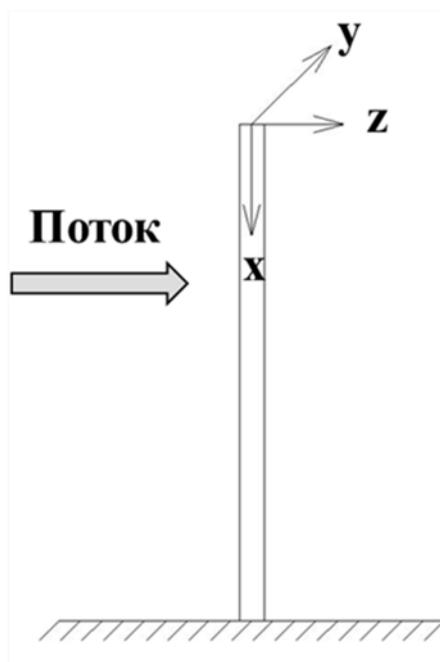


Рисунок 17 – Расчетная схема взаимодействия стержня с потоком жидкости

§ 4.2 Гидродинамическая часть

На рисунке 18 представлена расчетная область с основными граничными условиями. Для данной области была сгенерирована расчетная сетка, состоящая из $3 \cdot 10^7$ гексаэдральных ячеек. На входной границе расчетной области задавалась скорость потока $v = 0,75$ м/с и параметры турбулентности (интенсивность турбулентности $I_t = 0,5\%$ и характерный масштаб $L_t = 0,116$ м). На выходной границе задавалось давление в дальнем поле ($p = 0$). На поверхности стержня и нижней границе расчетной области задавались условия непротекания и прилипания, на остальных границах – условие симметрии.

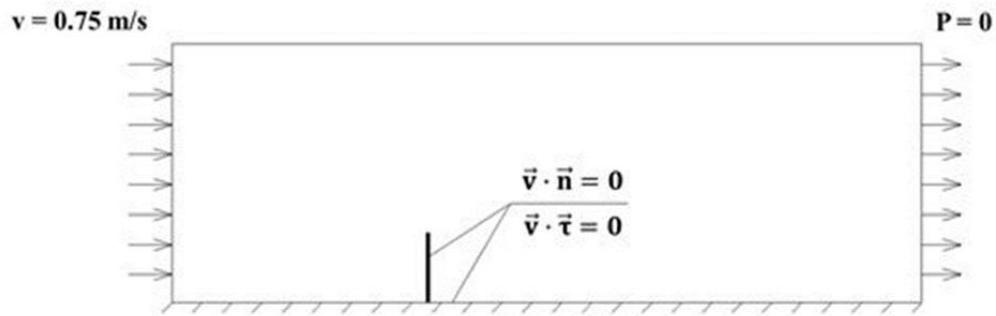


Рисунок 18 – Расчетная область и граничные условия

В результате выполнения расчета были получены характеристики нестационарных гидродинамических сил, действующих на стержень. В таблице 3 приведены амплитудные значения коэффициентов гидродинамических сил, а также число Струхала Sh, характеризующее периодический срыв вихрей с поверхности стержня. Определенные расхождения в значениях гидродинамического воздействия на стержень большого удлинения и заделанный стержень можно объяснить влиянием пограничного слоя, формирующегося в районе заделки.

Таблица 3 – Характеристики нестационарных гидродинамических сил, действующих на заделанный стержень

Характеристика	Значение
Коэффициент стационарной силы лобового сопротивления $C_{x st}$	0,87
Коэффициент нестационарной силы лобового сопротивления $C_{x vibr}$	0,04
Коэффициент нестационарной боковой силы $C_{y vibr}$	0,2
Число Струхала Sh	0,2

§ 4.3 Динамическая часть

Данные из таблицы 3 были использованы для расчета характеристик вибрации при помощи программы, основанной на аналитическом методе. В таблице 4 представлены основные геометрические и жесткостные характеристики стержня.

Таблица 4 – Характеристики стержня

Характеристика	Значение
Диаметр D, м	0,116
Длина L, м	2,32
Удлинение L/D	20
Плотность материала ρ , кг/м ³	7850
Модуль Юнга материала E, Па	$2 \cdot 10^{11}$
Момент инерции сечения $J_y = J_z$, м ⁴	$8,88 \cdot 10^{-6}$
Момент сопротивления $W_y = W_z$, м ³	$1,53 \cdot 10^{-4}$
Статический момент сечения $S_y = S_z$, м ³	$1,3 \cdot 10^{-4}$

На рисунках 19 – 24 представлены распределения максимальных значений линейных перемещений Δ , нормальных напряжений σ и касательных напряжений τ по длине стержня L, возникающих при поперечных и продольных колебаниях.

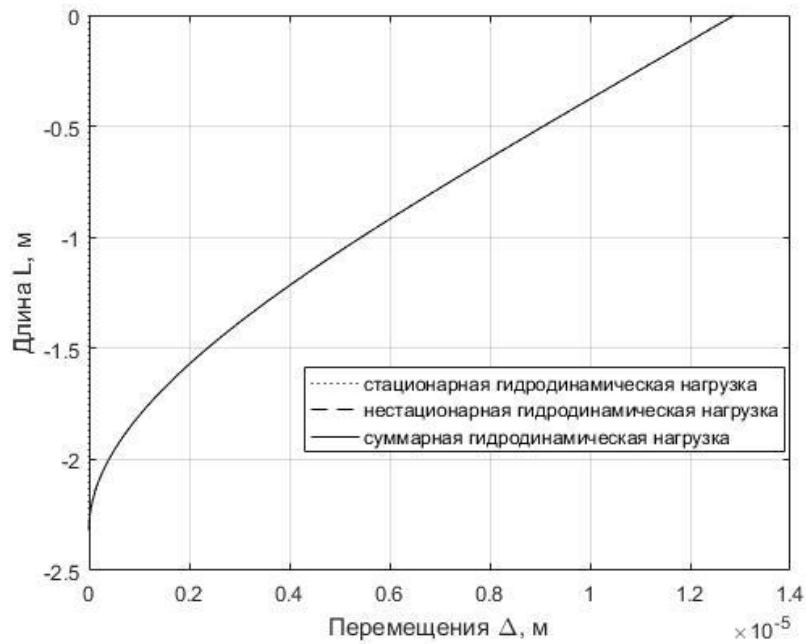


Рисунок 19 – Распределение максимальных значений линейных перемещений по длине стержня (поперечные колебания)

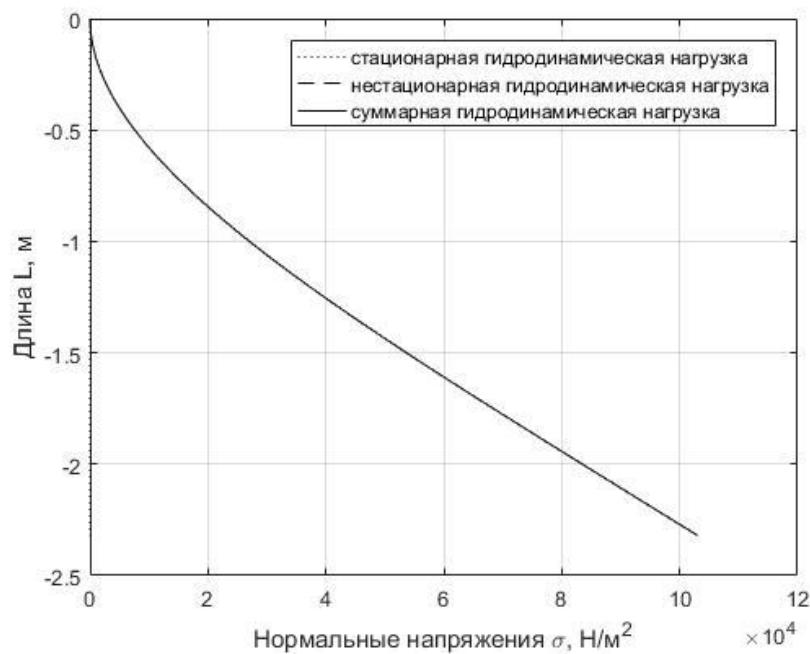


Рисунок 20 – Распределение максимальных значений нормальных напряжений по длине стержня (поперечные колебания)

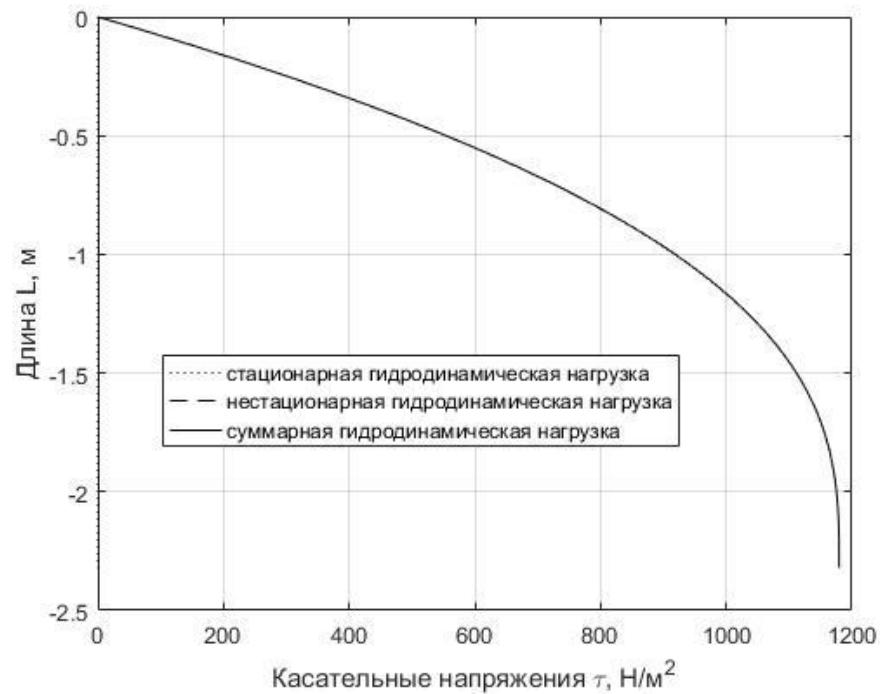


Рисунок 21 – Распределение максимальных значений касательных напряжений по длине стержня (поперечные колебания)

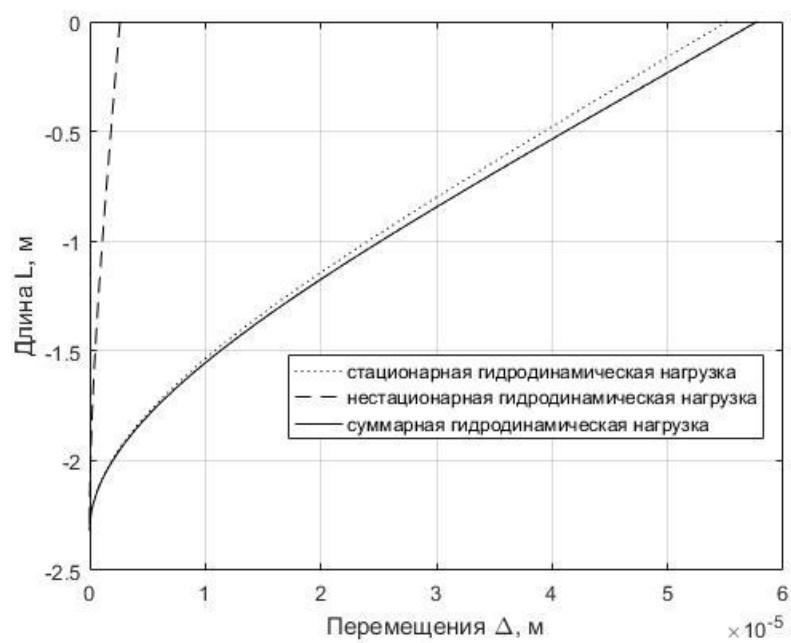


Рисунок 22 – Распределение максимальных значений линейных перемещений по длине стержня (продольные колебания)

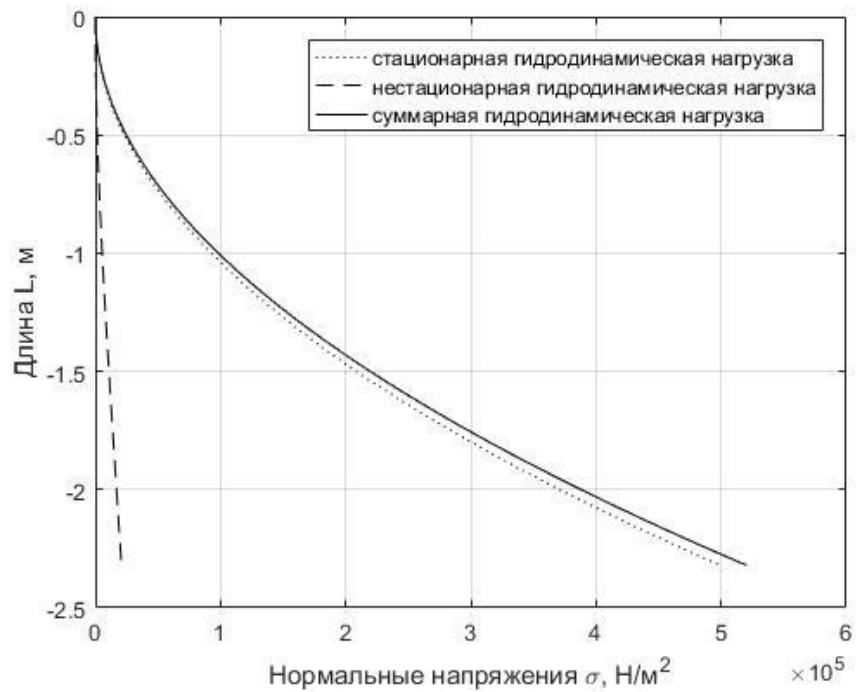


Рисунок 23 – Распределение максимальных значений нормальных напряжений по длине стержня (продольные колебания)

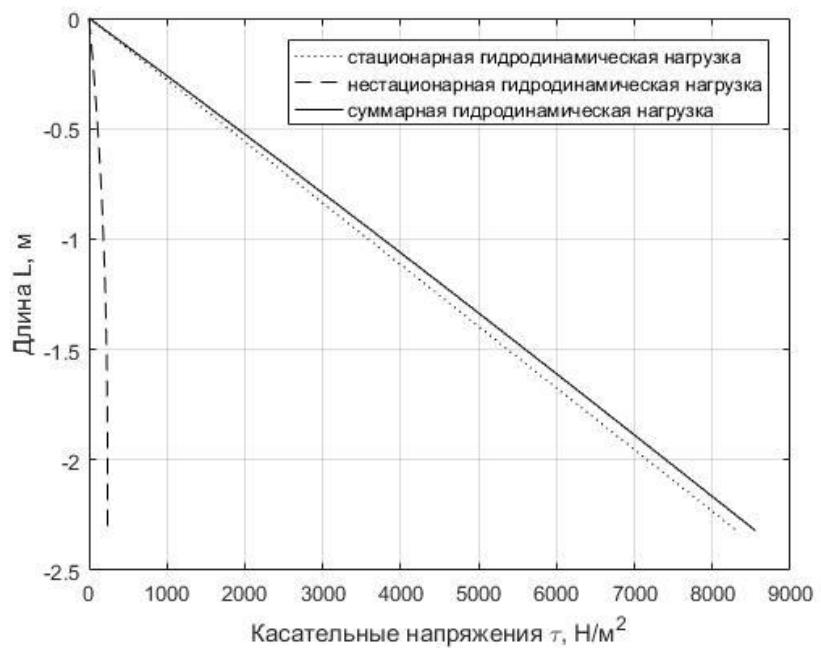


Рисунок 24 – Распределение максимальных значений касательных напряжений по длине стержня (продольные колебания)

Аналогичные расчеты были проведены в программном комплексе Ansys Mechanical с использованием метода конечных элементов (МКЭ). Трехмерная модель стержня, показанная на рисунке 25, была разбита на конечные элементы в модуле Transient Structural, после чего к ней были поочередно приложены гидродинамические нагрузки, выраженные в виде [57]:

$$q_x = D \frac{\rho v^2}{2} [c_{x \text{ st}} + c_{x \text{ vibr}} \sin(\omega t)], \quad (4.2)$$

$$q_y = D \frac{\rho v^2}{2} c_{y \text{ vibr}} \sin(\omega t). \quad (4.3)$$

Выражение для частоты ω имеет вид:

$$\omega = 2\pi \frac{Sh}{D} v. \quad (4.4)$$

Согласно экспериментальным данным [38], для поперечных колебаний $Sh = 0,2$, для продольных – $Sh = 0,35$.

Результаты МКЭ–расчета достаточно хорошо согласуются с результатами расчета, основанного на аналитических соотношениях. Сравнение распределений максимальных значений линейных перемещений по длине стержня, полученных при помощи аналитического метода и МКЭ, показано на рисунках 26 и 27. Определенные различия связаны с тем, что аналитический метод основан на одномерной балочной модели, которая хорошо описывает деформацию стержня в целом, однако плохо подходит для расчета местных напряжений в районе заделки [67].

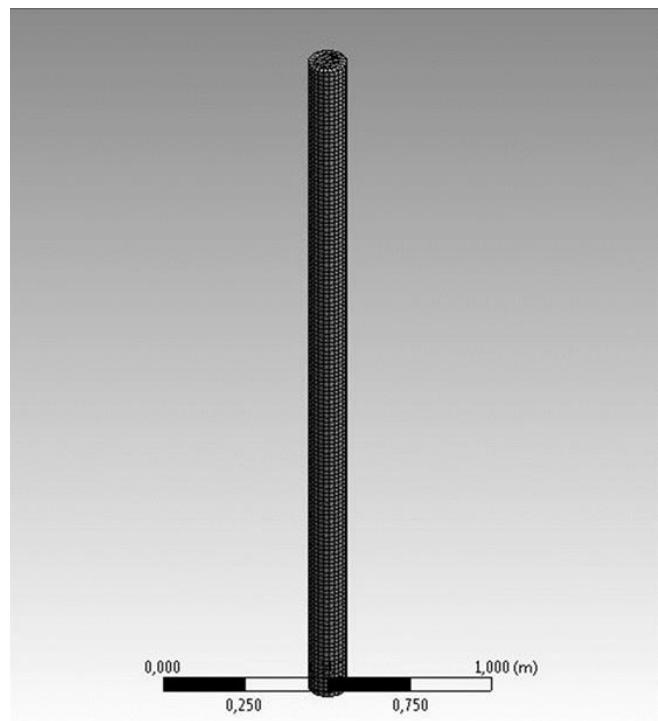


Рисунок 25 – Трехмерная модель стержня, разбитая на конечные элементы

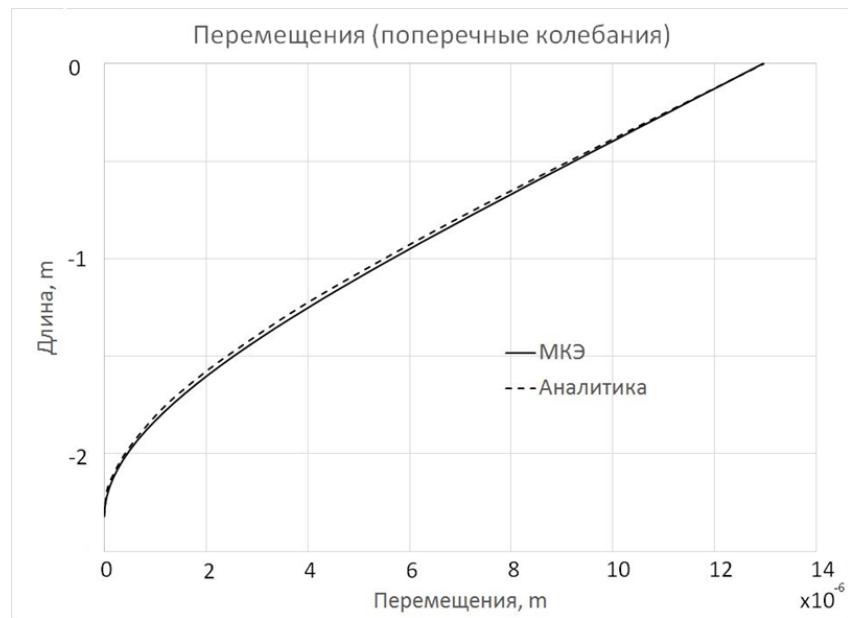


Рисунок 26 – Сравнение максимальных значений перемещений, полученных при помощи аналитического метода и МКЭ (поперечные колебания)

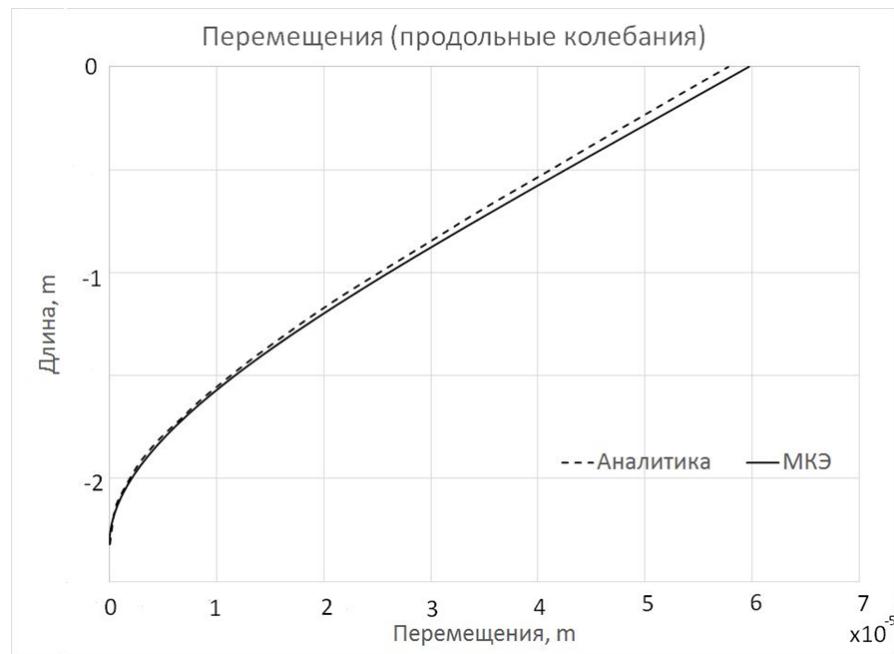


Рисунок 27 – Сравнение максимальных значений перемещений, полученных при помощи аналитического метода и МКЭ (продольные колебания)

§ 4.4 Гаситель вибрации гидродинамического типа

Поскольку вихревая вибрация выдвижных устройств является негативным фактором, борьбе с ней уделялось значительное внимание. Для устранения вибрации перископов приходилось уменьшать скорость хода и глубину подводной лодки в перископном положении, из-за чего ухудшались ее мореходные качества, а также управляемость. Попытки повысить жесткость конструкции за счет ее прочности приводили к утяжелению выдвижного устройства без достижения существенного эффекта [42].

Одним из способов уменьшения вибрации выдвижных устройств является применение различного рода гасителей. Часто выдвижные устройства снабжаются обтекателями в форме крылового профиля [41], что позволяет за счет улучшения характеристик обтекания снизить амплитудные значения действующих нестационарных гидродинамических сил. Кроме того, такие обтекатели имеют повышенные характеристики жесткости в продольном направлении и характеристики демпфирования в поперечном направлении, что также способствует уменьшению вибрации. Однако использование данного типа гасителей требует значительного места при размещении данной конструкции на подводном объекте.

Достаточно перспективными являются гасители гидродинамического типа. Их принцип действия основан на внесении в вихревой след за обтекателем стабилизирующей струи, вследствие чего уменьшаются амплитудные значения нестационарных гидродинамических сил. В исследовании [9] отмечается, что с ростом скорости струи, истекающей из отверстия в донном срезе, уменьшается коэффициент сопротивления продольно обтекаемого цилиндра. Авторы работы [53] рассматривают двумерное обтекание цилиндра, который был оснащен системой отсоса жидкости и формирования из нее низконапорной струи, истекающей из отверстия в кормовой части. Данная система способствует подавлению

дорожки Кармана, стабилизации следа за цилиндром, что приводит к уменьшению амплитудных значений нестационарных гидродинамических сил.

Качественная оценка эффективности системы стабилизации вихревого следа основана на результатах расчетов двумерного обтекания кругового цилиндра, оснащенного срезом для подачи струи, расположенным в кормовой части. Параметры течения определялись при помощи численного интегрирования уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS) с использованием модели турбулентности SAS. Диаметр цилиндра $D = 0,1$ м, ширина среза $H = 0,01$ м, скорость набегающего потока $v_0 = 1$ м/с. Скорость струи v_1 варьировалась от 0 до 5 м/с.

Поля завихренности для случаев $v_1 = 0$, $v_1 = 2,5$ м/с и $v_1 = 5$ м/с представлены на рисунках 28 – 30. Структура дорожки Кармана, формирующаяся при неработающем гасителе (скорость струи $v_1 = 0$), с ростом скорости струи изменяется, и при $v_1 = 5$ м/с вихревой след за цилиндром полностью стабилизируется.

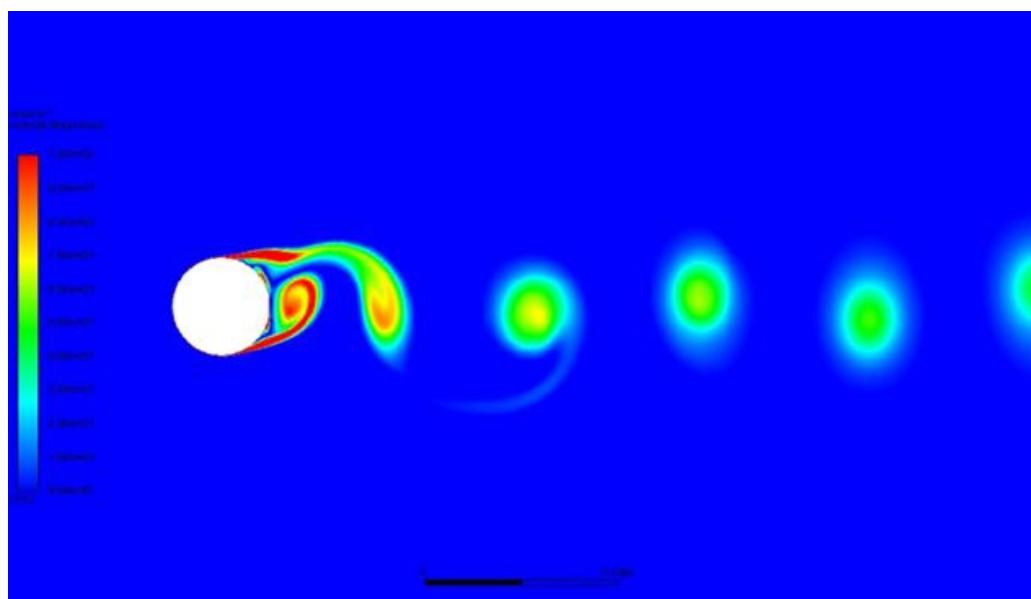


Рисунок 28 – Поле завихренности ($1/c$) при $v_1 = 0$

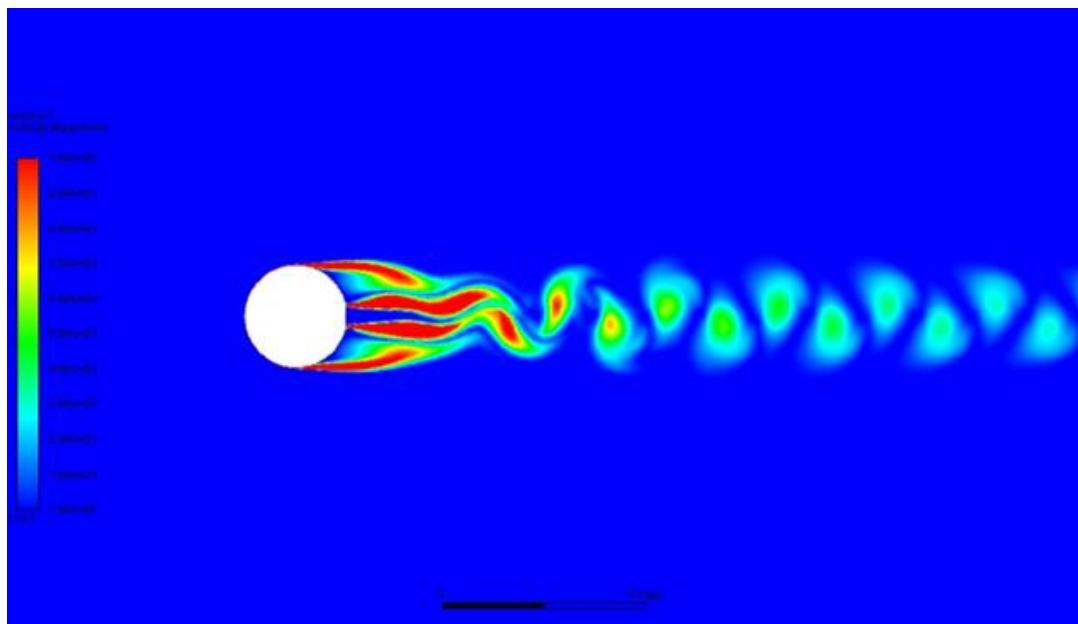


Рисунок 29 – Поле завихренности ($1/c$) при $v_1 = 2,5 \text{ м/с}$

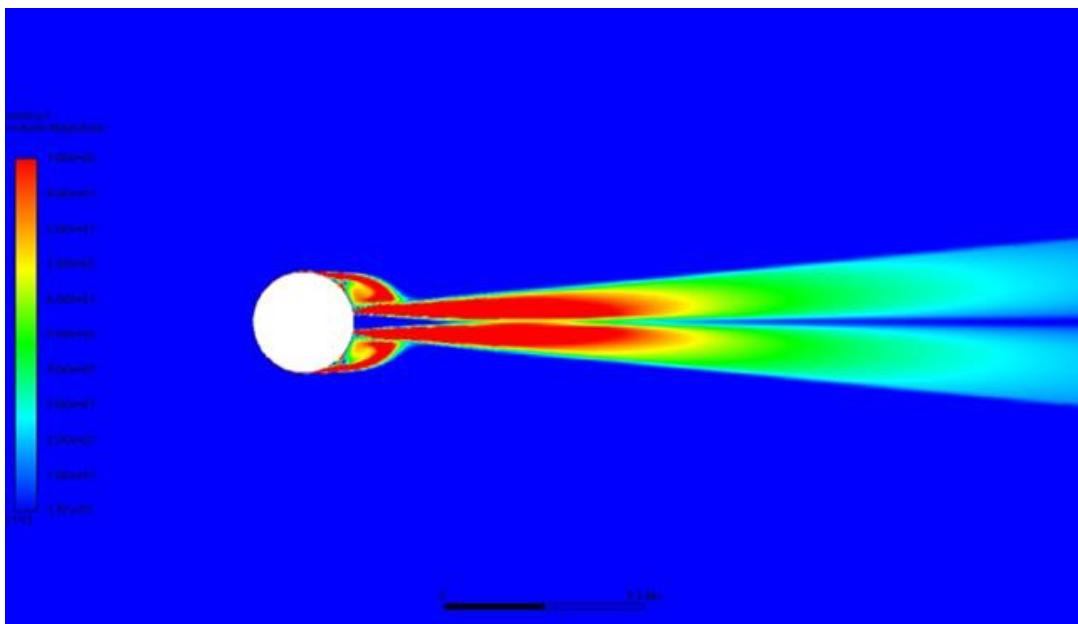


Рисунок 30 – Поле завихренности ($1/c$) при $v_1 = 5 \text{ м/с}$

Однако, как было показано ранее, течение около цилиндра имеет принципиально трехмерную структуру, поэтому его нестационарные гидродинамические характеристики не могут быть рассчитаны с достаточной степенью точности при решении плоской задачи.

На рисунке 31 показан один из возможных вариантов реализации обтекателя, оснащенного гасителем гидродинамического типа. Фрагмент обтекателя, используемый для расчета гидродинамических характеристик с работающим и неработающим гасителем, имеет диаметр $D = 0,1$ м и длину $L = 0,5$ м. В кормовой части расположены отверстия с диаметром $d = 0,01$ м на расстоянии $h = 0,1$ м друг от друга [62].

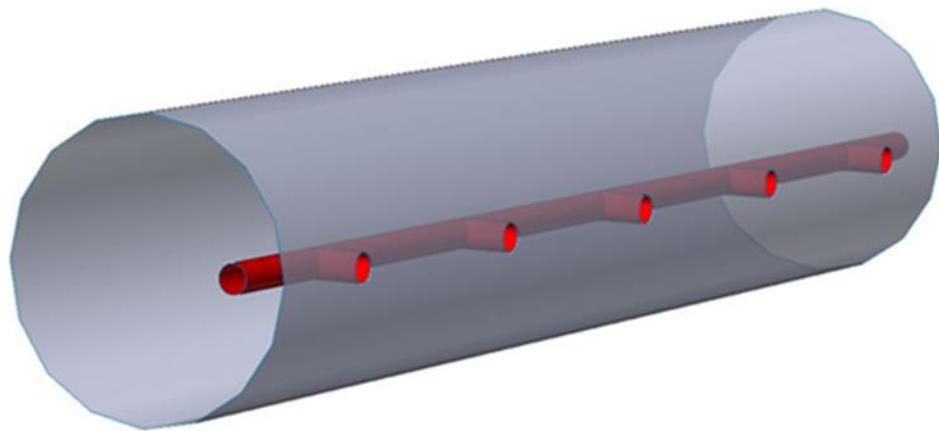


Рисунок 31 – Фрагмент обтекателя, оснащенного гасителем вибрации гидродинамического типа

Скорость набегающего потока составляла $v_0 = 1$ м/с. Расчеты проводились при неработающем и работающем гасителе (скорости струй $v_1 = 0$ и $v_1 = 2,5$ м/с соответственно). Полученные поля скорости и завихренности для обоих случаев показаны на рисунках 32 и 33.

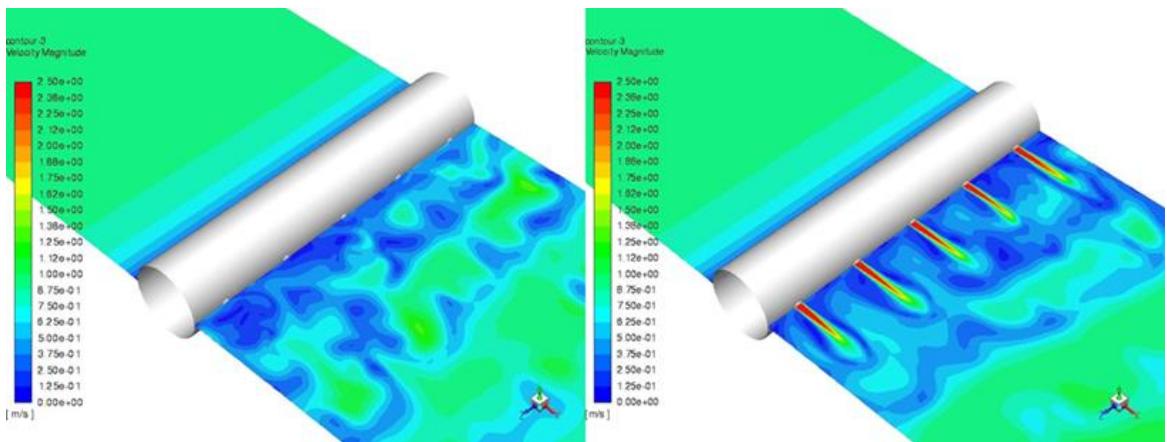


Рисунок 32 – Поля скорости (м/с) при неработающем (слева) и работающем (справа) гасителе вибрации

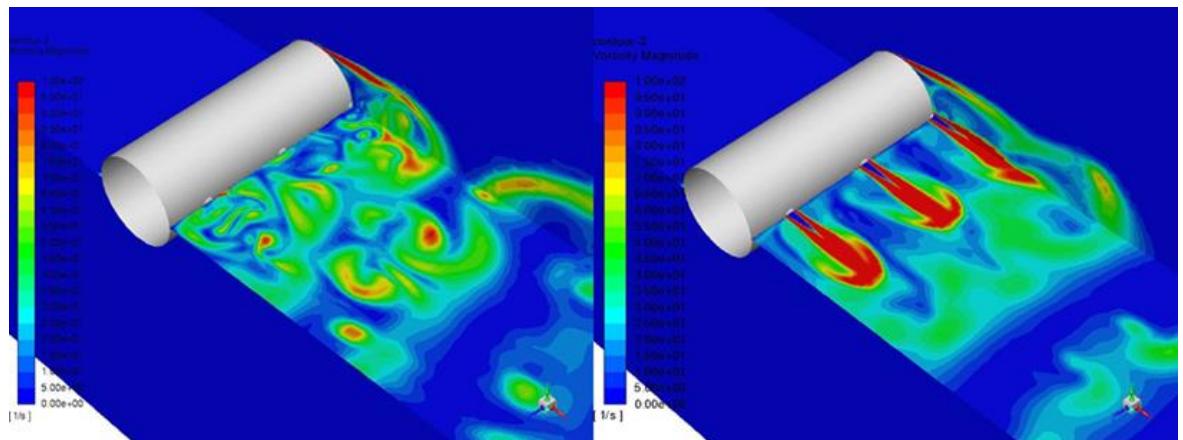


Рисунок 33 – Поля завихренности (1/с) при неработающем (слева) и работающем (справа) гасителе вибрации

Анализ полей гидродинамических параметров течения показывает, что работа гасителя вносит существенные изменения в структуру потока. При этом амплитудное значение коэффициента нестационарной боковой силы уменьшается в 3 – 3,5 раза. Зависимость значения коэффициента c_y нестационарной боковой силы от времени t показана на рисунке 34.

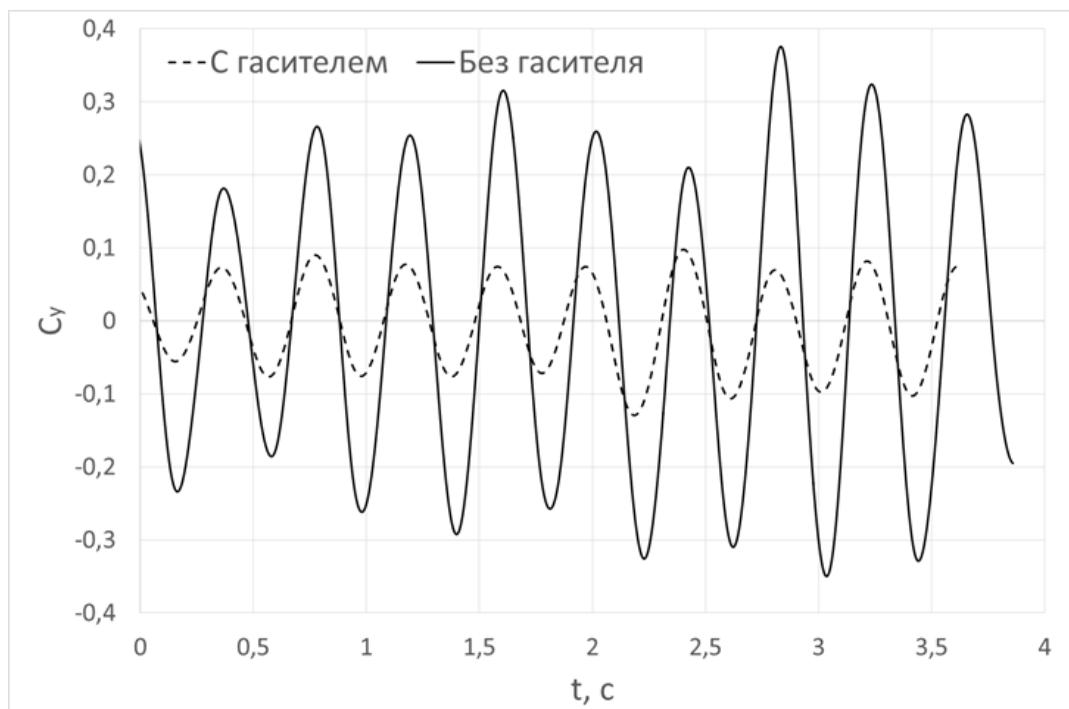


Рисунок 34 – Зависимость коэффициента C_y нестационарной боковой силы от времени t

Рассмотрим характеристики вибрации цилиндрического однородного стержня с диаметром $D = 0,1$ м и длиной $L = 2$ м, один конец которого заделан, а другой – свободен. Конструкция оснащена рассмотренным ранее гидродинамическим гасителем вибраций. В результате взаимодействия с потоком жидкости, скорость которого составляет 1 м/с, стержень совершает продольные и поперечные колебания, которые можно рассматривать отдельно друг от друга. В рамках диссертационного исследования ограничимся лишь рассмотрением поперечных колебаний.

Сравнивая распределения максимальных значений перемещений, нормальных и касательных напряжений по длине стержня при работающем и неработающем гасителе, графики которых показаны на рисунках 35 – 37, можно отметить, что применение гасителя с режимом истечения струй, скорость которых в 2,5 раза превышает скорость набегающего потока,

позволяет существенно (приблизительно в 3 раза) уменьшить максимальные значения рассматриваемых характеристик вибрации.

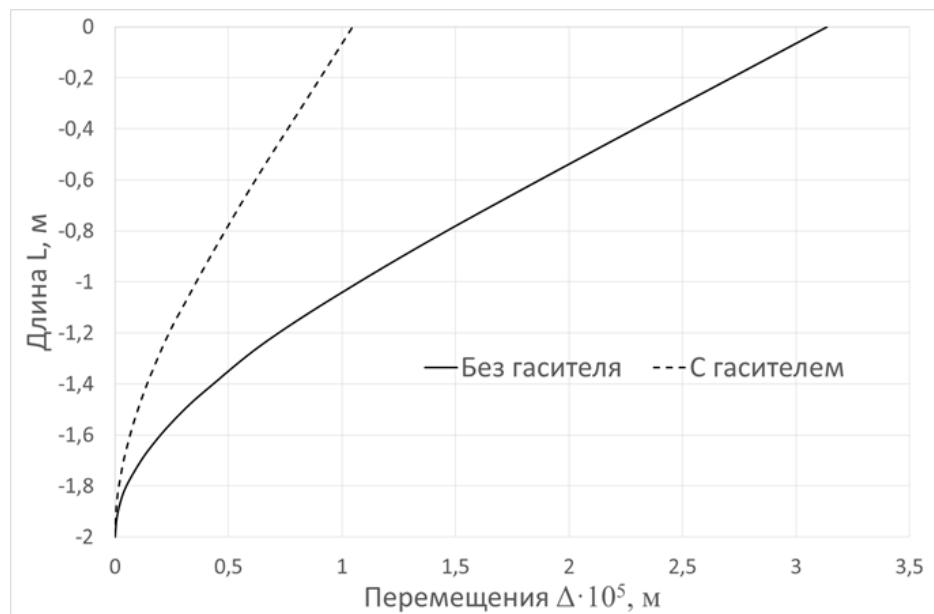


Рисунок 35 – Распределение максимальных значений перемещений по длине стержня при работающем и неработающем гасителе

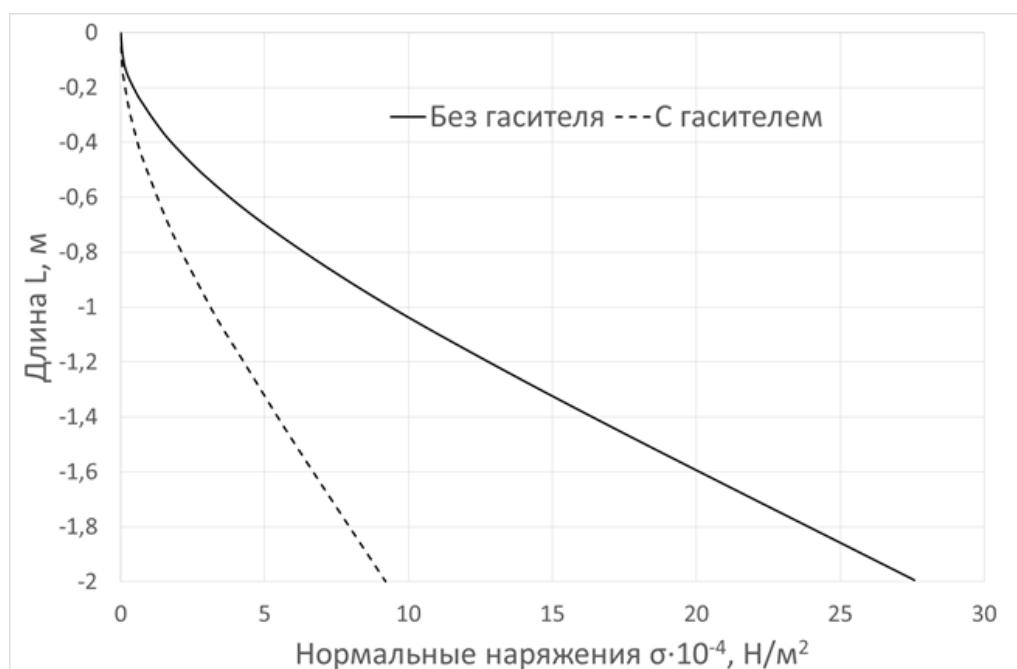


Рисунок 36 – Распределение максимальных значений нормальных напряжений по длине стержня при работающем и неработающем гасителе

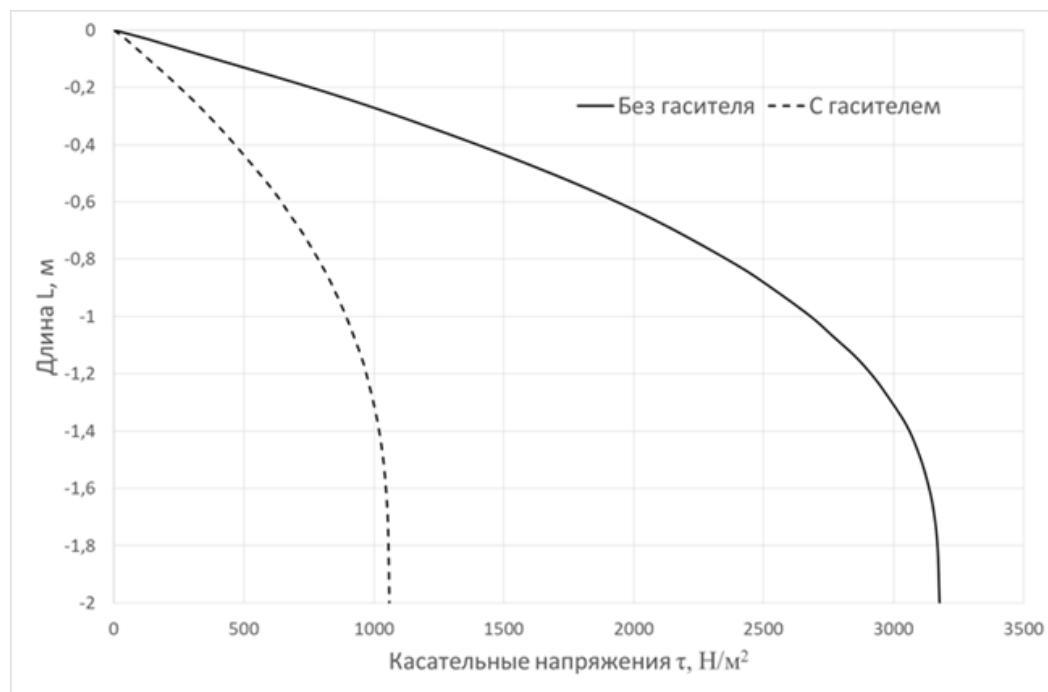


Рисунок 37 – Распределение максимальных значений касательных напряжений по длине стержня при работающем и неработающем гасителе

Подобное изменение максимальных значений перемещений и напряжений позволяет предположить, что применение гасителей гидродинамического типа в составе реальных выдвижных устройств является эффективным средством борьбы с вибрацией и позволит значительно улучшить эксплуатационные характеристики как самих устройств, так и подводного объекта в целом.

§ 4.5 Выводы по главе 4

В главе 4 рассматривается общий подход к проведению расчета колебаний выдвижного устройства в потоке жидкости. Гидроупругий характер данной задачи заключается во взаимном влиянии действующих гидродинамических сил и деформаций конструкции. В частном случае малых колебаний влиянием деформации выдвижного устройства на значения гидродинамических сил можно пренебречь.

В качестве примера был проведен расчет колебаний в потоке жидкости простейшего выдвижного устройства – цилиндрического прямого однородного стержня.

В результате решения гидродинамической части определены гидродинамические характеристики заделанного стержня. Определенные расхождения в значениях коэффициентов гидродинамических сил связаны с влиянием пограничного слоя, формирующегося у поверхности заделки. Такое влияние будет менее существенным в случае расположения конструкции вблизи носовой части ограждения выдвижных устройств, а также при большом удлинении L/D . Полученные гидродинамические воздействия были использованы для решения динамической части задачи. В случае расчета реальных выдвижных устройств, звенья которых как правило обладают большим удлинением, допускается использовать гидродинамические характеристики, рассчитанные без учета краевых эффектов.

Решение динамической части предполагает определение параметров вибрации стержня под действием нестационарных гидродинамических сил. С помощью аналитического метода, описанного в главе 3, и МКЭ были рассчитаны распределения максимальных значений перемещений и напряжений по длине стержня. Оба метода позволяют получить схожие результаты. При этом аналитический метод хорошо подходит для быстрых поверочных расчетов вибраций выдвижных устройств. МКЭ следует

применять на этапе решения динамической части задачи о колебаниях выдвижного устройства под воздействием потока жидкости в полной сопряженной постановке, когда учитывается влияние перемещений конструкции на гидродинамические силы. Это представляется целесообразным, когда перемещения значительны и допущение о малых колебаниях перестает быть справедливым.

Поскольку вибрация выдвижных устройств является фактором, негативно влияющим на эксплуатационные характеристики как самих устройств, так и подводного объекта в целом, был рассмотрен такой способ борьбы с ней, как применение гасителей вибрации гидродинамического типа. Согласно результатам расчетов, применение предложенной схемы гидродинамического гасителя позволило снизить максимальные значения перемещений и напряжений, возникающих при вибрации стержня, в 3 раза. Это позволяет предположить, что применение гидродинамических гасителей является достаточно эффективным способом борьбы с вихревой вибрацией выдвижных устройств.

ГЛАВА 5

РАСЧЕТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ ТЕЛА

§ 5.1 Экспериментальный и расчетный метод определения гидродинамических характеристик колеблющегося в потоке тела

В процессе решения гидродинамической части гидроупругой задачи возникает необходимость учета деформаций конструкции выдвижного устройства, данные о которых получают из решения динамической части. Во многих современных решателях реализованы различные алгоритмы деформации и перестройки определенных ячеек расчетной области. Расчетные сетки при использовании таких алгоритмов называются динамическими. Адекватность численных методов, используемых в расчетах с применением динамических сеток, должна быть подтверждена с помощью сопоставления результатов численного решения с экспериментальными данными и аналитическими оценками.

В качестве объекта рассматривалось прямоугольное крыло малого удлинения с 20% профилем НЕЖ, оснащенное концевыми шайбами для устранения краевых эффектов, показанное на рисунке 38. В экспериментах, проведенных в ЛПИ [99], данное крыло совершало вращательные колебания в воздушном потоке. Колебания совершились с амплитудой 10° относительно оси, расположенной на расстоянии 35% хорды от носа крыла. Удлинение крыла $\lambda = 1,335$ (хорда $b = 200$ мм, размах $L = 267$ мм). Удобство монтажа датчиков, позволяющих регистрировать изменения мгновенного распределения давления, достигалось тем, что крыло было выполнено в виде четырех отдельных блоков. Эксперимент проводился в аэrodинамической трубе с открытой рабочей частью, скорость потока составляла $v_0 = 22,8$ м/с,

что соответствует числу Рейнольдса $Re = 3,14 \cdot 10^5$, а частота колебаний крыла $n = 7,46$ Гц (число Струхала $Sh = 0,411$).

Трехмерная модель данного крыла, построенная на основе экспериментальной и показанная на рисунке 39, использовалась для генерации расчетной сетки, центральное сечение которой представлено на рисунке 40.

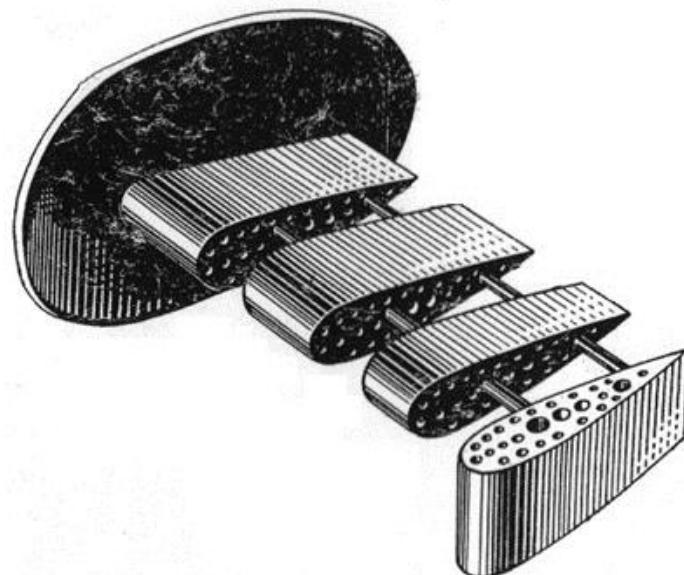


Рисунок 38 – Экспериментальная модель крыла

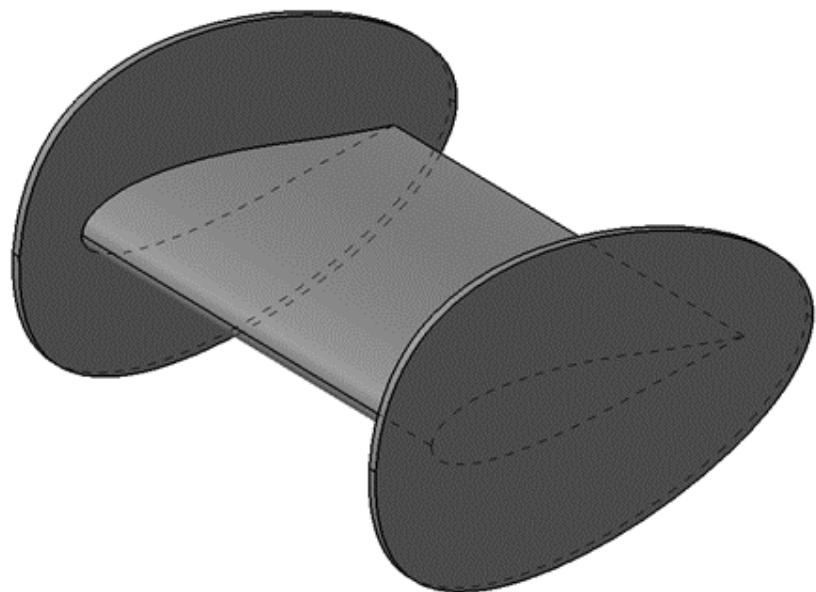


Рисунок 39 – Трехмерная модель крыла

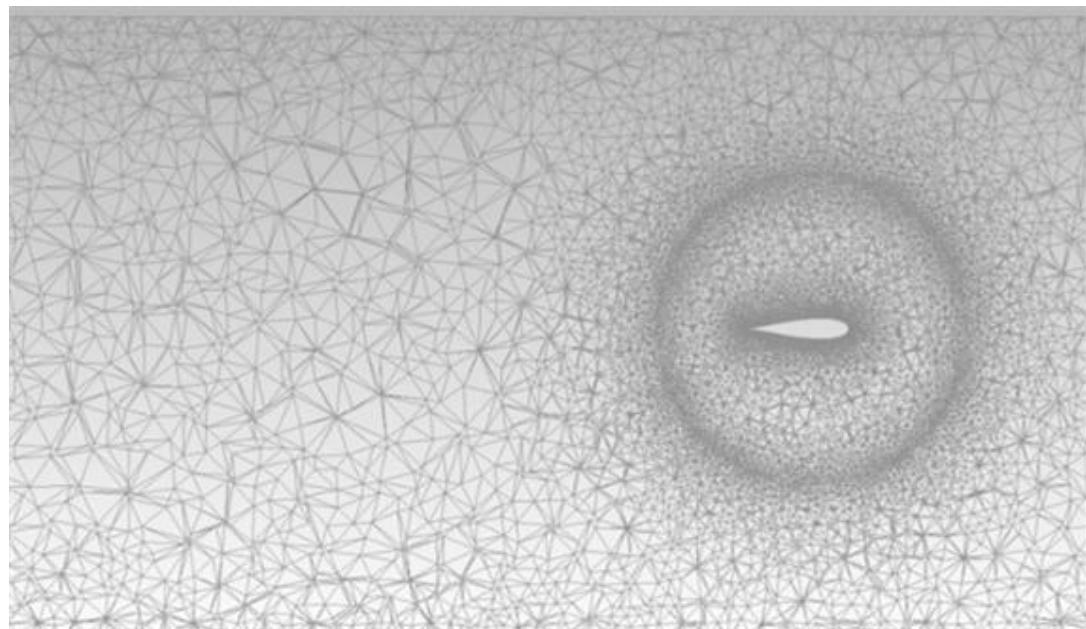


Рисунок 40 – Сечение расчетной сетки

Расчетная сетка состоит из двух подобластей: внешняя неподвижная, имеющая форму параллелепипеда со сферическим вырезом, и внутренняя сферическая, совершающая колебания относительно внешней части вместе с крылом. Обмен данными между подобластями обеспечивал скользящий интерфейс.

Расчет проводился при помощи численного интегрирования уравнений Рейнольдса, замкнутых при помощи модели турбулентности k- ε Realizable.

Амплитудное значение коэффициента подъемной силы $c_{yA} = 0,27$, полученное в результате расчета, достаточно хорошо согласуется с экспериментальным значением $c_{yA} = 0,26$, что подтверждает возможность использования метода для определения гидродинамических сил, возникающих при обтекании колеблющегося объекта потоком жидкости.

После расчета в потоке воздуха при том же числе Рейнольдса была проведена серия расчетов для водной среды. При этом частоты колебаний крыла составили $n = 0,52$ Гц; $0,7$ Гц; $1,14$ Гц и $4,56$ Гц ($Sh = 0,41; 0,56; 0,91; 3,65$). Скорость потока воды составляла $1,57$ м/с.

В результате выполнения расчетов было получено значение производной коэффициента подъемной силы по углу атаки $c_y^\alpha = 3,12$ [64].

§ 5.2 Теория квазиустановившегося обтекания крыла

Принятие допущения о квазиустановившемся характере движения крыла с использованием линеаризованной теории позволяет получить выражения для гидродинамических характеристик крыла, совершающего поступательно-вращательные колебания в потоке жидкости [96].

Квазиустановившийся характер движения, состоящего из переменных линейных и угловых перемещений, предполагает, что гидродинамические характеристики крыла, совершающего такое движение, в любой момент времени одинаковы с гидродинамическими характеристиками крыла, движущегося с постоянной линейной и угловой скоростью, равной действительным мгновенным значениям этих скоростей. Гипотеза о квазиустановившемся движении справедлива при достаточно медленных перемещениях крыла, когда поля гидродинамических параметров при нестационарном обтекании крыла близки соответствующим полям установившегося движения.

Теория квазиустановившегося движения крыла позволяет получить выражения для подъемной силы F_y и вращательного момента относительно оси вращения M_z крыла, совершающего поступательно-вращательные колебания в потоке жидкости:

$$F_y = \frac{\rho v^2}{2} b L c_y^\alpha \left[\alpha + \frac{1}{v_0} \frac{dh}{dt} + \frac{1}{v_0} \left(\frac{3}{4} b - x_0 \right) \frac{d\alpha}{dt} \right], \quad (5.1)$$

$$M_z = \frac{\rho v^2}{2} b^2 L \cdot \\ \cdot \left\{ -\frac{b\pi}{8v_0} \frac{d\alpha}{dt} + \left(\frac{x_0}{b} - \frac{1}{4} \right) c_y^\alpha \left[\alpha + \frac{1}{v_0} \frac{dh}{dt} + \frac{1}{v_0} \left(\frac{3}{4} b - x_0 \right) \frac{d\alpha}{dt} \right] \right\}, \quad (5.2)$$

где ρ – плотность жидкости;

v_0 – скорость набегающего потока;

b – хорда профиля;

L – размах крыла;

x_0 – расстояние от передней кромки профиля до оси вращения;

α – угол атаки;

h – вертикальное перемещение крыла.

На рисунках 41 – 44 показаны расчетные и теоретические зависимости коэффициентов подъемной силы c_y и продольного вращательного момента m_z , которые определялись как

$$c_y = \frac{F_y}{\frac{\rho v_0^2}{2} b L}, \quad (5.3)$$

$$m_z = \frac{M_z}{\frac{\rho v_0^2}{2} b^2 L}, \quad (5.4)$$

а также безразмерного угла перекладки α/α_0 от времени t при частотах колебаний крыла $n = 1,14$ Гц и $n = 4,56$ Гц.

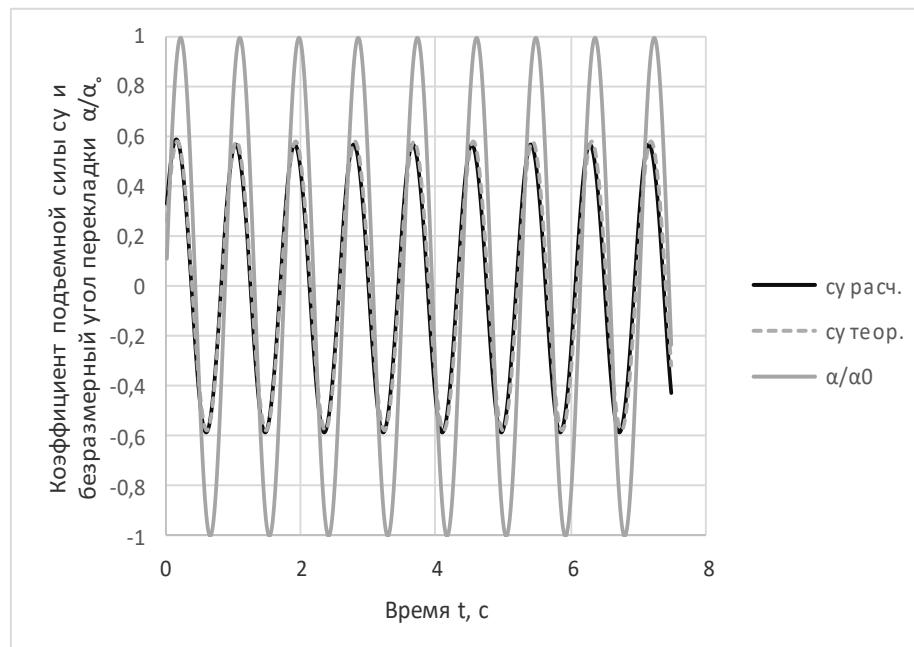


Рисунок 41 – Зависимости теоретического и расчетного значений коэффициента подъемной силы c_y теор. и c_y расч., а также безразмерного угла перекладки α/α_0 от времени t при частоте колебаний крыла $n = 1,14$ Гц

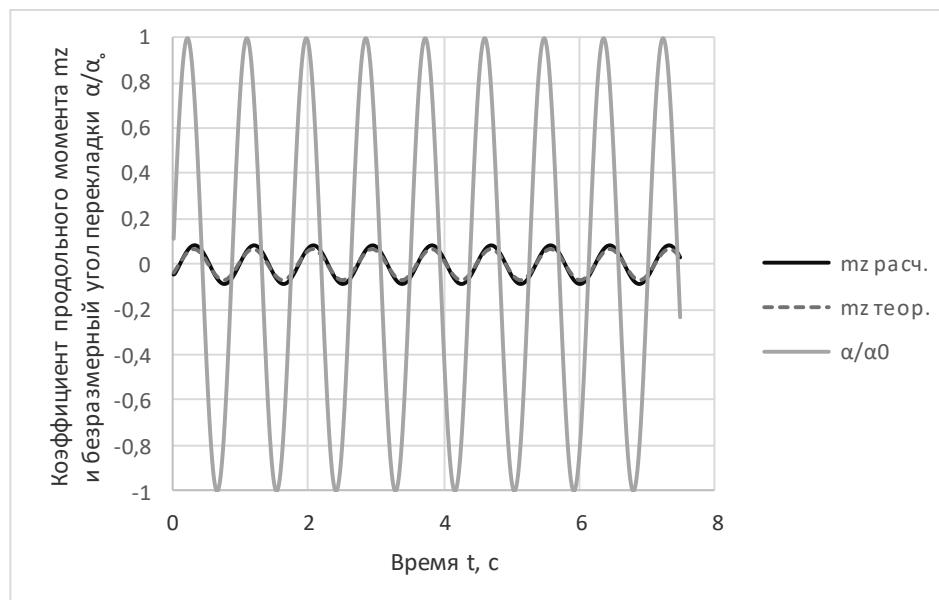


Рисунок 42 – Зависимости теоретического и расчетного значений коэффициента вращательного момента m_z теор. и m_z расч., а также безразмерного угла перекладки α/α_0 от времени t при частоте колебаний крыла $n = 1,14$ Гц

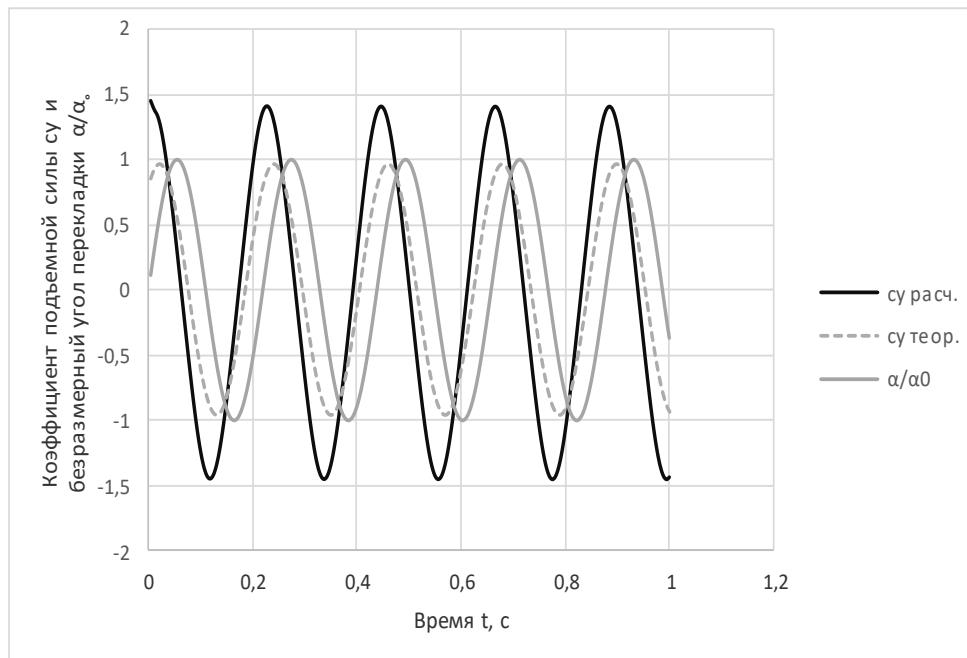


Рисунок 43 – Зависимости теоретического и расчетного значений коэффициента подъемной силы C_y теор. и C_y расч., а также безразмерного угла перекладки α/α_0 от времени t при частоте колебаний крыла $n = 4,56$ Гц

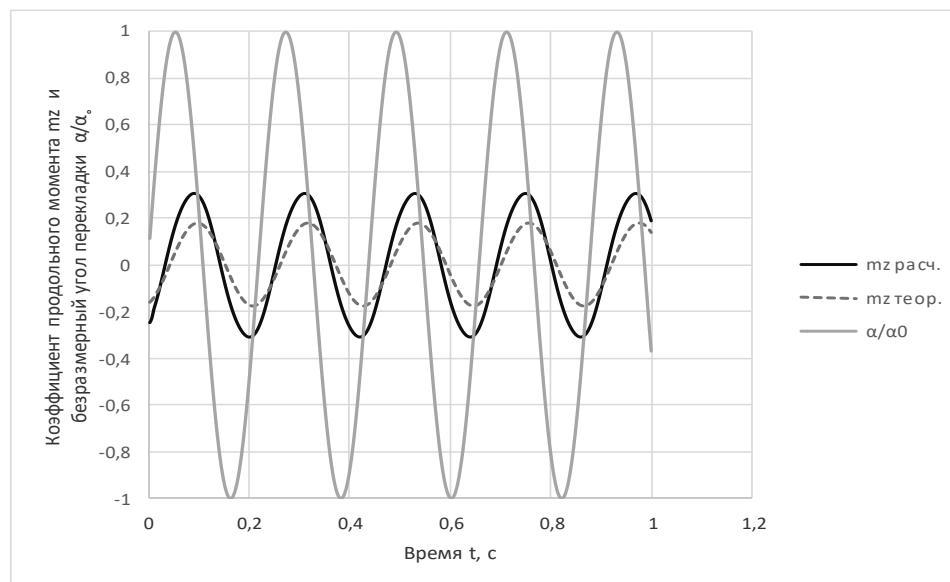


Рисунок 44 – Зависимости теоретического и расчетного значений коэффициента вращательного момента m_z теор. и m_z расч., а также безразмерного угла перекладки α/α_0 от времени t при частоте колебаний крыла $n = 4,56$ Гц

Несмотря на то, что соотношения (5.1) и (5.2) не учитывают влияние присоединенных масс жидкости, для относительно малых частот колебаний крыла наблюдается хорошее согласование значений гидродинамических сил и моментов, полученных в результате численного расчета и по теории квазиустановившегося обтекания. Это обусловлено тем, что поля гидродинамических параметров в случае низких частот колебаний близки к соответствующим полям при стационарном обтекании крыла с фиксированным углом перекладки. При этом небольшой скос потока в кормовой части выражен незначительно. С ростом частоты колебаний усиливается роль нестационарных эффектов, связанных с влиянием присоединенных масс жидкости, а также приростом циркуляции около крыла, возникающей при внезапном увеличении скоса потока. Картина обтекания значительно отличается от стационарного обтекания, что приводит к расхождениям в численных и теоретических результатах. Поля давления и скорости в центральном сечении расчетной области показаны на рисунках 45 – 48.

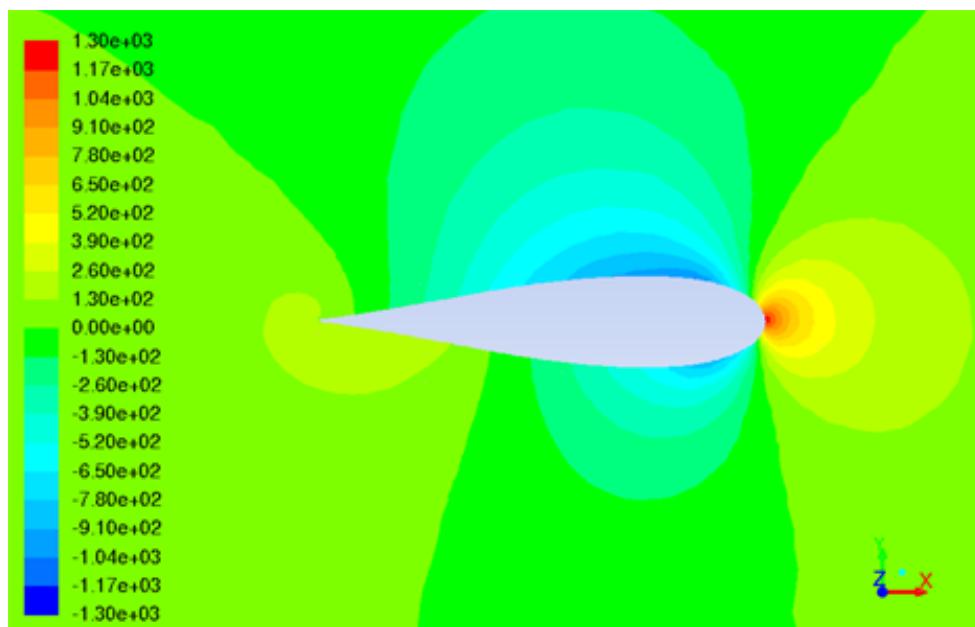


Рисунок 45 – Поле давления в центральном сечении расчетной области
(частота колебаний $n = 1,14$ Гц)

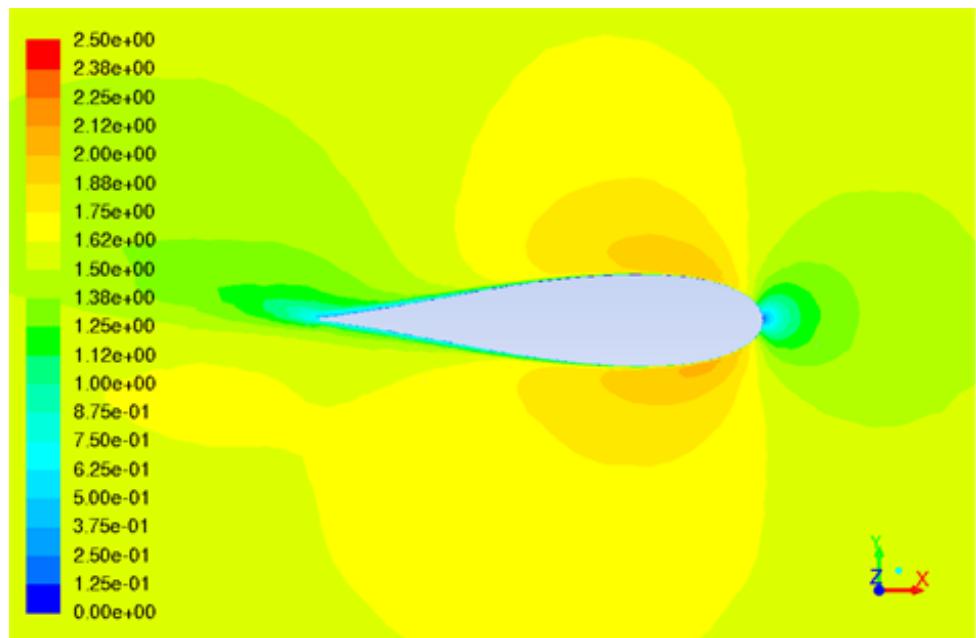


Рисунок 46 – Поле скорости в центральном сечении расчетной области
(частота колебаний $n = 1,14 \text{ Гц}$)

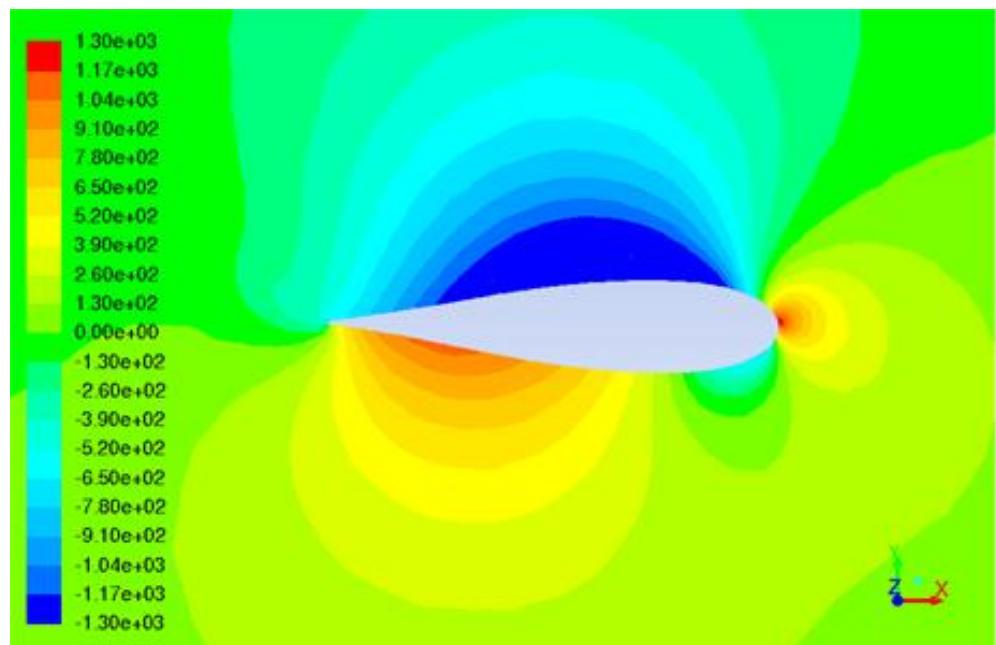


Рисунок 47 – Поле давления в центральном сечении расчетной области
(частота колебаний $n = 4,56 \text{ Гц}$)

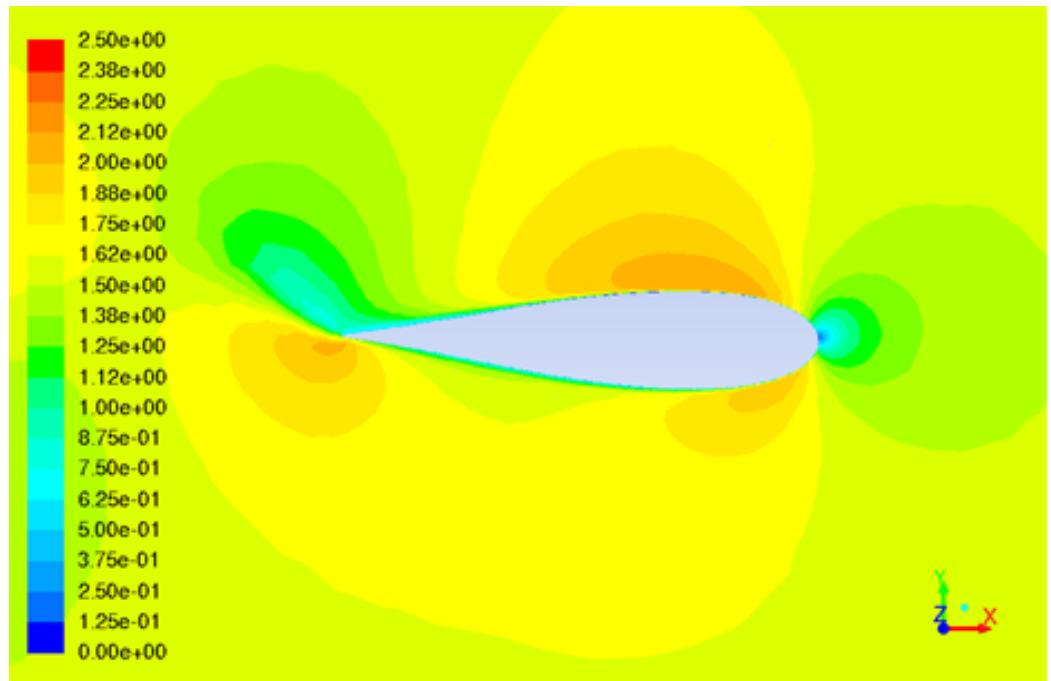


Рисунок 48 – Поле скорости в центральном сечении расчетной области
(частота колебаний $n = 4,56$ Гц)

§ 5.3 Теория нестационарного движения тонкого крыла

Влияние сил инерции присоединенных масс жидкости, а также прироста сил циркуляционной природы, возникающих из-за внезапного увеличения скоса потока, позволяет учесть линеаризованная теория нестационарного движения тонкого крыла. Выражения для подъемной силы F_y и продольного момента M_z имеют вид [13]:

$$F_y = \pi \rho b_1^2 L \left[\frac{d^2 h}{dt^2} + v_0 \frac{d\alpha}{dt} - b_1 a_h \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \right] + \\ + 2\pi \rho v_0 b_1 C(k) L \left[\frac{dh}{dt} + v_0 \alpha + b_1 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \frac{d\alpha}{dt} \right], \quad (5.5)$$

$$M_z = \pi \rho b_1^2 L \left[a_h b_1 \frac{d^2 h}{dt^2} - v_0 b_1 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \frac{d\alpha}{dt} - b_1^2 \left(\frac{1}{8} + a_h^2 \right) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \right] + \\ + 2\pi \rho v_0 b_1^2 \left(a_h + \frac{1}{2} \right) C(k) L \left[\frac{dh}{dt} + v_0 \alpha + b_1 \left(\frac{1}{2} - a_h \right) \frac{d\alpha}{dt} \right], \quad (5.6)$$

где $b_1 = b/2$ – полуходра профиля;

$a_h = (x_0 - b_1)/b_1$ – относительное расстояние между осью вращения и серединой хорды профиля;

$k = 2\pi n b_1 / v_0$ – приведенная частота колебаний крыла;

$C(k)$ – функция Теодорсена:

$$C(k) = F(k) + iG(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)}, \quad (5.7)$$

где $H_0^{(2)}(k)$ и $H_1^{(2)}(k)$ – функции Ганкеля второго рода нулевого и первого порядка.

Функция Теодорсена показывает, во сколько раз сила циркуляционной природы при нестационарном обтекании крыла изменяется по сравнению с силой при квазиустановившемся обтекании, а также учитывает запаздывание значения нестационарной подъемной силы по сравнению с квазиустановившимися значениями.

В таблицах 5 и 6 представлены амплитудные значения коэффициентов подъемной силы c_y и продольного вращательного момента m_z , полученные при помощи теории квазиустановившегося обтекания, численного расчета и линеаризованной теории нестационарного обтекания тонкого крыла для частот колебаний крыла $n = 1,14$ Гц и $n = 4,56$ Гц (чисел Струхала $Sh = 0,91$ и $Sh = 3,65$ соответственно).

Таблица 5 – Амплитудные значения коэффициентов подъемной силы c_y и продольного вращательного момента m_z , частота колебаний $n = 1,14$ Гц

Метод расчета	c_y	m_z
Теория квазиустановившегося обтекания	0,58	0,07
Численный расчет	0,58	0,08
Теория нестационарного обтекания тонкого крыла	0,80	0,11

Таблица 6 – Амплитудные значения коэффициентов подъемной силы c_y и продольного вращательного момента m_z , частота колебаний $n = 4,56$ Гц

Метод расчета	c_y	m_z
Теория квазиустановившегося обтекания	0,95	0,18
Численный расчет	1,45	0,30
Теория нестационарного обтекания тонкого крыла	1,75	0,40

Анализируя данные из таблиц 5 и 6, можно отметить, что при достаточно низкой частоте колебаний крыла результаты численного расчета хорошо согласуются с аналитическими оценками, полученными с помощью теории квазиустановившегося обтекания, в то время как амплитудные значения коэффициентов c_y и m_z , рассчитанные по теории нестационарного движения тонкого крыла оказываются завышенными. Это можно объяснить тем, что теория нестационарного движения рассматривает крыло как пластину, которая имеет большее значение коэффициента подъемной силы по сравнению с реальным крылом, обладающим фиксированной толщиной.

При более высоких частотах колебаний амплитудные значения коэффициентов c_y и m_z , полученные численно, существенно выше значений, рассчитанных на основе теории квазиустановившегося обтекания, однако остаются заниженными по сравнению с результатами теории нестационарного движения тонкого крыла.

Таким образом, при достаточно медленных колебаниях крыла теория квазиустановившегося обтекания дает приемлемые результаты в части гидродинамических воздействий. В случае существенно нестационарных движений результаты численного расчета будут находиться в диапазоне, нижняя граница которого определяется с помощью теории квазиустановившегося обтекания, а верхняя – на основе теории нестационарного движения тонкого крыла.

Полученные в результате численного расчета значения гидродинамических воздействий являются физически обоснованными, что подтверждает адекватность вычислительных методов, применяемых в расчетах с использованием динамических сеток.

§ 5.4 Выводы по главе 5

В главе 5 проведена верификация численного метода расчета гидродинамических характеристик колеблющегося в потоке жидкости тела. В качестве тела был выбран профиль Жуковского, оснащенный концевыми шайбами для устранения краевых эффектов. Результаты численного расчета, проведенного на динамической сетке, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Аналитические оценки, базирующиеся на теории квазиустановившегося обтекания и теории нестационарного движения тонкого крыла, в силу принятых допущений имеют ограниченную сферу применения. Результаты численного расчета хорошо согласуются с результатами, полученными по теории квазиустановившегося обтекания, только для случая достаточно медленных колебаний крыла (число Струхаля $Sh < 1$). Для более быстрых колебаний возрастает роль нестационарных эффектов, вызванных внезапным увеличением скоса потока, и сил, обусловленных влиянием присоединенных масс. В этом случае значения амплитудных коэффициентов нестационарных гидродинамических воздействий, полученные по теории квазиустановившегося движения, являются оценкой снизу, а значения, рассчитанные с помощью теории нестационарного движения тонкого крыла – оценкой сверху.

ГЛАВА 6

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОПУЛЬСИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОСТАВНОГО ПЛАВНИКОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ

§ 6.1 Составной плавниковый движитель

Колеблющаяся в потоке жидкости крыловая поверхность является основным конструктивным элементом многих перспективных движительных комплексов. Плавниковый движитель обладает рядом преимуществ по сравнению с традиционным гребным винтом: малошумность, отсутствие кавитации, маневренность [82]. Живые организмы, перемещающиеся в водной среде, чаще всего используют машущий тип движения, при этом на сегодняшний день гидродинамические качества движителей гидробионтов значительно лучше, чем у их технических аналогов [6]. Для оценки совершенства движителя используется коэффициент гидродинамического качества [66]:

$$\kappa = \frac{NL_{\max}}{Gv}, \quad (6.1)$$

где N – мощность системы;

L_{\max} – наибольшая длина;

G – общая масса;

v – скорость плавания.

Так, значение коэффициента κ для дельфинов составляет 0,81 кВт·с/т, в то время как характерное значение для подводных технических объектов равно 22 кВт·с/т [66].

Среди причин подобной эффективности гидробионтов исследователи называют явление, получившее название «регулируемый гидроупругий

эффект». Его суть состоит в том, что китообразные чаще всего перемещаются с частотой колебаний плавника, близкой к собственной. Ее значение гидробионты регулируют, изменяя упругодемпфирующие характеристики тканей физиологическим способом. Подобные оклорезонансные режимы плавания характеризуются минимальными энергозатратами на поддержание колебаний плавника [90].

Одним из возможных технических аналогов плавника является составной плавниковый движитель, представляющий собой механическую систему, состоящую из последовательно соединенных между собой жесткими связями крыловых поверхностей. Каждая связь имеет в составе шарнир, оснащенный упругим элементом – торсионной пружиной [92]. Схема простейшего плавникового движителя, состоящего из двух элементов, показана на рисунке 49.

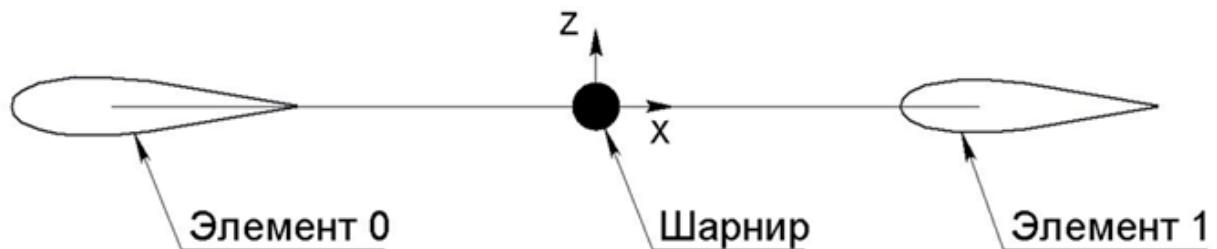


Рисунок 49 – Схема простейшего составного плавникового движителя

Элемент 0 является ведущим. Закон его движения известен и реализуется при помощи кинематического привода. Элемент 1 совершает колебания, вызванные кинематическим возбуждением элемента 0.

В таблице 7 представлены конструктивные параметры рассматриваемого составного плавникового движителя [60].

Таблица 7 – Конструктивные параметры составного плавникового движителя

Наименование параметра	Значение
Масса элемента 1 m , кг	8,58
Момент инерции элемента 1 относительно центра масс J , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$	0,01396
Расстояние от шарнира до центра масс элемента 1 L , м	0,297
Коэффициент жесткости пружины k , $\text{Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$	15
Хорда элемента 0 b_0 , м	0,195
Хорда элемента 1 b_1 , м	0,176
Размах элементов 0 и 1 B , м	0,267

§ 6.2 Расчет гидродинамических характеристик составного плавникового движителя

Рассмотрим колебания элемента 1 в потоке жидкости. В качестве обобщенной координаты выберем угол отклонения хорды элемента от горизонтали ϕ . Начало системы координат для удобства разместим в шарнирной точке – геометрическом центре шарнира.

Ведущий элемент совершает поступательные колебания в потоке жидкости по закону:

$$Z = A[\cos(\omega t) - 1], \quad (6.2)$$

где A – амплитуда колебаний;

ω – частота колебаний.

Поскольку система координат связана с подвижным шарниром, к числу действующих на элемент 1 сил необходимо добавить силу инерции, выражение для которой имеет вид:

$$F_{in} = -m\ddot{Z} = mA\omega^2 \cos(\omega t). \quad (6.3)$$

Также на элемент 1 действует гидродинамическая сила, которую можно представить в виде суммы ее проекций F_x и F_z . На рисунке 50 представлена схема действующих сил. Здесь и далее предполагается, что центры масс машущих элементов совпадают с их центрами давления.

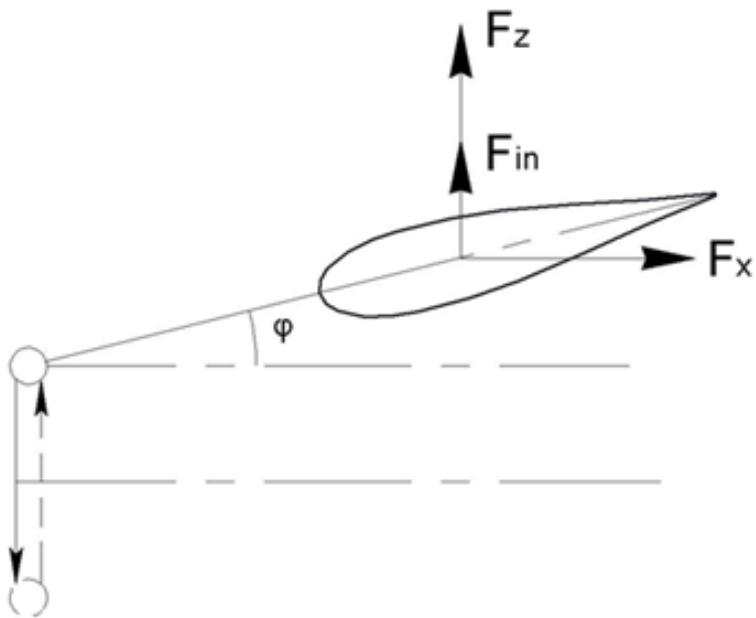


Рисунок 50 – Схема действующих сил

Кроме того, примем, что с увеличением угла φ линейным образом возрастает восстанавливающий момент M_{stiff} , связанный с работой торсионной пружины:

$$M_{stiff} = -k\varphi. \quad (6.4)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение движения элемента 1 имеет вид:

$$(J + mL^2)\ddot{\varphi} = M(F_{in}) + M(F_x) + M(F_z) + M_{stiff}, \quad (6.5)$$

где $M(F_{in})$ – момент силы инерции относительно оси, проходящей через центр шарнира и перпендикулярной плоскости движения;

$M(F_x)$ – момент силы лобового сопротивления относительно оси, проходящей через центр шарнира и перпендикулярной плоскости движения;

$M(F_z)$ – момент боковой силы относительно оси, проходящей через центр шарнира и перпендикулярной плоскости движения.

Момент силы инерции вычисляется как

$$M(F_{in}) = F_{in}L \cos \varphi = mAL\omega^2 \cos(\omega t) \cos \varphi. \quad (6.6)$$

Моменты гидродинамических сил равны

$$M(F_x) = -F_x L \sin \varphi, \quad (6.7)$$

$$M(F_z) = F_z L \cos \varphi. \quad (6.8)$$

Таким образом, с учетом выражений (6.4), (6.6) – (6.8), запишем уравнение (6.5) в виде:

$$(J + mL^2)\ddot{\varphi} = L \cos \varphi [mA\omega^2 \cos(\omega t) + F_z] - F_x L \sin \varphi - k\varphi, \quad (6.9)$$

или

$$\ddot{\varphi} = \frac{L}{J + mL^2} \left\{ \cos \varphi [mA\omega^2 \cos(\omega t) + F_z] - F_x \sin \varphi - \frac{k\varphi}{L} \right\}. \quad (6.10)$$

В качестве начальных условий примем:

$$\varphi(0) = 0; \quad \dot{\varphi}(0) = 0. \quad (6.11)$$

Для численного интегрирования уравнения (6.10) с начальными условиями (6.11) должны быть определены зависимости $F_x(t)$ и $F_z(t)$. Данная задача может быть решена при помощи совместного интегрирования уравнения движения элемента 1 и уравнений динамики вязкой жидкости.

Характеристики турбулентного течения около элементов составного плавникового движителя определялись при помощи численного интегрирования уравнений RANS с использованием модели турбулентности $k\text{-}\epsilon$ Realizable. Для лучшего разрешения пограничного слоя применялся аппарат пристеночных функций.

Неструктурированная расчетная сетка, построенная для решения данной задачи при помощи сеточного генератора ICEM CFD, содержала приблизительно $5 \cdot 10^6$ элементов-тетраэдров. Около поверхности машущих элементов, где возможно возникновение больших градиентов гидродинамических параметров, были сгенерированы призматические слои.

Сечение сгенерированной сетки в плоскости симметрии расчетной области показано на рисунке 51.

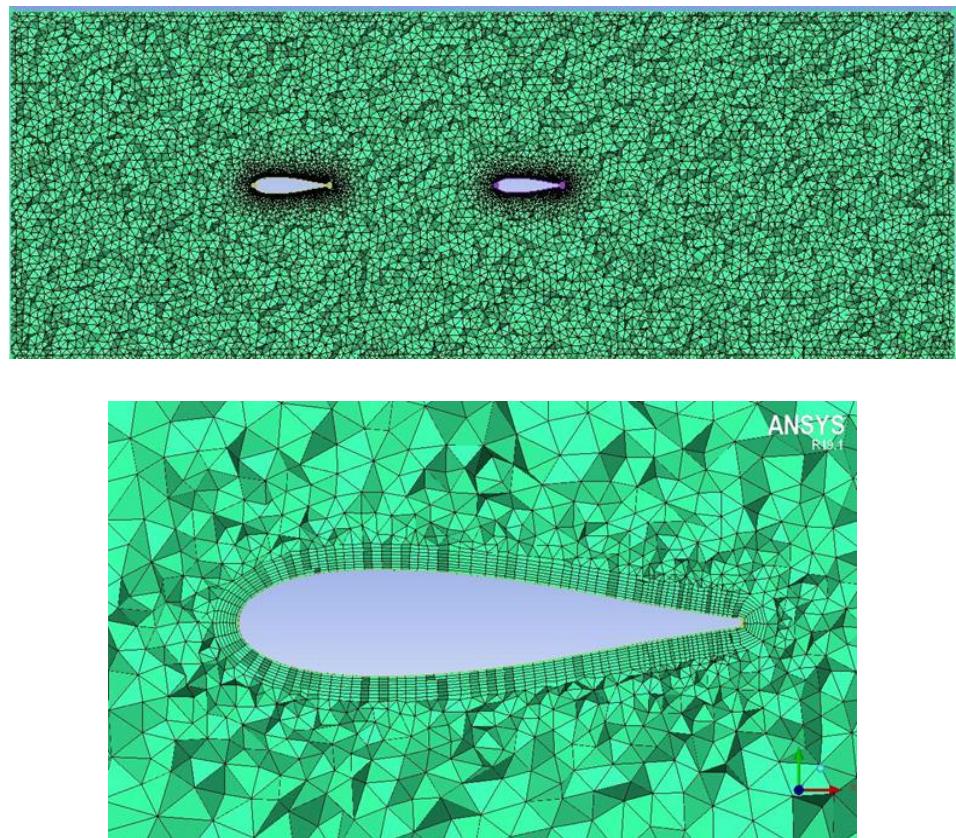


Рисунок 51 – Сечение расчетной сетки

Помимо стандартных граничных условий (условие скорости набегающего потока на входной границе, нулевого избыточного давления на выходной границе, непротекания и прилипания на крыловых поверхностях и симметрии – на остальных границах расчетной области), элементам 0 и 1 задавалось движение: элементу 0 – поступательные колебания по закону (6.2), элементу 1 –вращательные колебания относительно подвижной шарнирной точки. Угловая скорость вращательных колебаний вычислялась для каждого временного шага численно в специальных пользовательских функциях (UDF), которые использовали в качестве исходных данных мгновенные значения гидродинамических сил, действующих на крыло, как интеграл от давления по поверхности. После перемещений крыловых поверхностей расчетная сетка перестраивалась, и расчет повторялся для следующего шага по времени. Таким образом, параметры движения элемента 1 и силовые воздействия на него со стороны потока взаимосвязаны.

§ 6.3 Расчет собственной частоты составного плавникового движителя

Для составного плавникового движителя резонансные режимы являются наиболее эффективными, поскольку соответствуют минимальным затратам энергии на поддержание колебаний машущих элементов. Реализация регулируемого гидроупругого эффекта возможна, когда частота колебаний ведущего крыла близка к собственной частоте всей конструкции.

Дифференциальное уравнение свободных колебаний элемента 1 имеет вид:

$$\ddot{\varphi} + \frac{k}{J + mL^2 + \lambda_{55}} \varphi = 0, \quad (6.12)$$

где $\lambda_{55} = 0,457 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ присоединенная масса элемента 1, вычисленная в системе координат, связанной с шарнирной точкой.

Примем, что

$$\omega_n^2 = \frac{k}{J + mL^2 + \lambda_{55}}, \quad (6.13)$$

и запишем уравнение (6.12) в виде:

$$\ddot{\varphi} + \omega_n^2 \varphi = 0. \quad (6.14)$$

Общее решение уравнения (6.13) может быть записано как

$$\varphi(t) = Ce^{\lambda t}. \quad (6.15)$$

При подстановке (6.15) в (6.14) и сокращении выражения на $Ce^{\lambda t}$, имеем характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + \omega_n^2 = 0, \quad (6.16)$$

корнями которого являются:

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_n, \quad i = \sqrt{-1}. \quad (6.17)$$

С учетом (6.17) общее решение записывается как:

$$\varphi(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t, \quad (6.18)$$

или

$$\varphi(t) = A \sin(\omega_n t + \alpha). \quad (6.19)$$

В начальный момент времени состояние системы описывается следующими условиями:

$$\varphi(0) = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0. \quad (6.20)$$

Учитывая (6.20), можно определить константы C_1 и C_2 или A и α :

$$C_1 = \varphi_0, \quad C_2 = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_n}, \quad (6.21)$$

$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = \sqrt{\varphi_0^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_n}\right)^2},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega_n \varphi_0}{\dot{\varphi}_0}. \quad (6.22)$$

Таким образом, решение уравнения свободных колебаний можно записать в виде:

$$\varphi(t) = \sqrt{\varphi_0^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_n}\right)^2} \sin\left(\omega_n t + \arctg \frac{\omega_n \varphi_0}{\dot{\varphi}_0}\right). \quad (6.23)$$

Система совершаєт свободные колебания с частотой:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{J + mL^2 + \lambda_{55}}}. \quad (6.24)$$

Собственная частота составного плавникового движителя, состоящего из двух элементов, зависит от сочетания его конструктивных параметров: массы и геометрических характеристик элемента 1, длины связи между шарниром и центром масс элемента 1, коэффициента жесткости пружины.

Для рассматриваемой конструкции значение собственной частоты равно $\omega = 3,495$ рад/с ($f = \omega/2\pi = 0,55$ Гц).

§ 6.4 Пропульсивные характеристики составного плавникового движителя

Оценка эффективности того или иного режима работы пропульсивной системы производится на основе сравнения значений таких параметров, как средний за период коэффициент силы тяги J и коэффициента полезного действия (КПД) η .

Составной плавниковый движитель может работать как в режиме создания тяги, так и в режиме сопротивления. В первом случае значения тяги и КПД положительны, во втором – отрицательны. Поскольку основным назначением движительного комплекса является создание тяги, то интерес представляют лишь режимы с положительными пропульсивными качествами.

Выражение для среднего за период колебаний коэффициента J силы тяги имеет вид:

$$J = 2 \frac{J_T}{\rho v^2 B \sum_n b_n}, \quad n = 0, 1, \quad (6.25)$$

а средняя за период тяга J_T вычисляется следующим образом:

$$J_T = -\frac{1}{T} \int_t^{t+T} F_x dt, \quad (6.26)$$

где T – период колебаний;

F_x – проекция гидродинамической силы на ось x , действующая систему, и являющаяся суммой проекций гидродинамических сил F_{xn} , действующих на элемент n :

$$F_x = \sum_n F_{xn}, \quad n = 0, 1. \quad (6.27)$$

Знак «-» в выражении (6.26) учитывает тот факт, что в принятой системе координат режим тяги реализуется при отрицательных значениях F_x .

КПД η есть отношение мощности силы тяги N_T к мощности управляющих сил N_M , которая требуется для поддержания колебаний ведущего элемента 0:

$$\eta = \frac{N_T}{N_M} = \frac{J_T v}{N_M} = -\frac{v \int_t^{t+T} F_x dt}{\int_t^{t+T} |F_z \cdot \dot{Z}| dt}. \quad (6.28)$$

где v – скорость набегающего потока жидкости;

F_z – проекция гидродинамической силы на ось z , действующая систему, и являющаяся суммой проекций гидродинамических сил F_{zn} , действующих на элемент n :

$$F_z = \sum_n F_{zn}, \quad n = 0, 1. \quad (6.29)$$

Физический смысл знака абсолютной величины в выражении (6.29) состоит в следующем. Двигатель, приводящий в движение ведущий элемент 0, способен лишь отдавать энергию плавниковому движителю, в то время как обратная передача энергии потока двигателю через машущие элементы невозможна [54].

§ 6.5 Расчет колебаний составного плавникового движителя в потоке жидкости

Для оценки эффективности различных режимов работы составного плавникового движителя и возможности реализации регулируемого гидроупругого эффекта частота колебаний ведущего элемента варьировалась около значения собственной частоты системы. Всего было рассмотрено четыре режима: 0,5 Гц, 0,6 Гц, 0,7 Гц, 0,8 Гц. Для всех режимов амплитуда колебаний составляла $A = 0,02$ м, а скорость набегающего потока – $v = 0,3$ м/с.

На рисунке 52 представлена зависимость угла φ от времени t . С увеличением частоты значение амплитуды колебаний элемента 1 растет, достигая максимума при частоте 0,7 Гц, после прохождения которого происходит снижение значений амплитуды колебаний.

На рисунках 53 – 56 показаны зависимости значений проекций нестационарных гидродинамических сил F_x , действующих на элементы составного плавникового движителя, от времени для каждого рассмотренного режима.

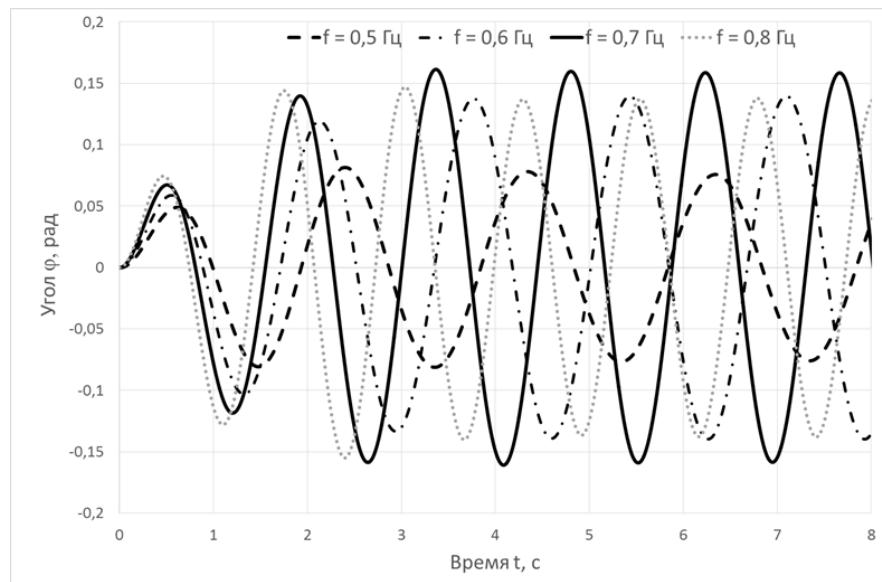


Рисунок 52 – Зависимость φ от времени t для различных режимов

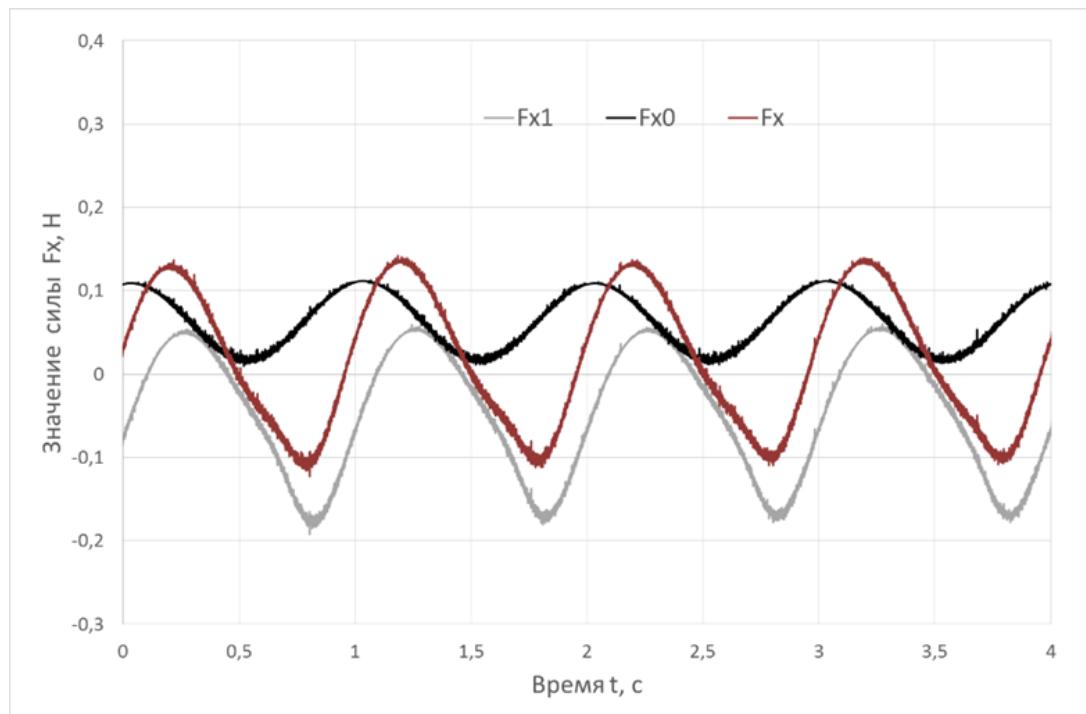


Рисунок 53 – Зависимость значений проекций нестационарных гидродинамических сил F_x от времени t (частота 0,5 Гц)

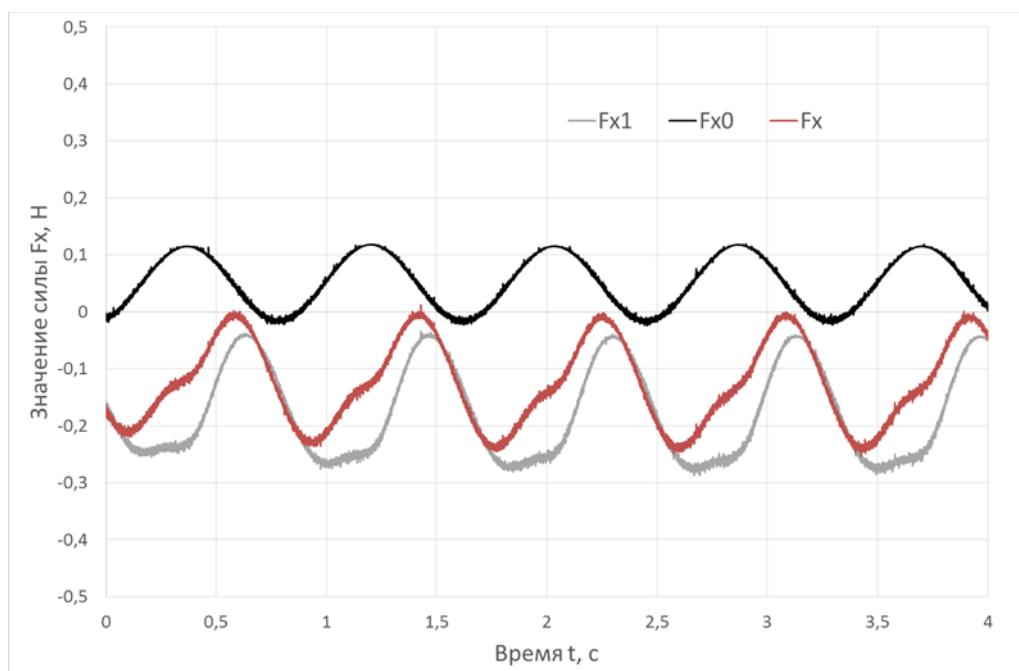


Рисунок 54 – Зависимость значений проекций нестационарных гидродинамических сил F_x от времени t (частота 0,6 Гц)

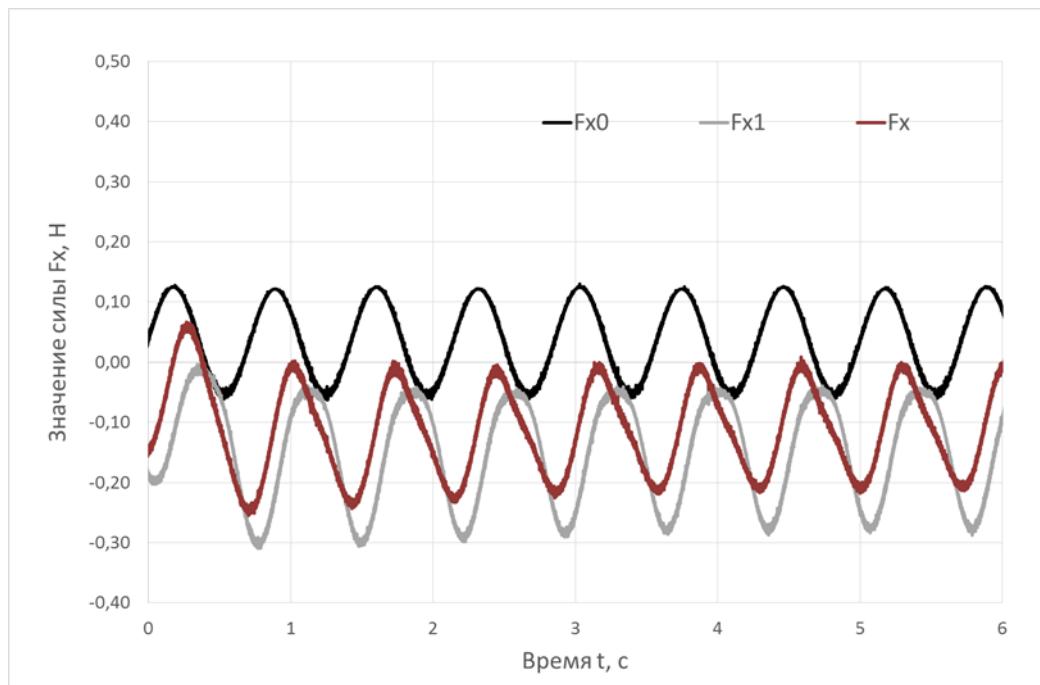


Рисунок 55 – Зависимость значений проекций нестационарных гидродинамических сил F_x от времени t (частота 0,7 Гц)

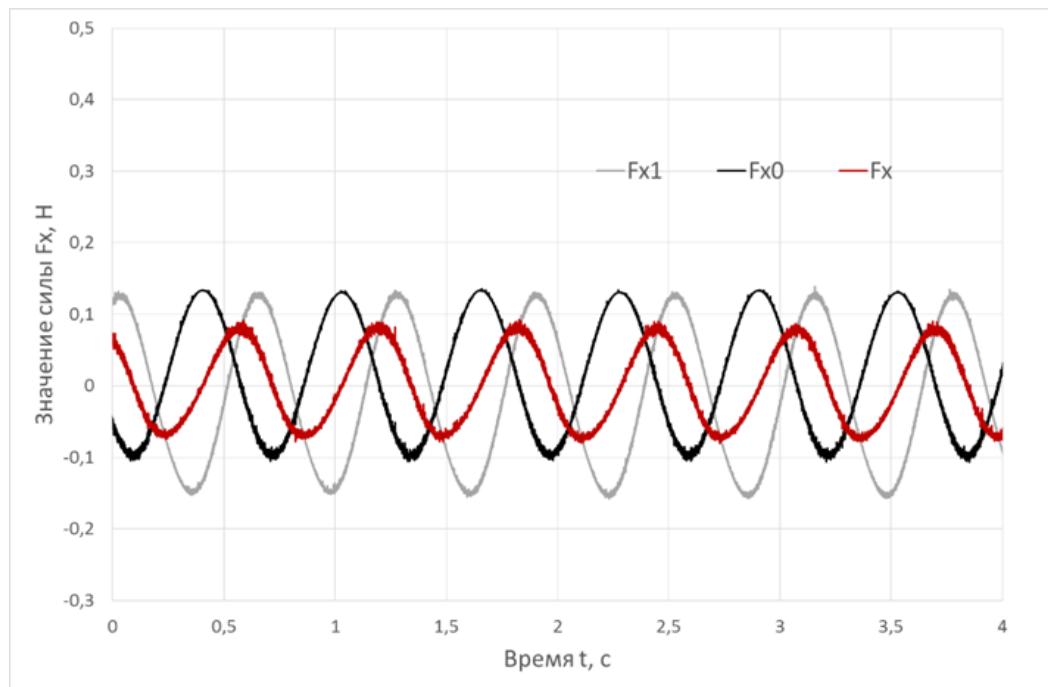


Рисунок 56 – Зависимость значений проекций нестационарных гидродинамических сил F_x от времени t (частота 0,8 Гц)

На основе данных о гидродинамических силах, действующих на машущие элементы, были рассчитаны пропульсивные характеристики рассматриваемого плавникового движителя. Значения коэффициента силы тяги и КПД представлены в таблице 8.

Таблица 8 – Пропульсивные характеристики составного плавникового движителя

Частота колебаний f элемента 0, Гц	Коэффициент силы тяги J	КПД η
0,5	-0,003	-0,08
0,6	0,014	0,34
0,7	0,025	0,49
0,8	-0,0002	-0,01

Режим создания тяги реализуется в диапазоне частот $0,5 \text{ Гц} < f < 0,8 \text{ Гц}$. Для границ диапазона ($0,5 \text{ Гц}$ и $0,8 \text{ Гц}$) наблюдается режим сопротивления.

Учитывая данные о зависимостях F_x от времени t , можно отметить, что существенное различие в режимах сопротивления $f = 0,5 \text{ Гц}$ и $f = 0,8 \text{ Гц}$. В первом случае элемент 1 создает тягу, хотя значение ее недостаточно велико для компенсации сопротивления элемента 0. Уменьшение сопротивления ведущего элемента позволит реализовать режим тяги. Во втором случае элемент 1 создает практически нулевую тягу, что не позволит эффективно улучшить пропульсивные качества посредством уменьшения сопротивления ведущего элемента.

С увеличением частоты колебаний f элемента 0 значения коэффициентов тяги J и КПД η также растут и достигают максимальных значений $J = 0,025$ и $\eta = 0,49$ при $f = 0,7 \text{ Гц}$. При более высокой частоте пропульсивные качества ухудшаются вплоть до достижения отрицательных значений при переходе в режим сопротивления ($f = 0,8 \text{ Гц}$).

Результаты расчетов показывают, что идея достижения регулируемого гидроупругого эффекта может быть вполне применима как инструмент улучшения пропульсивных качеств плавникового движителя составного типа. Значение собственной частоты является первоначальным приближением, которое должно быть использовано для формирования серии расчетов, направленных на поиск режима, близкого к оптимальному.

§ 6.6 Выводы по главе 6

В главе 6 разработан и описан алгоритм определения гидродинамических характеристик составного плавникового движителя, основанный на совместном численном решении уравнений движения машущих элементов и уравнений динамики вязкой жидкости. Для простейшей конструкции составного плавникового движителя была проведена серия расчетов, направленная на поиск оптимального с точки зрения пропульсивных качеств режима. При этом варьировалась частота колебаний ведущего элемента. По аналогии с биологическими организмами, предполагалось, что максимально эффективные режимы соответствуют значениям частот колебаний ведущего элемента, близким к собственной частоте конструкции составного плавникового движителя. Вычисленная частота свободных колебаний была использована в качестве первоначального приближения для построения расчетного диапазона режимов работы движителя.

В результате выполнения расчетов были определены гидродинамические и пропульсивные характеристики составного плавникового движителя. Был найден наиболее эффективный режим работы, а также диапазон частот колебаний ведущего элемента, в котором реализуется режим тяги.

ГЛАВА 7**УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СОСТАВНОГО
ПЛАВНИКОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ****§ 7.1 Основные подходы к построению уравнений движения элементов
составного тела**

Уравнения динамики составного плавникового движителя могут быть составлены различным способом. Классическим подходом считается применение уравнений Лагранжа II рода. Несмотря на то, что данный метод отличается универсальностью, с ростом количества элементов значительно усложняется выражение для кинетической энергии системы, что вызывает определенные трудности при решении практических задач. Возрастает количество подготовительной работы для построения уравнений движения, а также существует большой риск допустить ошибку при работе с громоздкими выражениями, что чревато значительным увеличением времени, необходимого для выполнения расчета. Тем не менее, подход отличается минимальным количеством допущений, а также может быть использован для подтверждения достоверности альтернативных подходов методом сравнения полученных уравнений.

Другим известным подходом является применение формализма Виттенбурга, особенностью которого является описание системы взаимосвязей элементов при помощи аппарата ориентированных графов. Это позволяет формально составлять уравнения движения элементов для системы достаточно сложной конфигурации, что значительно ускоряет процесс проведения расчетов.

§ 7.2 Расчетная схема

Рассматриваемая система представлена на рисунке 57. Она состоит из одного ведущего и двух зависимых машущих элементов, обладающих одинаковыми массоинерционными характеристиками ($m_1 = m_2 = m$, $J_1 = J_2 = J$).

Действующие силы приложены к центрам масс зависимых элементов C_1 и C_2 :

F_{x1} , F_{x2} – проекции гидродинамических сил на ось X неподвижной системы координат, действующих на элементы 1 и 2 соответственно;

F_{y1} , F_{y2} – проекции гидродинамических сил на ось Y неподвижной системы координат, действующих на элементы 1 и 2 соответственно;

F_{inx1} , F_{inx2} – проекции сил инерции на ось X неподвижной системы координат, действующих на элементы 1 и 2 соответственно;

F_{iny1} , F_{iny2} – проекции сил инерции на ось Y неподвижной системы координат, действующих на элементы 1 и 2 соответственно.

В число действующих сил входят силы инерции, возникающие вследствие действия кинематического возбуждения.

Расстояния между шарнирными точками и центрами масс равны ($U_1C_1 = C_1U_2 = U_2C_2 = L$).

Каждый шарнир оснащен торсионной пружиной с коэффициентом жесткости k , обеспечивающей возникновения восстанавливающих моментов M_{stiff1} и M_{stiff2} .

В качестве обобщенных координат выберем углы ϕ_1 и ϕ_2 между связями и осью X неподвижной системы координат. В случае поступательно-вращательных колебаний ведущего элемента угол между смежной с ним связью и осью X обозначим как ϕ_0 . Положительным значениям ϕ_0 , ϕ_1 и ϕ_2

соответствуют повороты против часовой стрелки относительно смежного шарнира из нулевого положения ($\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = 0$).

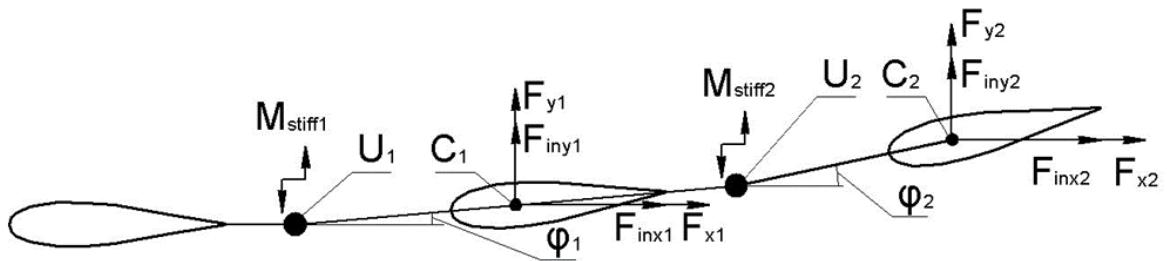


Рисунок 57 – Расчетная схема и действующие силы и моменты

§ 7.3 Кинетическая энергия системы

Кинетическая энергия системы может быть представлена в виде суммы кинетической энергии первого и второго элемента:

$$T = T_1 + T_2. \quad (7.1)$$

Кинетическая энергия первого и второго элемента может быть представлена в виде

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{J\dot{\phi}_1^2}{2}, \quad (7.2)$$

$$T_2 = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{J\dot{\phi}_2^2}{2}. \quad (7.3)$$

Учитывая, что квадрат скорости поступательного движения может быть записан как

$$v_1^2 = \dot{x}_{C_1}^2 + \dot{y}_{C_1}^2, \quad (7.4)$$

$$v_2^2 = \dot{x}_{C_2}^2 + \dot{y}_{C_2}^2, \quad (7.5)$$

запишем выражения для квадрата скорости и кинетической энергии элементов в терминах обобщенных координат

$$x_{C_1} = L \cos \varphi_1,$$

$$\dot{x}_{C_1} = -L \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1,$$

$$y_{C_1} = L \sin \varphi_1,$$

$$\dot{y}_{C_1} = L \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1,$$

$$v_1^2 = L^2 \dot{\varphi}_1^2, \quad (7.6)$$

$$T_1 = \frac{mL^2 \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{J\dot{\varphi}_1^2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} (mL^2 + J), \quad (7.7)$$

$$x_{C_2} = 2L \cos \varphi_1 + L \cos \varphi_2,$$

$$\dot{x}_{C_2} = L(-2 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2),$$

$$y_{C_2} = 2L \sin \varphi_1 + L \sin \varphi_2,$$

$$\dot{y}_{C_2} = L(2 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2),$$

$$\begin{aligned} v_2^2 &= L^2(4\dot{\varphi}_1^2 + 4\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2(\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2) + \dot{\varphi}_2^2) = \\ &= L^2(4\dot{\varphi}_1^2 + 4\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \dot{\varphi}_2^2), \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$T_2 = \frac{mL^2}{2}(4\dot{\varphi}_1^2 + 4\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \dot{\varphi}_2^2) + \frac{J\dot{\varphi}_2^2}{2}. \quad (7.9)$$

Таким образом, выражение для кинетической энергии системы имеет вид

$$T = \frac{mL^2}{2} (5\dot{\phi}_1^2 + 4\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \dot{\phi}_2^2) + \frac{J\dot{\phi}_1^2}{2} + \frac{J\dot{\phi}_2^2}{2}. \quad (7.10)$$

Можно отметить, что полученное выражение (7.10) для кинетической энергии даже в случае системы, состоящей всего из трех элементов, является достаточно громоздким, а вывод его – достаточно трудоемким процессом. С увеличением количества машущих элементов количество членов в выражении для кинетической энергии растет в геометрической прогрессии.

§ 7.4 Подход Лагранжа

Применим аппарат уравнений Лагранжа II рода к рассматриваемой системе [2]

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_k} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi_k} = Q_k, \quad (7.11)$$

где Q_k – сумма обобщенных сил, совершающих работу на возможном перемещении $\delta\varphi_k$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} &= \frac{mL^2}{2} [10\dot{\varphi}_1 + 4\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] + J\dot{\varphi}_1 = \\ &= 5mL^2\dot{\varphi}_1 + 2mL^2\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + J\dot{\varphi}_1 = \\ &= \dot{\varphi}_1(5mL^2 + J) + 2mL^2\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right] &= \ddot{\varphi}_1(5mL^2 + J) + \\ &+ 2mL^2[\ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = \\ &= \ddot{\varphi}_1(5mL^2 + J) + \\ &+ 2mL^2[\ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = -2mL^2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2).$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= \\ &= \ddot{\varphi}_1(5mL^2 + J) + \ddot{\varphi}_2[2mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] + \dot{\varphi}_2^2[2mL^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Для определения обобщенных сил воспользуемся методом возможных перемещений. На возможном перемещении $\delta\varphi_1$ обобщенные силы совершают работу

$$\begin{aligned}\delta A_1 = & 2L(F_{y1} + F_{iny1}) \cos \varphi_1 \delta\varphi_1 - 2L(F_{x1} + F_{inx1}) \sin \varphi_1 \delta\varphi_1 + \\ & + 2L(F_{y2} + F_{iny2}) \cos \varphi_1 \delta\varphi_1 - 2L(F_{x2} + F_{inx2}) \sin \varphi_1 \delta\varphi_1 - \\ & - k(\varphi_1 - \varphi_0) \delta\varphi_1 - k(\varphi_1 - \varphi_2) \delta\varphi_1.\end{aligned}$$

Таким образом, выражение для суммы обобщенных сил, совершающих работу на возможном перемещении $\delta\varphi_1$ имеет вид

$$\begin{aligned}Q_1 = \frac{\delta A_1}{\delta \varphi_1} = & 2L \cos \varphi_1 (F_{y1} + F_{iny1} + F_{y2} + F_{iny2}) - \\ & - 2L \sin \varphi_1 (F_{x1} + F_{inx1} + F_{x2} + F_{inx2}) - \\ & - 2k\varphi_1 + k\varphi_0 + k\varphi_2.\end{aligned}\tag{7.13}$$

Подставляя выражения (7.12) и (7.13) в (7.11), получаем

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi}_1(5mL^2 + J) + \ddot{\varphi}_2[2mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] + \dot{\varphi}_2^2[2mL^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = & \\ = & 2L \cos \varphi_1 (F_{y1} + F_{iny1} + F_{y2} + F_{iny2}) - \\ & - 2L \sin \varphi_1 (F_{x1} + F_{inx1} + F_{x2} + F_{inx2}) - \\ & - 2k\varphi_1 + k\varphi_0 + k\varphi_2.\end{aligned}\tag{7.14}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = \frac{mL^2}{2} [4\dot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + 2\dot{\varphi}_2] + J\dot{\varphi}_2.$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right] = & J\ddot{\varphi}_2 + \\ + \frac{mL^2}{2} [2\ddot{\varphi}_2 + 4\ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - 4\dot{\varphi}_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = &\end{aligned}$$

$$= \frac{mL^2}{2} [2\ddot{\varphi}_2 + 4\dot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - 4\dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \\ + 4\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] + J\ddot{\varphi}_2.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = \frac{mL^2}{2} [4\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)].$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = \\ = \ddot{\varphi}_1 [2mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] + \ddot{\varphi}_2 [mL^2 + J] + \dot{\varphi}_1^2 [2mL^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)]. \quad (7.15)$$

На возможном перемещении $\delta\varphi_2$ обобщенные силы совершают работу

$$\delta A_2 = L(F_{y2} + F_{iny2}) \cos \varphi_2 \delta\varphi_2 - L(F_{x2} + F_{inx2}) \sin \varphi_2 \delta\varphi_2 - \\ - k(\varphi_2 - \varphi_1) \delta\varphi_2.$$

Таким образом, выражение для суммы обобщенных сил, совершающих работу на возможном перемещении $\delta\varphi_2$ имеет вид

$$Q_2 = \frac{\delta A_2}{\delta \varphi_2} = \\ = L(F_{y2} + F_{iny2}) \cos \varphi_2 - L(F_{x2} + F_{inx2}) \sin \varphi_2 - k\varphi_2 + k\varphi_1. \quad (7.16)$$

Подставляя выражения (7.15) и (7.16) в (7.11), получаем

$$\ddot{\varphi}_1 [2mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] + \ddot{\varphi}_2 [mL^2 + J] + \dot{\varphi}_1^2 [2mL^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] = \\ = L(F_{y2} + F_{iny2}) \cos \varphi_2 - L(F_{x2} + F_{inx2}) \sin \varphi_2 - k\varphi_2 + k\varphi_1. \quad (7.17)$$

Систему уравнений (7.14) и (7.17) для удобства представим в матричном виде:

$$\underline{A} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \underline{B} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1^2 \\ \dot{\varphi}_2^2 \end{bmatrix} + \underline{K} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \underline{R}, \quad (7.18)$$

где

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} J + 5mL^2 & 2mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ 2mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & J + mL^2 \end{bmatrix}, \quad (7.19)$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2mL^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \\ 2mL^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.20)$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}, \quad (7.21)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}, \quad (7.22)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 = & 2L \cos \varphi_1 (F_{y1} + F_{iny1} + F_{y2} + F_{iny2}) - \\ & - 2L \sin \varphi_1 (F_{x1} + F_{inx1} + F_{x2} + F_{inx2}) + \\ & + k\varphi_0, \end{aligned} \quad (7.23)$$

$$R_2 = L(F_{y2} + F_{iny2}) \cos \varphi_2 - L(F_{x2} + F_{inx2}) \sin \varphi_2. \quad (7.24)$$

Таким образом, в результате применения аппарата уравнений Лагранжа II рода были получены уравнения движения машины элементов 1 и 2.

Рассмотрим теперь другой подход к составлению уравнений динамики элементов системы, состоящей из многих тел.

§ 7.5 Подход Виттенбурга

Структура системы может быть описана при помощи аппарата ориентированных графов. Тела, входящие в систему, схематизируются вершинами графа, а шарнирные связи – направленными дугами. Пример подобной схематизации показан на рисунке 58.

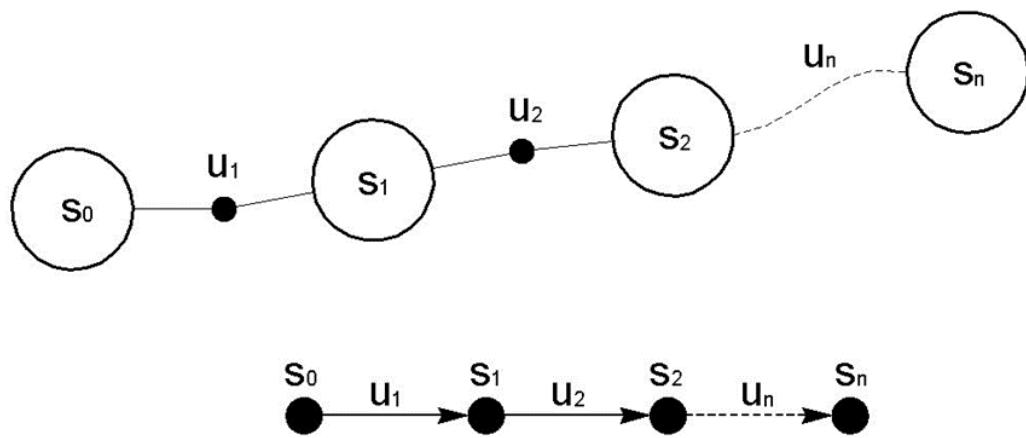


Рисунок 58 – Система тел и соответствующий направленный граф

Структура взаимосвязей ориентированного графа определяет единственным образом матрицу инцидентности с элементами \$S_{ia}\$:

$$S_{ia} = \begin{cases} 1, & \text{если дуга } u_a \text{ выходит из вершины } S_i, \\ -1, & \text{если дуга } u_a \text{ входит в вершину } S_i, \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (7.25)$$

Матрица инцидентности состоит из двух субматриц: матрицы-строки \$S_0\$ с элементами \$S_{0a}\$ и квадратной матрицы \$S\$, содержащей остальные элементы.

Зная структуру взаимосвязей ориентированного графа, можно также построить матрицу \$T\$ [15]:

$$T_{ai} = \begin{cases} 1, & \text{если дуга } u_a \text{ принадлежит пути между } S_0 \text{ и } S_i \\ & \text{и направлена к } S_0, \\ -1, & \text{если дуга } u_a \text{ принадлежит пути между } S_0 \text{ и } S_i \\ & \text{и направлена от } S_0, \\ 0, & \text{если дуга } u_a \text{ не принадлежит пути между } S_0 \text{ и } S_i. \end{cases} \quad (7.26)$$

При выводе уравнений движения системы удобно связать подвижную систему координат с телом 0 таким образом, чтобы ее начало C_0 совпадало с шарнирной точкой (центр шарнирной связи) 1. Радиус-вектор r_0 точки C_0 относительно инерциальной системы отсчета есть известная функция времени. Уравнения движения системы выводятся из второго закона Ньютона и теоремы об изменении момента количества движения для одного твердого тела.

Мысленно разрежем шарниры системы, тем самым получим n отдельных твердых тел (без учета тела 0, т.к. закон его движения известен). Каждое тело подвержено действию внешних сил и моментов сил, а также внутренних сил и моментов сил, приложенных в разрезанных шарнирах. Под внутренними силами понимаются реакции кинематических связей, обеспечивающие неподвижность шарнирной точки на двух смежных телах одновременно. Моменты внутренних сил могут быть связаны с действием торсионных пружин и демпферов, расположенных в шарнирах.

На рисунке 59 изображено тело i со смежными шарнирами b и c . На тело действуют внешние силы, главный вектор которых F_i проходит через центр масс тела C_i , момент внешних сил M_i , внутренние силы (реакции в шарнирах) X_b и X_c , внутренние моменты в шарнирах Y_b и Y_c . Принимается, что, если дуга выходит из вершины, то значение внутренних сил и моментов в шарнире положительное, если дуга входит в вершину – отрицательное. Это утверждение аналогично тому, что на тело действуют внутренние силы $S_{ib}X_b$ и $S_{ic}X_c$. Таким образом, главный вектор внутренних сил, действующий на тело i равен:

$$\mathbf{F}_r = \sum_{a=1}^n S_{ia} \mathbf{X}_a. \quad (7.27)$$

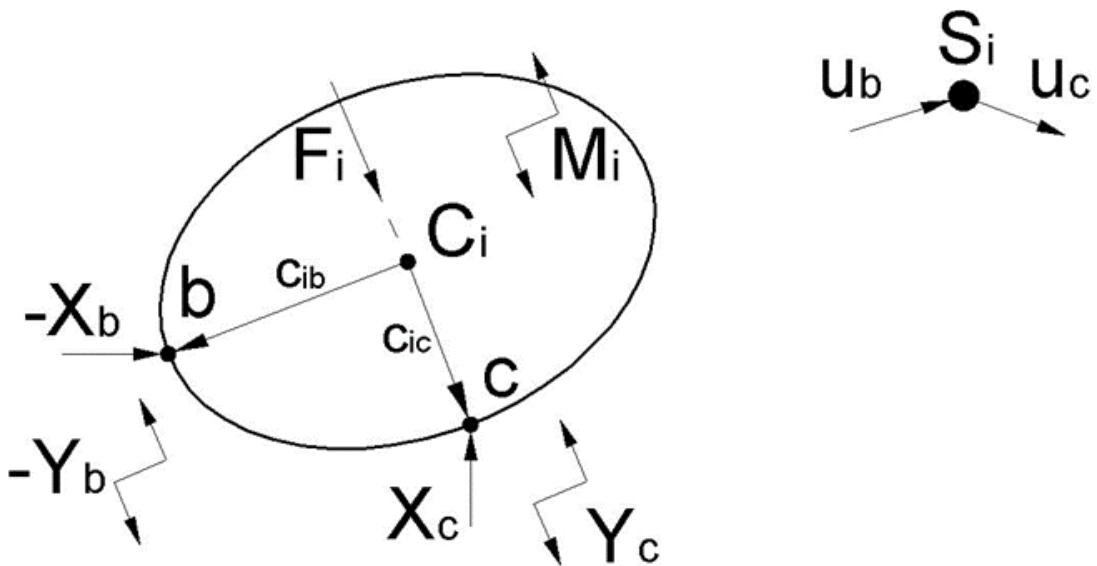


Рисунок 59 – Тело i

С учетом (7.27), уравнение поступательного движения тела i имеет вид:

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i + \sum_{a=1}^n S_{ia} \mathbf{X}_a, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.28)$$

где m_i – масса тела i;

\mathbf{r}_i – радиус-вектор центра масс тела i в неподвижном базисе e.

Также можно записать уравнение момента количества движения для тела i относительно центра масс C_i :

$$\dot{\mathbf{L}}_i = \mathbf{M}_i + \sum_{a=1}^n S_{ia} (\mathbf{c}_{ia} \times \mathbf{X}_a + \mathbf{Y}_a), \quad i = 1 \dots n, \quad (7.29)$$

где \mathbf{L}_i – момент количества абсолютного движения тела i относительно C_i .

Системы уравнений (7.28) и (7.29) можно записать в матричной форме:

$$\underline{m}\ddot{\underline{r}} = \underline{F} + \underline{S}\underline{X}, \quad (7.30)$$

$$\dot{\underline{L}} = \underline{M} + \underline{C} \times \underline{X} + \underline{S}\underline{Y}, \quad (7.31)$$

где \underline{m} – диагональная матрица масс с элементами $m_{ij} = \delta_{ij}m_i$;

\underline{C} – матрица с элементами $C_{ia} = S_{ia}c_{ia}$.

Умножив уравнение (7.30) слева на T , получим выражение для реакций \underline{X} :

$$\underline{X} = \underline{T}(\underline{m}\ddot{\underline{r}} - \underline{F}), \quad (7.32)$$

подставляя которое в (7.31), получим:

$$\dot{\underline{L}} - \underline{C}\underline{T} \times (\underline{m}\ddot{\underline{r}} - \underline{F}) = \underline{M} + \underline{S}\underline{Y}. \quad (7.33)$$

Радиус-вектор \underline{r}_i можно представить как суперпозицию векторов \underline{r}_0 и фиксированных в каждом теле векторов. Рассмотрим два смежных для шарнира а тела $i+$ (a) и $i-$ (a), изображенные на рисунке 60. Если $a = 1$, то одно из тел является нулевым, а так как C_0 совпадает с шарнирной точкой 1, то вектор $c_{01} = 0$. Для случаев $a > 1$ по определению $c_{0a} = 0$.

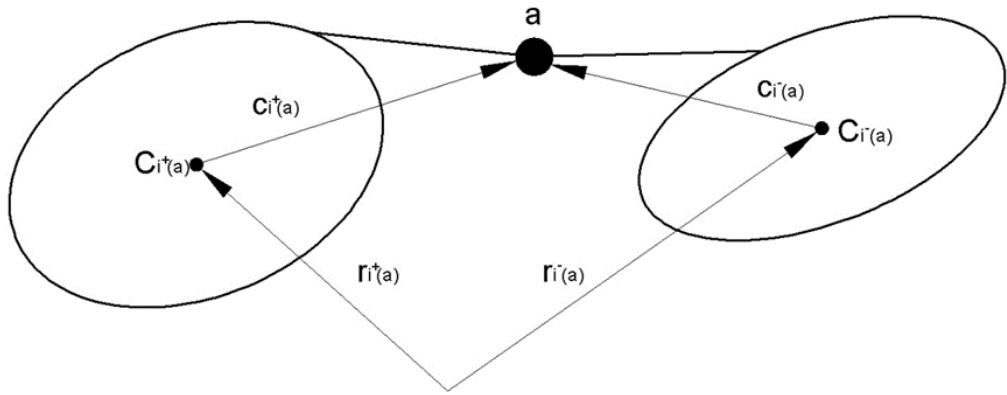


Рисунок 60 – Смежные тела

Как видно из рисунка 60:

$$\mathbf{r}_{i+(a)} + \mathbf{c}_{i+(a)} = \mathbf{r}_{i^-(a)} + \mathbf{c}_{i^-(a)}, \quad a = 1 \dots n, \quad (7.34)$$

или

$$\sum_{i=0}^n S_{ia}(\mathbf{r}_i + \mathbf{c}_{ia}) = 0, \quad a = 1 \dots n, \quad (7.35)$$

что также можно записать как:

$$S_{0a}\mathbf{r}_0 + \sum_{i=1}^n S_{ia}\mathbf{r}_i + \mathbf{C}_{ia} = 0, \quad a = 1 \dots n. \quad (7.36)$$

В матричной форме (7.36) имеет вид:

$$\underline{\mathbf{r}_0} \underline{S_0^T} + \underline{S^T} \underline{\mathbf{r}} + \underline{\mathbf{C}^T} \underline{1_n} = 0, \quad (7.37)$$

где $\underline{\mathbf{r}}$ – матрица-столбец, элементы которой являются радиус-векторами $\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_n$, $\underline{\mathbf{1}}_n$ – вектор-столбец из n элементов, каждый из которых равен 1.

Умножив (7.37) слева на T^T , получаем:

$$\underline{\mathbf{r}} = \underline{\mathbf{r}_0} \underline{\mathbf{1}}_n - (\underline{\mathbf{CT}})^T \underline{\mathbf{1}}_n. \quad (7.38)$$

Элементы произведения матриц \mathbf{CT} обозначим как \mathbf{d}_{ij} :

$$\mathbf{d}_{ij} = (\mathbf{CT})_{ij} = \sum_{a=1}^n T_{aj} S_{ia} \mathbf{c}_{ia}, \quad i, j = 1 \dots n. \quad (7.39)$$

Таким образом, радиус-вектор \mathbf{r}_i можно представить в виде:

$$\mathbf{r}_i = \underline{\mathbf{r}_0} - \sum_{j=1}^n \mathbf{d}_{ji}, \quad i = 1 \dots n. \quad (7.40)$$

Уравнение (7.40) показывает, что радиус-вектор центра масс C_i можно представить в виде суперпозиции вектора $\underline{\mathbf{r}_0}$ и векторов $-\mathbf{d}_{ji}$, фиксированных относительно тел системы. Элементы \mathbf{d}_{ji} равны:

$$\mathbf{d}_{ji} = \sum_{a=1}^n T_{ai} S_{ja} \mathbf{c}_{ja}, \quad i, j = 1 \dots n. \quad (7.41)$$

Подставим выражение для второй производной по времени для выражения (7.38) в уравнение (7.33):

$$\dot{\underline{\mathbf{L}}} + (\underline{\mathbf{CT}}) \times \underline{\mathbf{m}} (\underline{\mathbf{CT}})^T \underline{\mathbf{1}}_n - (\underline{\mathbf{CT}}) \times (\ddot{\mathbf{r}}_0 \underline{\mathbf{m}} \underline{\mathbf{1}}_n - \underline{\mathbf{F}}) = \underline{\mathbf{M}} + \underline{\mathbf{SY}}. \quad (7.42)$$

Введем обозначение для элементов матрицы:

$$\left((\underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{T}}) \times \underline{\mathbf{m}}(\ddot{\underline{\mathbf{C}}}\underline{\mathbf{T}})^T \right)_{ij} = \mathbf{g}_{ij} = \sum_{k=1}^n m_k \mathbf{d}_{ik} \times \ddot{\mathbf{d}}_{jk}, \quad i, j = 1 \dots n. \quad (7.43)$$

Анализируя уравнение (7.43), отметим, что можно выделить следующие случаи:

- 1) $s_i = s_j$ (вершина s_i совпадает с вершиной s_j);
- 2) $s_i < s_j$ (вершина s_i лежит на пути между s_0 и s_j);
- 3) $s_j < s_i$ (вершина s_j лежит на пути между s_0 и s_i);
- 4) другие случаи.

При этом элементы \mathbf{g}_{ij} имеют вид:

$$\mathbf{g}_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^n m_k \mathbf{d}_{ik} \times \ddot{\mathbf{d}}_{ik}, & \text{в случае (1),} \\ \mathbf{d}_{ij} \times \sum_{k=1}^n m_k \mathbf{d}_{jk}, & \text{в случае (2),} \\ \sum_{k=1}^n m_k \mathbf{d}_{ik} \times \ddot{\mathbf{d}}_{ji}, & \text{в случае (3),} \\ 0, & \text{в случае (4).} \end{cases} \quad (7.44)$$

Введем понятие дополненного тела. К концу вектора \mathbf{c}_{ia} присоединяется точечная масса, равная сумме масс всех тел системы (тело 0 не учитывается), связанных с телом i через шарнир a , в том числе и косвенно. Дополненное тело имеет массу, равную сумме масс тел системы:

$$M_{\Sigma} = \sum_{k=1}^n m_k. \quad (7.45)$$

Центр тяжести дополненного тела называется барицентром. Положение барицентра B_i относительно предшествующей шарнирной точки определяется вектором \mathbf{b}_{i0} . Пример дополненного тела показан на рисунке 61.

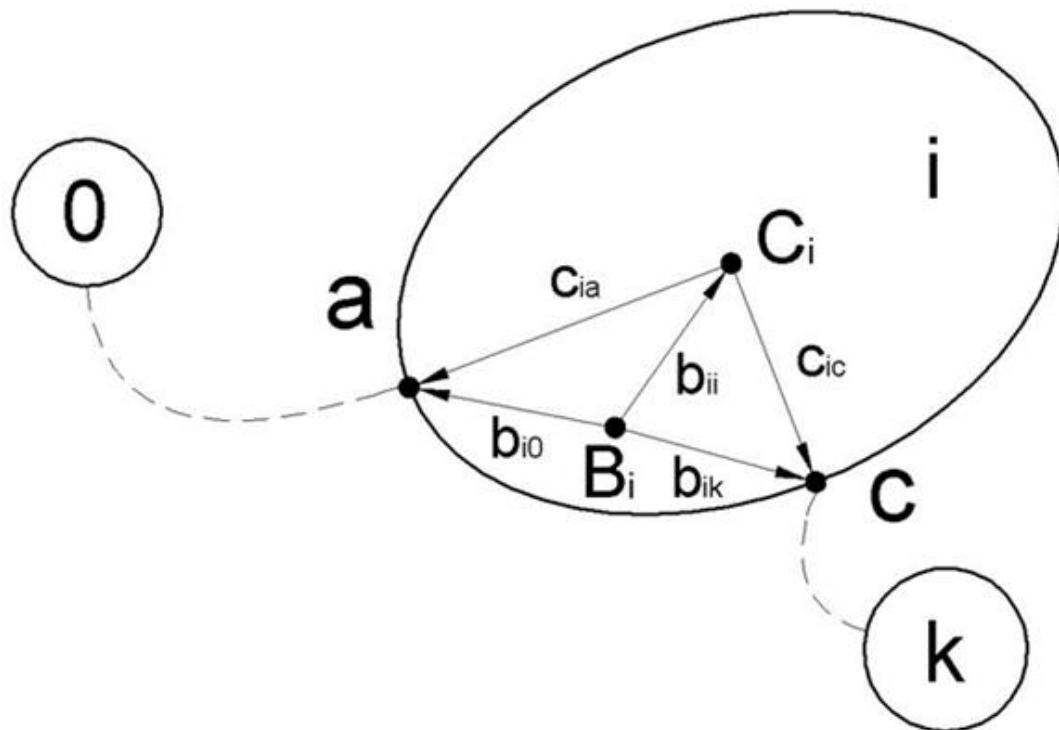


Рисунок 61 – Дополненное тело

Отметим важные свойства векторов \mathbf{b}_{ij} . Из определения этих векторов следует, что

$$\sum_{j=1}^n \mathbf{b}_{ij} m_j = 0, \quad i = 1 \dots n. \quad (7.46)$$

Векторы \mathbf{d}_{ij} связаны с векторами \mathbf{b}_{ij} соотношением:

$$\mathbf{d}_{ij} = \mathbf{b}_{i0} - \mathbf{b}_{ij}, \quad i, j = 1 \dots n. \quad (7.47)$$

С учетом (7.46) и (7.47) выражение (7.44) можно упростить:

$$\mathbf{g}_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^n m_k \mathbf{d}_{ik} \times \ddot{\mathbf{d}}_{ik}, & \text{в случае (1),} \\ M_\Sigma \mathbf{d}_{ij} \times \ddot{\mathbf{b}}_{j0}, & \text{в случае (2),} \\ M_\Sigma \mathbf{b}_{i0} \times \ddot{\mathbf{d}}_{ji}, & \text{в случае (3),} \\ 0, & \text{в случае (4).} \end{cases} \quad (7.48)$$

Подставляя (7.48) в (7.42), получим:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{L}}_i + \sum_{k=1}^n m_k \mathbf{d}_{ik} \times \ddot{\mathbf{d}}_{ik} + M_\Sigma \left(\sum_{j:S_i < S_j} \mathbf{d}_{ij} \times \ddot{\mathbf{b}}_{j0} + \mathbf{b}_{i0} \times \sum_{j:S_j < S_i} \ddot{\mathbf{d}}_{ji} \right) - \\ - \sum_{j=1}^n \mathbf{d}_{ij} \times (\ddot{\mathbf{r}}_0 m_j - \mathbf{F}_j) = \mathbf{M}_i + \sum_{a=1}^n S_{ia} \mathbf{Y}_a, \quad i = 1 \dots n. \end{aligned} \quad (7.49)$$

Тензор инерции \mathbf{K}_i дополненного тела i по отношению к предшествующей шарнирной точке связан с центральным тензором инерции \mathbf{J}_i исходного тела i следующим образом:

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{J}_i + \sum_{k=1}^n m_k (\mathbf{d}_{ik}^2 E - \mathbf{d}_{ik} \mathbf{d}_{ik}), \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.50)$$

Под вектором \mathbf{d}_{ik} понимают вектор, проведенный из точки крепления точечной массы m_k в предшествующую шарнирную точку.

Обозначим абсолютную угловую скорость вращения тела i как $\boldsymbol{\omega}_i$. Тогда можем представить первые два члена уравнения (7.49) как:

$$\dot{\mathbf{L}}_i + \sum_{k=1}^n m_k \mathbf{d}_{ik} \times \ddot{\mathbf{d}}_{ik} = \mathbf{K}_i \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{K}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i. \quad (7.51)$$

Согласно выражениям (7.46) и (7.47):

$$\sum_{k=1}^n \mathbf{d}_{ij} m_j \times \ddot{\mathbf{r}}_0 = \sum_{j=1}^n (\mathbf{b}_{i0} - \mathbf{b}_{ij}) m_j \times \ddot{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{b}_{i0} \times M_\Sigma \ddot{\mathbf{r}}_0. \quad (7.52)$$

Вторые производные от \mathbf{b}_{j0} и \mathbf{d}_{ji} равны:

$$\ddot{\mathbf{b}}_{j0} = \dot{\boldsymbol{\omega}}_j \times \mathbf{b}_{j0} + \boldsymbol{\omega}_j \times (\boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{b}_{j0}), \quad j = 1 \dots n, \quad (7.53)$$

$$\ddot{\mathbf{d}}_{ji} = \dot{\boldsymbol{\omega}}_j \times \mathbf{d}_{ji} + \boldsymbol{\omega}_j \times (\boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{d}_{ji}), \quad i, j = 1 \dots n. \quad (7.54)$$

Подставляя в (7.49) выражения (7.51) – (7.54), получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_i \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + M_\Sigma \left(\sum_{j:s_i < s_j} \mathbf{d}_{ij} \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_j \times \mathbf{b}_{j0}) + \mathbf{b}_{i0} \times \sum_{j:s_j < s_i} \dot{\boldsymbol{\omega}}_j \times \mathbf{d}_{ji} \right) = \\ = \mathbf{M}'_i + \mathbf{M}_i + \sum_{a=1}^n S_{ia} \mathbf{Y}_a, \quad i = 1 \dots n, \end{aligned} \quad (7.55)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{M}'_i = -\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{K}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i - \\ - M_\Sigma \left(\sum_{j:s_i < s_j} \mathbf{d}_{ij} \times [\boldsymbol{\omega}_j \times (\boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{b}_{j0})] + \mathbf{b}_{i0} \times \right. \\ \left. \times \left(-\ddot{\mathbf{r}}_0 + \sum_{j:s_j < s_i} \boldsymbol{\omega}_j \times (\boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{d}_{ji}) \right) \right) - \sum_{j:s_i \leq s_j} \mathbf{d}_{ij} \times \mathbf{F}_j, \\ i = 1 \dots n. \end{aligned} \quad (7.56)$$

Двойные векторные произведения в выражении (7.55) можно представить в виде:

$$\mathbf{d}_{ij} \times (\dot{\omega}_j \times \mathbf{b}_{j0}) = (\mathbf{b}_{j0} \cdot \mathbf{d}_{ij} E - \mathbf{b}_{j0} \mathbf{d}_{ij}) \cdot \dot{\omega}_j, \quad (7.57)$$

$$\mathbf{b}_{i0} \times (\dot{\omega}_j \times \mathbf{b}_{ji}) = (\mathbf{d}_{ji} \cdot \mathbf{b}_{i0} E - \mathbf{d}_{ji} \mathbf{b}_{i0}) \cdot \dot{\omega}_j. \quad (7.58)$$

Введем тензор с элементами K_{ij} :

$$K_{ij} = \begin{cases} K_i, & \text{в случае (1),} \\ M_\Sigma (\mathbf{b}_{j0} \cdot \mathbf{d}_{ij} E - \mathbf{b}_{j0} \mathbf{d}_{ij}), & \text{в случае (2),} \\ M_\Sigma (\mathbf{d}_{ji} \cdot \mathbf{b}_{i0} E - \mathbf{d}_{ji} \mathbf{b}_{i0}), & \text{в случае (3),} \\ 0, & \text{в случае (4),} \end{cases} \quad (7.59)$$

$i, j = 1 \dots n.$

Тогда уравнение (7.55) примет вид:

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} \cdot \dot{\omega}_i = M'_i + M_i + \sum_{a=1}^n S_{ia} Y_a, \quad i = 1 \dots n. \quad (7.60)$$

Если рассматривается плоское движение, когда все шарниры являются цилиндрическими, а их оси параллельны некоторому единичному вектору, то система n векторных уравнений (7.60) сводится к системе n скалярных уравнений.

С каждым телом связан базис $\mathbf{e}^{(i)}$, причем для тела 0 его начало расположено в шарнирной точке 1, а для остальных тел – в центре масс. Также существует неподвижный базис \mathbf{e} . Вектора \mathbf{e}_3 используемых базисов параллельны осям шарниров. Закон движения базиса $\mathbf{e}^{(0)}$ относительно базиса \mathbf{e} известен и представляет собой функцию $\mathbf{r}_0(t)$. В качестве обобщенных координат используются углы φ_i между векторами неподвижного базиса \mathbf{e} и базисов, связанных с телами $\mathbf{e}^{(i)}$.

Связь между базисами $\mathbf{e}^{(i)}$ и \mathbf{e} определяется соотношением:

$$\underline{\mathbf{e}}^{(i)} = \underline{A}^i \mathbf{e}, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.61)$$

где \underline{A}^i – матрица преобразования:

$$\underline{A}^i = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n. \quad (7.62)$$

Связь между базисами $\mathbf{e}^{(i)}$ и $\mathbf{e}^{(j)}$ имеет вид

$$\mathbf{e}^{(i)} = \underline{A}^{ij} \mathbf{e}^{(j)}, \quad i = 0 \dots n, \quad (7.63)$$

где

$$\underline{A}^{ij} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_i - \varphi_j) & \sin(\varphi_i - \varphi_j) & 0 \\ -\sin(\varphi_i - \varphi_j) & \cos(\varphi_i - \varphi_j) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 0 \dots n. \quad (7.64)$$

Матрицы координат в базисе $\mathbf{e}^{(i)}$ для \mathbf{K}_i , \mathbf{d}_{ij} , \mathbf{b}_{i0} , $\boldsymbol{\omega}_i$, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i$, \mathbf{M}_i , \mathbf{Y}_a , \mathbf{F}_i и $\ddot{\mathbf{r}}_0$ можно представить в виде

$$\underline{\mathbf{K}}_i = \begin{bmatrix} K_{i1} & -K_{i21} & -K_{i13} \\ -K_{i21} & K_{i2} & -K_{i23} \\ -K_{i31} & -K_{i32} & K_{i3} \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.65)$$

$$\underline{\mathbf{d}}_{ij} = \begin{bmatrix} d_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ d_{ij} \sin \alpha_{ij} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i, j = 1 \dots n, \quad (7.66)$$

$$\underline{\mathbf{b}}_{i0} = \begin{bmatrix} b_{i0} \cos \beta_i \\ b_{i0} \sin \beta_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.67)$$

$$\underline{\omega}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi}_i \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.68)$$

$$\underline{\dot{\omega}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\phi}_i \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.69)$$

$$\underline{M}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_i \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.70)$$

$$\underline{Y}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Y_a \end{bmatrix}, \quad a = 1 \dots n, \quad (7.71)$$

$$\underline{F}_i = \underline{A}^i \begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{i2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1 \dots n, \quad (7.72)$$

$$\underline{\ddot{r}}_0 = \underline{A}^i \begin{bmatrix} \ddot{r}_{01} \\ \ddot{r}_{02} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7.73)$$

Углы α_{ij} и β_i определяют положение векторов \mathbf{d}_{ij} и \mathbf{b}_{i0} в базисе $\mathbf{e}^{(i)}$.

Учитывая выражения (7.65) – (7.73), перепишем уравнение (7.60) в виде скалярного матричного уравнения:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^n K_{ij} \dot{\omega}_i = M_i - \widetilde{\omega}_i K_i \omega_i + \\
& + M_\Sigma \left(\sum_{j: s_i < s_j} \frac{\dot{\phi}_j^2 \widetilde{d}_{ij} A^{ij} b_{j0}}{s_i} + \widetilde{b}_{i0} \left(\frac{A^i \ddot{r}_0}{s_i} + \sum_{j: s_j < s_i} \frac{\dot{\phi}_j^2 A^{ij} d_{ij}}{s_j} \right) \right) - \\
& - \sum_{j: s_i \leq s_j} \frac{\widetilde{d}_{ij} A^i F_j}{s_i} + \sum_{a=1}^n S_{ia} Y_a, \quad i = 1 \dots n.
\end{aligned} \tag{7.74}$$

Скалярные уравнения движения системы, состоящей из n тел, также можно записать в виде

$$A \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\phi}_n \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^2 \\ \vdots \\ \dot{\phi}_n^2 \end{bmatrix} = R + SY, \quad i = 1, \dots, n, \tag{7.75}$$

где

$$A_{ij} = \begin{cases} K_{i3}, & i = j, \\ M_\Sigma d_{ij} b_{j0} \cos(\varphi_i - \varphi_j + \alpha_{ij} - \beta_j), & s_i < s_j, \\ M_\Sigma d_{ji} b_{i0} \cos(\varphi_i - \varphi_j - \alpha_{ji} + \beta_i), & s_j < s_i, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \tag{7.76}$$

$$i, j = 1, \dots, n,$$

$$B_{ij} = \begin{cases} M_\Sigma d_{ij} b_{j0} \sin(\varphi_i - \varphi_j + \alpha_{ij} - \beta_j), & s_i < s_j, \\ M_\Sigma d_{ji} b_{i0} \sin(\varphi_i - \varphi_j - \alpha_{ij} + \beta_i), & s_j < s_i, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \tag{7.77}$$

$$i, j = 1, \dots, n,$$

$$\begin{aligned}
 R_i = M_i - M_{\Sigma} b_{io} [\ddot{r}_{01} \sin(\varphi_i + \beta_i) - \ddot{r}_{02} \cos(\varphi_i + \beta_i)] + \\
 + \sum_{j:s_i \leq s_j} d_{ij} [F_{j1} \sin(\varphi_i + \alpha_{ij}) - F_{j2} \cos(\varphi_i + \alpha_{ij})], \quad (7.78)
 \end{aligned}$$

$i, j = 1, \dots, n,$

Поскольку шарниры оснащены пружинами, момент внутренних сил в шарнирах вычисляется как

$$\underline{Y} = -\underline{k}\underline{S}^T \underline{\varphi} - (k_1 \varphi_0) \underline{S}_0^T, \quad (7.79)$$

где

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & k_n \end{bmatrix}, \quad (7.80)$$

где $k_1 \dots k_n$ – коэффициенты жесткости торсионных пружин в шарнирах 1...n.

С учетом (7.79) и (7.80), система (7.75) принимает окончательный вид [60]:

$$\begin{aligned}
 \underline{A} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\varphi}_n \end{bmatrix} + \underline{B} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1^2 \\ \vdots \\ \dot{\varphi}_n^2 \end{bmatrix} + \underline{SkS}^T \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{bmatrix} = \underline{R} - (k_1 \varphi_0) \underline{SS}_0^T, \quad (7.81)
 \end{aligned}$$

$$i = 1 \dots n.$$

Использование предложенного подхода позволяет совершенно формальным образом составлять уравнения движения для достаточно сложных конфигураций механических систем [58]. Нетрудно убедиться, что применение подхода Виттенбурга и аппарата уравнений Лагранжа позволяют записать аналогичные уравнения движения элементов составного

плавникового движителя. Однако формальный способ записи уравнений движения в соответствии с заранее известными определенными правилами представляется гораздо менее трудоемким и предпочтительным в инженерных расчетах.

§ 7.6 Выводы по главе 7

В главе 7 были рассмотрены основные способы составления уравнений движения элементов составного плавникового движителя сложной конструкции. Большое количество элементов затрудняет применение традиционных подходов, таких как аппарат уравнений Лагранжа II рода, поскольку количество членов в выражении для кинетической энергии системы с увеличением количества элементов становится слишком громоздким.

Подход, предложенный Виттенбургом, позволяет представить механическую систему связанных друг с другом тел в виде направленного графа и формально записать систему уравнений, описывающую движение тел системы. Преимущество данного подхода заключается в возможности быстрой записи уравнений движения машущих элементов для конструкции плавникового движителя любой сложности.

В результате применения рассматриваемых подходов к конструкции, состоящей из трех машущих элементов (один из которых является ведущим), были получены одни и те же уравнения движения, что подтверждает корректность подхода Виттенбурга.

ГЛАВА 8**ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СОСТАВНОГО ПЛАВНИКОВОГО
ДВИЖИТЕЛЯ****§ 8.1 Расчетная схема и выбор подхода к составлению уравнений
движения элементов**

Рассмотренные в предыдущих главах конструкции составного плавникового движителя в силу малого количества крыловых поверхностей плохо подходят для имитации хвостового плавника китообразных, чьим техническим аналогом они являются. Реальный плавник представляет собой упругое тело, которое может быть представлено в виде системы твердых тел, соединенных между собой пружинами и демпферами. Наиболее ранней известной работой, в которой был применен подобный подход, является книга Фишера [101], в которой рассматривалась ходьба человека. Также известны труды Роберсона и Виттенбурга [109] и Хукера и Марголиса [103].

Чем больше элементов содержит система, тем точнее она моделирует упругий объект, поэтому наибольший практический интерес представляет собой плавниковый движитель, состоящий из множества соединенных крыловых поверхностей. В то же время, рассмотрение конструкции, содержащей слишком большое количество элементов, может значительно увеличить время расчетов и вызвать затруднения при анализе результатов. Таким образом, для исследования колебаний составного плавникового движителя была выбрана конструкция, представленная на рисунке 62. Она содержит один ведущий элемент и три зависимых. Связывающие шарниры оснащены торсионными пружинами и демпферами.

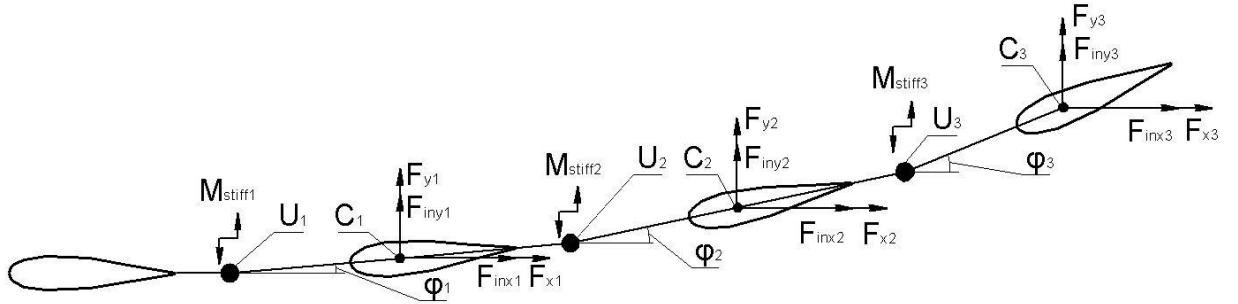


Рисунок 62 – Составной плавниковый движитель

Составим уравнение кинетической энергии для данной системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) + \frac{J}{2}(\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2 + \dot{\varphi}_3^2). \quad (8.1)$$

Запишем выражение для скорости v_3 в терминах обобщенных координат

$$v_3^2 = \dot{x}_{C_3}^2 + \dot{y}_{C_3}^2,$$

$$\dot{x}_{C_3} = -L(2\dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + 2\dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_3 \sin \varphi_3),$$

$$\dot{y}_{C_3} = L(2\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + 2\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_3 \cos \varphi_3),$$

$$\begin{aligned} v_3^2 = & L^2[4\dot{\varphi}_1^2 + 4\dot{\varphi}_2^2 + \dot{\varphi}_3^2 + \\ & + 8\dot{\varphi}_1^2\dot{\varphi}_2^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + 4\dot{\varphi}_1^2\dot{\varphi}_3^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) \\ & + 4\dot{\varphi}_2^2\dot{\varphi}_3^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3)]. \end{aligned} \quad (8.2)$$

С учетом (7.6) и (7.8), получим выражение для кинетической энергии рассматриваемой системы:

$$T = \frac{mL^2}{2} [9\dot{\varphi}_1^2 + 5\dot{\varphi}_2^2 + \dot{\varphi}_3^2 + 12\dot{\varphi}_1^2\dot{\varphi}_2^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ + 4\dot{\varphi}_1^2\dot{\varphi}_3^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + 4\dot{\varphi}_2^2\dot{\varphi}_3^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3)] + \frac{J}{2}(\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2 + \dot{\varphi}_3^2). \quad (8.3)$$

Сравнивая выражения (7.10) и (8.3), можно отметить, что количество слагаемых для системы из трех зависимых элементов значительно увеличилось. Как следствие, применение подхода Лагранжа при выводе уравнений движения становится малоприменимым, поэтому в дальнейшем будет использоваться подход Виттенбурга.

§ 8.2 Система дифференциальных уравнений движения машущих элементов

Отобразим структуру взаимосвязей элементов составного плавникового движителя в виде ориентированного графа. При этом крыловые поверхности схематизируем вершинами, а связи с шарнирами – направленными дугами. Полученный граф, представленный на рисунке 63, соответствует конструкции, показанной на рисунке 62.

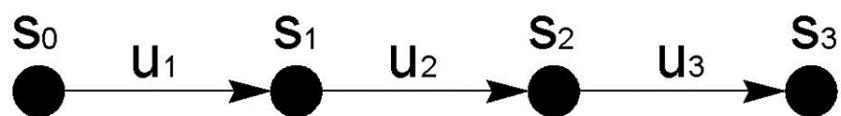


Рисунок 63 – Ориентированный граф

Согласно правилам (7.25) и (7.26) составим матрицы S_0 , S и T :

$$\underline{S}_0 = [1 \quad 0 \quad 0], \quad (8.4)$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (8.5)$$

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (8.6)$$

Введем неподвижный базис e , а также подвижные базисы $e^{(i)}$, связанные с машущими элементами. При этом начало базиса $e^{(0)}$ совпадает с шарнирной точкой U_1 , остальные базисы $e^{(1)}$, $e^{(2)}$ и $e^{(3)}$ имеют начало в центрах тяжести

машущих элементов C_1 , C_2 и C_3 соответственно. Используемые векторные базисы показаны на рисунке 64.

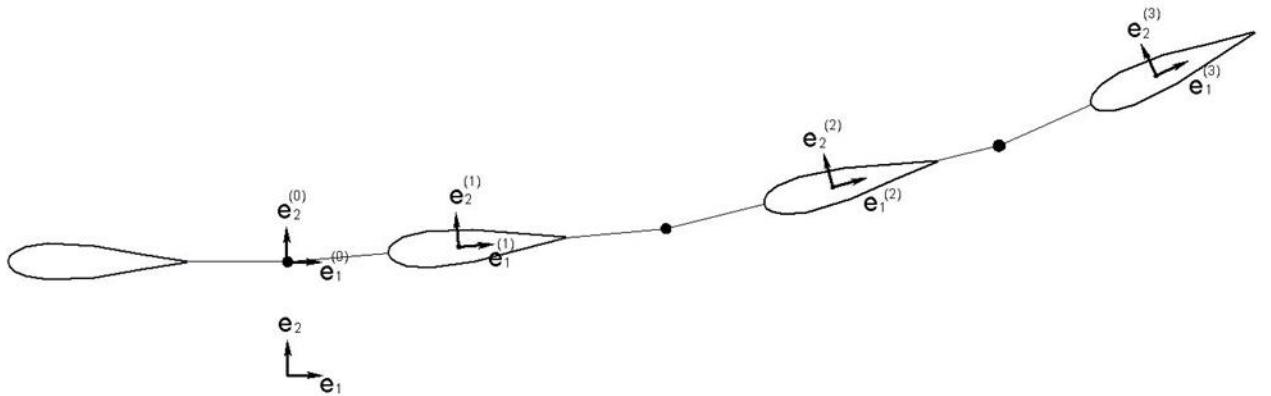


Рисунок 64 – Используемые векторные базисы

Вектора \mathbf{d}_{ji} определяются как

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{11} & \mathbf{d}_{12} & \mathbf{d}_{13} \\ \mathbf{d}_{21} & \mathbf{d}_{22} & \mathbf{d}_{23} \\ \mathbf{d}_{31} & \mathbf{d}_{32} & \mathbf{d}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{11} - \mathbf{c}_{12} & \mathbf{c}_{11} - \mathbf{c}_{12} \\ 0 & \mathbf{c}_{22} & \mathbf{c}_{22} - \mathbf{c}_{23} \\ 0 & 0 & \mathbf{c}_{33} \end{bmatrix}. \quad (8.7)$$

Абсолютные значения векторов \mathbf{d}_{ji} равны:

$$|\mathbf{d}_{11}| = |\mathbf{d}_{22}| = |\mathbf{d}_{33}| = L, \quad (8.8)$$

$$|\mathbf{d}_{12}| = |\mathbf{d}_{13}| = |\mathbf{d}_{23}| = 2L. \quad (8.9)$$

Построим дополненное тело 1. В шарнирную точку 2 поместим точечную массу, равную сумме масс тел 2 и 3 – $2m$. Вычислим координаты барицентра в базисе $e^{(1)}$.

Пусть барицентр имеет координату x , тогда справедливо соотношение

$$mx = 2m(|\mathbf{c}_{12}| - x),$$

$$x = \frac{2}{3} |\mathbf{c}_{12}|.$$

При построении дополненного тела 2 в шарнирную точку 2 поместим массу тела 1 m, в шарнирную точку 3 – массу тела 3 m. Учитывая, что

$$m|\mathbf{c}_{22}| = m|\mathbf{c}_{23}| = mL,$$

определим координату барицентра в базисе $\mathbf{e}^{(2)}$:

$$x = 0.$$

Дополненное тело 3 получим, поместив массы тел 1 и 2 в шарнир 3. Соотношение для координаты барицентра дополненного тела 3 в базисе $\mathbf{e}^{(3)}$ имеет вид:

$$x = -\frac{2}{3} |\mathbf{c}_{33}|.$$

Найдем абсолютные значения векторов \mathbf{b}_{10}

$$|\mathbf{b}_{10}| = |\mathbf{c}_{11}| + \frac{2}{3} |\mathbf{c}_{12}| = \frac{5}{3} L, \quad (8.10)$$

$$|\mathbf{b}_{20}| = |\mathbf{c}_{22}| = L, \quad (8.11)$$

$$|\mathbf{b}_{30}| = |\mathbf{c}_{33}| - \frac{2}{3} |\mathbf{c}_{33}| = \frac{1}{3} L. \quad (8.12)$$

Выражения для определения момента инерции дополненного тела относительно предшествующей шарнирной точки имеют вид:

$$K_{i3} = J_{i3} + \sum_{k=1}^n m_k (d_{ik1}^2 + d_{ik2}^2) = J_{i3} + \sum_{k=1}^n m_k |\mathbf{d}_{ik}|^2, i = 1, \dots, n. \quad (8.13)$$

Моменты инерции дополненных тел 1–3 вычисляются как:

$$\begin{aligned} K_{13} &= J + m|\mathbf{d}_{11}|^2 + m|\mathbf{d}_{12}|^2 + m|\mathbf{d}_{13}|^2 = \\ &= J + mL^2 + m(2L)^2 + m(2L)^2 = J + 9mL^2, \end{aligned} \quad (8.14)$$

$$K_{23} = J + m|\mathbf{d}_{22}|^2 + m|\mathbf{d}_{23}|^2 = J + mL^2 + m(2L)^2 = J + 5mL^2, \quad (8.15)$$

$$K_{33} = J + m|\mathbf{d}_{33}|^2 = J + mL^2. \quad (8.16)$$

Поскольку в шарниры оснащены торсионными пружинами с коэффициентом k и демпферами с коэффициентом h , выражение (7.81) может быть модифицировано и записано в следующем виде:

$$\underline{A} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix} + \underline{B} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1^2 \\ \dot{\varphi}_2^2 \\ \dot{\varphi}_3^2 \end{bmatrix} + \underline{ShS^T} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} + \underline{SkS^T} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \underline{R} - (k\varphi_0 + h\dot{\varphi}_0) \underline{SS_0^T}, \quad (8.17)$$

где

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} J + 9mL^2 & 6mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & 2mL^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) \\ 6mL^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) & J + 5mL^2 & 2mL^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \\ 2mL^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_1) & 2mL^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) & J + mL^2 \end{bmatrix},$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 & 6mL^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) & 2mL^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \\ 6mL^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) & 0 & 2mL^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \\ 2mL^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_1) & 2mL^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) & 0 \end{bmatrix},$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & h \end{bmatrix}, \quad \underline{k} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}, \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} R_1 &= -M_{\Sigma} |\mathbf{b}_{10}| [\ddot{r}_{01} \sin(\varphi_1 + \pi) - \ddot{r}_{02} \cos(\varphi_1 + \pi)] + \\ &\quad + |\mathbf{d}_{11}| [F_{11} \sin(\varphi_1 + \pi) - F_{12} \cos(\varphi_1 + \pi)] + \\ &\quad + |\mathbf{d}_{12}| [F_{21} \sin(\varphi_1 + \pi) - F_{22} \cos(\varphi_1 + \pi)] + \\ &\quad + |\mathbf{d}_{13}| [F_{31} \sin(\varphi_1 + \pi) - F_{32} \cos(\varphi_1 + \pi)] = \\ &= -5mL(\ddot{r}_{0y} \cos \varphi_1 - \ddot{r}_{0x} \sin \varphi_1) + L[F_{y1} \cos \varphi_1 - F_{x1} \sin \varphi_1] + \\ &\quad + 2L[(F_{y2} + F_{y3}) \cos \varphi_1 - (F_{x2} + F_{x3}) \sin \varphi_1], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= -M_{\Sigma} |\mathbf{b}_{20}| [\ddot{r}_{01} \sin(\varphi_2 + \pi) - \ddot{r}_{02} \cos(\varphi_2 + \pi)] + \\ &\quad + |\mathbf{d}_{22}| [F_{21} \sin(\varphi_2 + \pi) - F_{22} \cos(\varphi_2 + \pi)] + \\ &\quad + |\mathbf{d}_{23}| [F_{31} \sin(\varphi_2 + \pi) - F_{32} \cos(\varphi_2 + \pi)] = \\ &= -3mL(\ddot{r}_{0y} \cos \varphi_2 - \ddot{r}_{0x} \sin \varphi_2) + L[F_{y2} \cos \varphi_2 - F_{x2} \sin \varphi_2] + \\ &\quad + 2L[F_{y3} \cos \varphi_2 - F_{x3} \sin \varphi_2], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_3 &= -M_{\Sigma} |\mathbf{b}_{30}| [\ddot{r}_{01} \sin(\varphi_3 + \pi) - \ddot{r}_{02} \cos(\varphi_3 + \pi)] + \\ &\quad + |\mathbf{d}_{33}| [F_{31} \sin(\varphi_3 + \pi) - F_{32} \cos(\varphi_3 + \pi)] = \\ &= -mL(\ddot{r}_{0y} \cos \varphi_3 - \ddot{r}_{0x} \sin \varphi_3) + L[F_{y3} \cos \varphi_3 - F_{x3} \sin \varphi_3]. \end{aligned}$$

Таким образом, с помощью подхода Виттенбурга была получена система дифференциальных уравнений, описывающая движение машущих элементов составного плавникового движителя.

§ 8.3 Исследование устойчивости движения конструкции

Рассмотрим малые колебания элементов составного плавникового движителя около положения $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$. Ведущий элемент 0 при этом зафиксирован. Линеаризованная форма уравнений движения имеет вид:

$$\underline{A} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix} + \underline{C} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} + \underline{D} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \underline{R}, \quad (8.18)$$

где

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} J + 9mL^2 & 6mL^2 & 2mL^2 \\ 6mL^2 & J + 5mL^2 & 2mL^2 \\ 2mL^2 & 2mL^2 & J + mL^2 \end{bmatrix},$$

$$\underline{C} = \underline{ShS^T},$$

$$\underline{D} = \underline{SkS^T},$$

$$\begin{aligned} \underline{R} &= \begin{bmatrix} LF_{y1} + 2LF_{y2} + 2LF_{y3} \\ LF_{y2} + 2LF_{y3} \\ LF_{y3} \end{bmatrix} = \\ &= - \begin{bmatrix} Lc_y^\varphi \frac{\rho}{2} bBv_1^2 \varphi_1 + 2Lc_y^\varphi \frac{\rho}{2} bBv_2^2 \varphi_2 + 2Lc_y^\varphi \frac{\rho}{2} bBv_3^2 \varphi_3 \\ Lc_y^\varphi \frac{\rho}{2} bBv_2^2 \varphi_2 + 2Lc_y^\varphi \frac{\rho}{2} bBv_3^2 \varphi_3 \\ Lc_y^\varphi \frac{\rho}{2} bBv_3^2 \varphi_3 \end{bmatrix} = \\ &= f \begin{bmatrix} v_1^2 \varphi_1 + 2v_2^2 \varphi_2 + 2v_3^2 \varphi_3 \\ v_2^2 \varphi_2 + 2v_3^2 \varphi_3 \\ v_3^2 \varphi_3 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$f = -c_y^\varphi \frac{\rho}{2} bBL.$$

Значение производной подъемной силы по углу φ принимается равным $c_y^\varphi = 3,12$. При этом значения эффективных скоростей потока в следе за элементами 0, 1 и 2 (v_1, v_2 и v_3) соответственно можно выразить через значение скорости невозмущенного набегающего потока v_0 :

$$v_1 = k_s v_0, \quad v_2 = k_s v_1 = k_s^2 v_0, \quad v_3 = k_s v_2 = k_s^3 v_0,$$

где k_s – коэффициент падения скорости в следе.

Введем следующую замену:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \end{bmatrix}. \quad (8.19)$$

Тогда систему линеаризованных уравнений можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ 0 & 0 & 0 & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & 0 & 0 & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{\phi}_4 \\ \dot{\phi}_5 \\ \dot{\phi}_6 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \end{bmatrix}, \tag{8.20}
\end{aligned}$$

или

$$Z \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{\phi}_4 \\ \dot{\phi}_5 \\ \dot{\phi}_6 \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \end{bmatrix}, \tag{8.21}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{\phi}_4 \\ \dot{\phi}_5 \\ \dot{\phi}_6 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \end{bmatrix}, \quad (8.22)$$

где

$$\underline{F} = f \begin{bmatrix} v_1^2 & 2v_2^2 & 2v_3^2 \\ 0 & v_2^2 & 2v_3^2 \\ 0 & 0 & v_3^2 \end{bmatrix},$$

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ 0 & 0 & 0 & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & 0 & 0 & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \underline{X} = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \\ & - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\underline{P} = \underline{Z}^{-1} \underline{X}.$$

Решение может быть найдено в виде:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \varphi_3(t) \\ \varphi_4(t) \\ \varphi_5(t) \\ \varphi_6(t) \end{bmatrix} = e^{\lambda t} \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \\ \varphi_{03} \\ \varphi_{04} \\ \varphi_{05} \\ \varphi_{06} \end{bmatrix}, \quad (8.23)$$

где φ_{0i} – произвольные постоянные.

Характеристическое уравнение можно записать как:

$$\det(\underline{P} - \lambda \underline{E}) = 0. \quad (8.24)$$

В общем случае характеристическое уравнение имеет комплексные корни: действительная часть определяет, является ли движение устойчивым, а мнимая – частоту свободных колебаний.

Если компоненты матрицы P не зависят в явном виде от времени, то система является автономной. Согласно теоремам Ляпунова, устойчивость невозмущенного движения независимо от членов выше первого порядка малости определяется на основе знака действительной части корней характеристического уравнения: если все корни имеют отрицательную действительную часть, то движение асимптотически устойчиво; если действительная часть хотя бы одного из корней положительна, то движение неустойчиво [1].

Таким образом, варьируя значения скорости набегающего потока v_0 , жесткости пружин k и коэффициенты демпфирования демпферов в шарнирах d можно определить критические значения, при которых невозмущенное движение составного плавникового движителя теряет устойчивость. В качестве исходного был выбран режим, характеризующийся скоростью $v_0 = 0,5$ м/с и коэффициентами жесткости $k = 20$ Н·м/рад и демпфирования $h = 2$ Н·м·с/рад. Каждый из этих параметров варьировался поочередно при

постоянных значениях двух остальных параметров. Значение коэффициента k_s принималось равным 0,95.

На рисунках 65 – 70 представлены зависимости значений действительной и мнимой части корней характеристического уравнения от варьируемого параметра. Анализируя эти данные, можно отметить, что невозмущенное движение системы теряет устойчивость в случаях, когда $v_0 > 0,7$ м/с ($k = 20$ Н·м/рад и $h = 2$ Н·м·с/рад), $k < 10$ Н·м/рад ($v_0 = 0,5$ м/с и $h = 2$ Н·м·с/рад). Устойчивость сохраняется при любом положительном значении h для режима $v_0 = 0,5$ м/с и $k = 20$ Н·м/рад. Увеличение скорости потока v_0 сопровождается ростом значения основной собственной частоты.

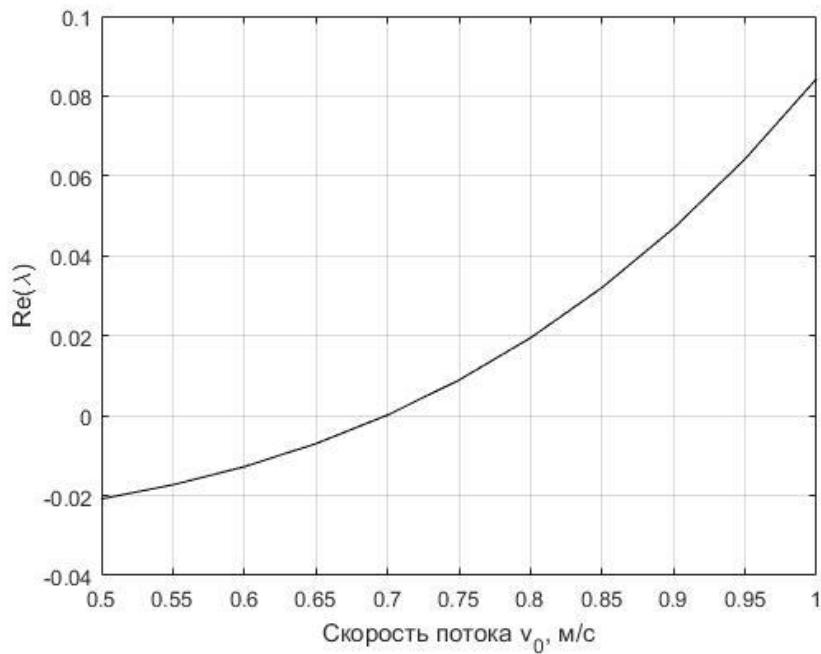


Рисунок 65 – Зависимость значения действительной части наибольшего из корней характеристического уравнения от скорости потока v_0

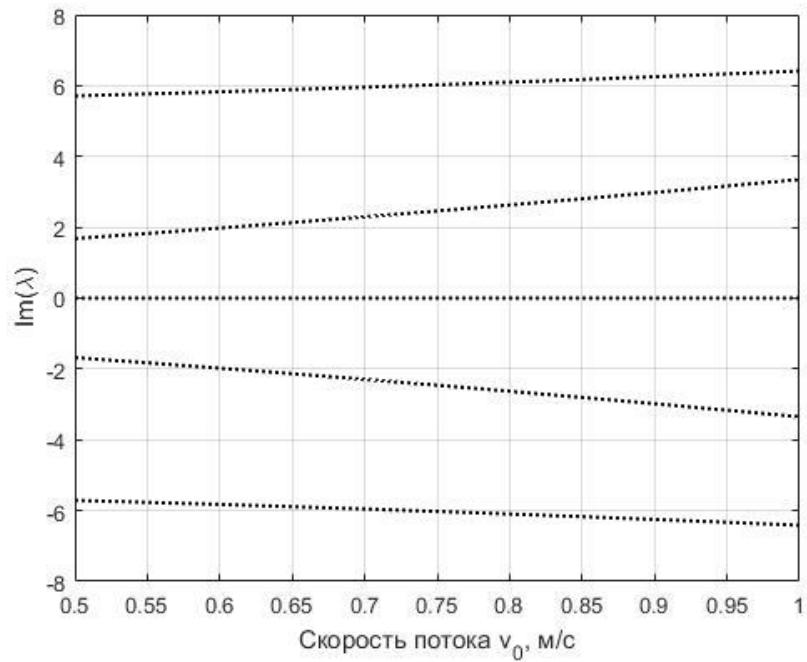


Рисунок 66 – Зависимость значений мнимых частей корней характеристического уравнения от скорости потока v_0

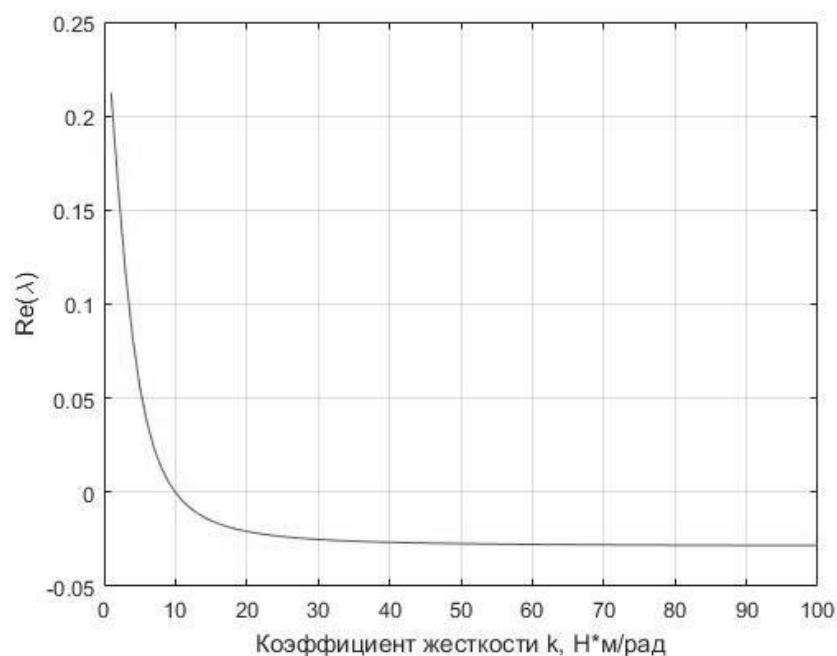


Рисунок 67 – Зависимость значения действияльной части наибольшего из корней характеристического уравнения от коэффициента жесткости k

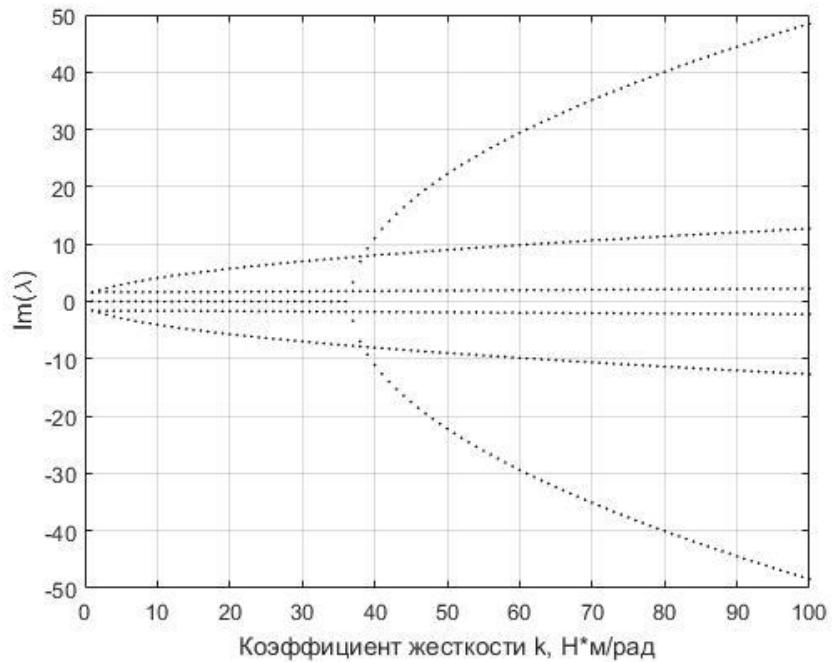


Рисунок 68 – Зависимость значений мнимых частей корней характеристического уравнения от коэффициента жесткости k

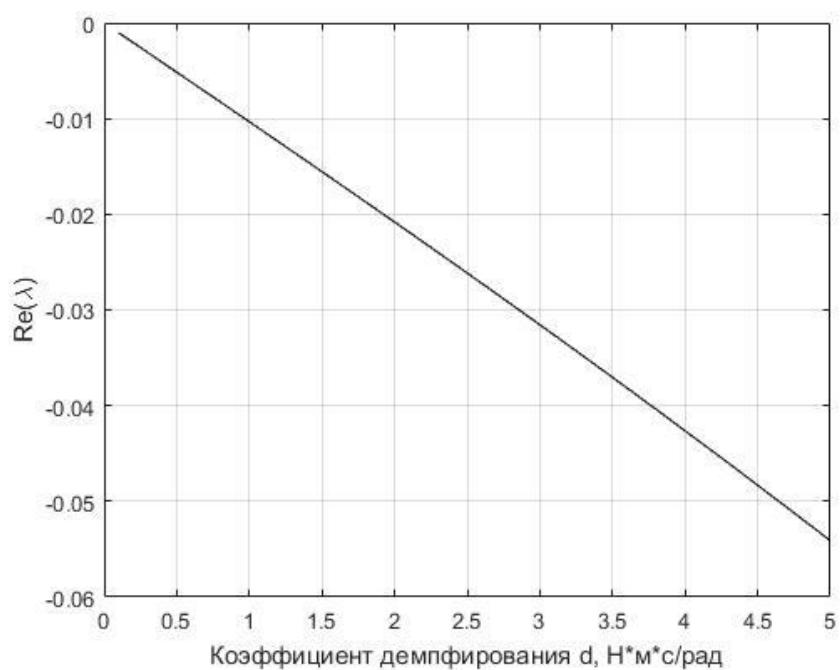


Рисунок 69 – Зависимость значения действительной части наибольшего из корней характеристического уравнения от коэффициента демпфирования d

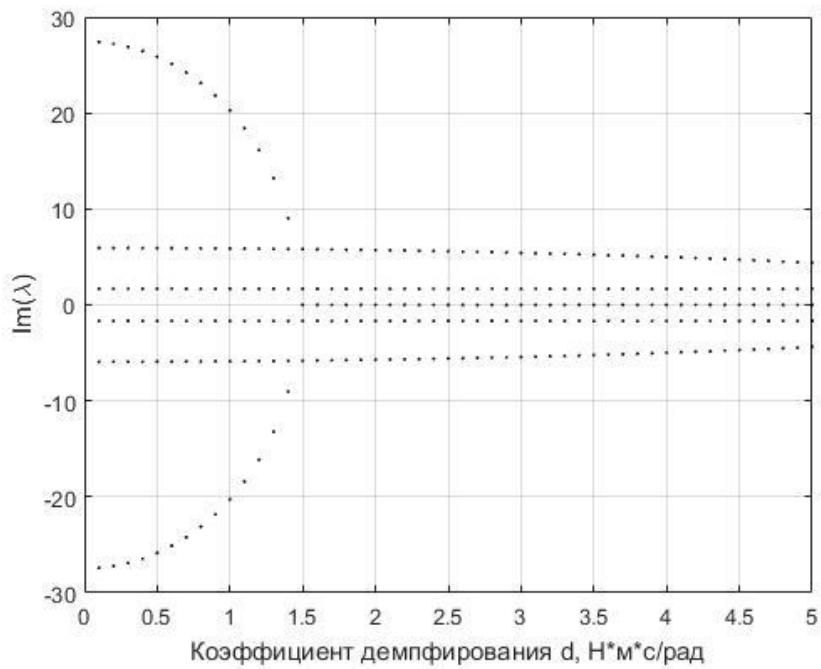


Рисунок 70 – Зависимость значений мнимых частей корней характеристического уравнения от коэффициента демпфирования h

§ 8.4 Исследование различных режимов колебаний составного плавникового движителя

Используя линеаризованные уравнения колебаний элементов системы (8.20), рассмотрим режимы, полученные поочередным варьированием скорости v_0 , коэффициентов жесткости k и демпфирования h относительно исходного режима ($v_0 = 0,5$ м/с, $k = 20$ Н·м/рад, $h = 2$ Н·м·с/рад). При этом элемент 0 остается неподвижным, а начальные условия имеют вид:

$$\varphi|_{t=0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix}. \quad (8.25)$$

Результаты расчета для исходного режима показаны на рисунке 71.

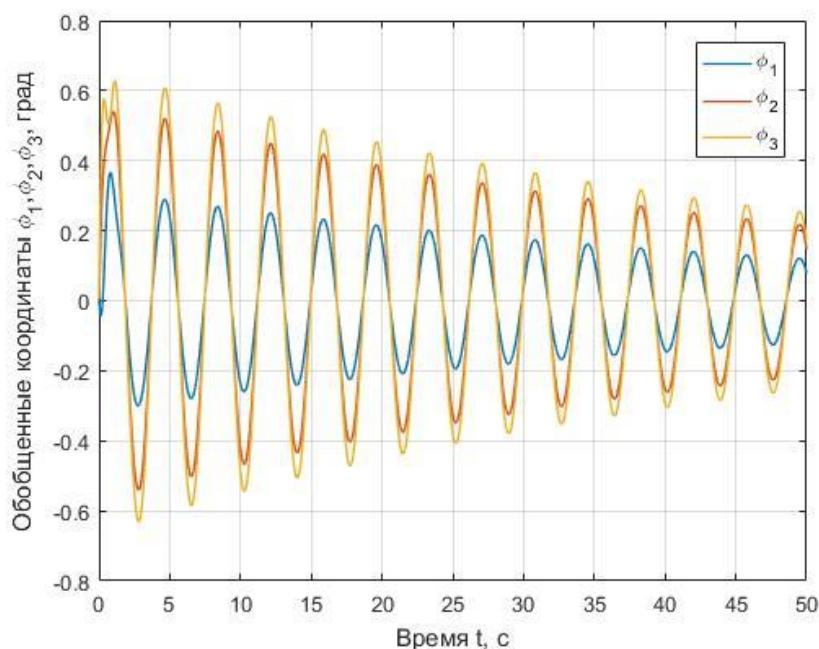


Рисунок 71 – Результаты расчета для исходного режима
($v_0 = 0,5$ м/с, $k = 20$ Н·м/рад, $h = 2$ Н·м·с/рад)

При варьировании скорости v_0 в диапазоне от 0,3 до 0,9 м/с и коэффициента жесткости пружин k в диапазоне от 5 до 20 Н·м/рад в случаях $v_0 > 0,7$ м/с и $k < 10$ Н·м/рад наблюдается потеря устойчивости. При этом с увеличением скорости потока повышается частота колебаний. Изменение коэффициентов жесткости и демпфирования влияет на значение коэффициента затухания колебаний. Результаты расчетов при варьировании значений скорости потока, жесткости пружин и демпфирования в шарнирах представлены на рисунках 72 – 80.

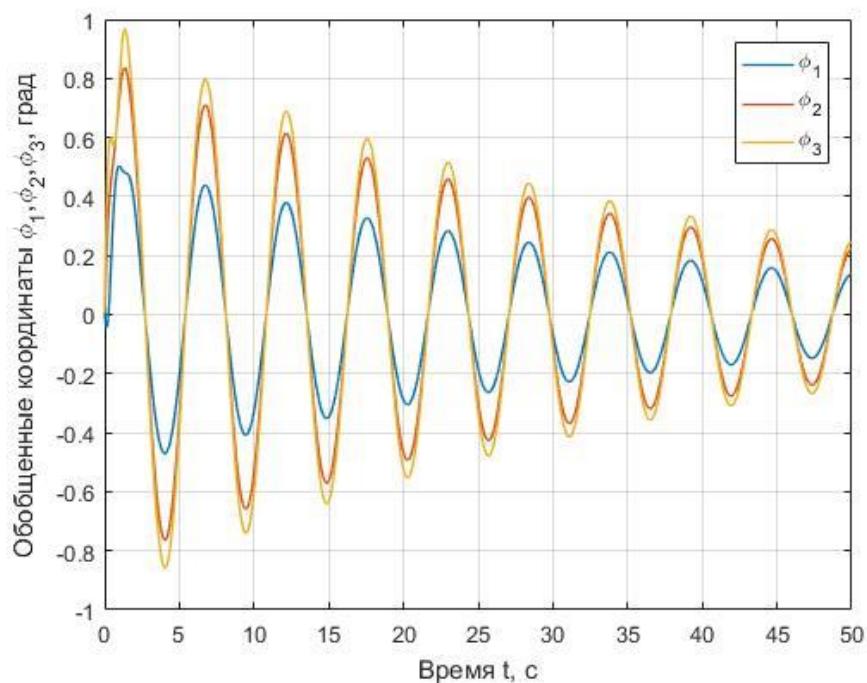


Рисунок 72 – Результаты расчета для скорости $v_0 = 0,3$ м/с
($k = 20$ Н·м/рад, $h = 2$ Н·м·с/рад)

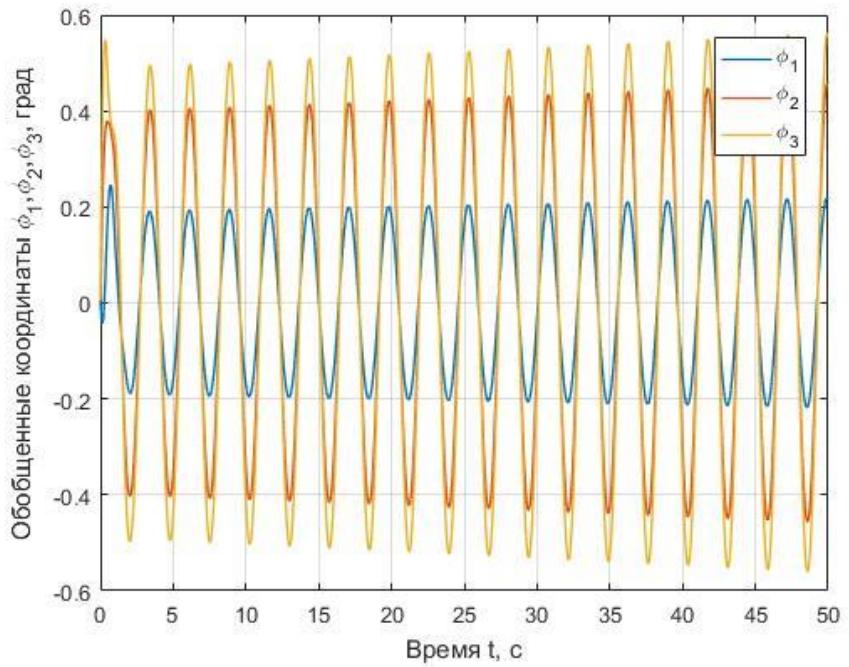


Рисунок 73 – Результаты расчета для скорости $v_0 = 0,7$ м/с
($k = 20$ Н·м/рад, $h = 2$ Н·м·с/рад)

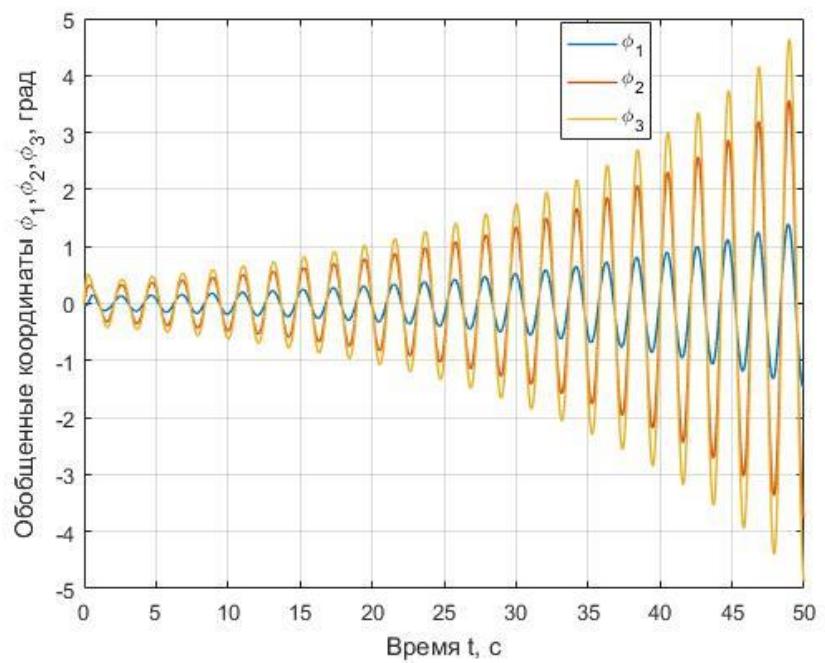


Рисунок 74 – Результаты расчета для скорости $v_0 = 0,9$ м/с
($k = 20$ Н·м/рад, $h = 2$ Н·м·с/рад)

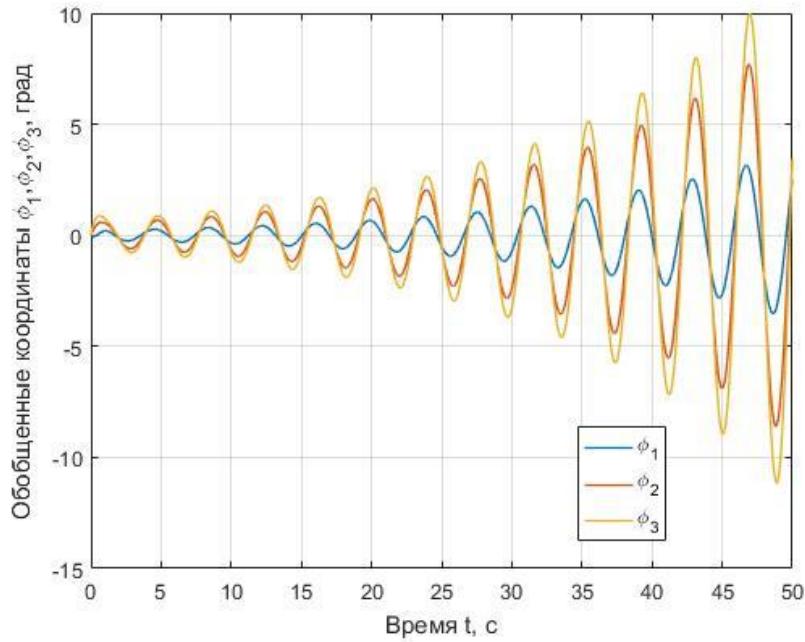


Рисунок 75 – Результаты расчета для коэффициента жесткости $k = 5 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$
 $(v_0 = 0,5 \text{ м}/\text{с}, h = 2 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад})$

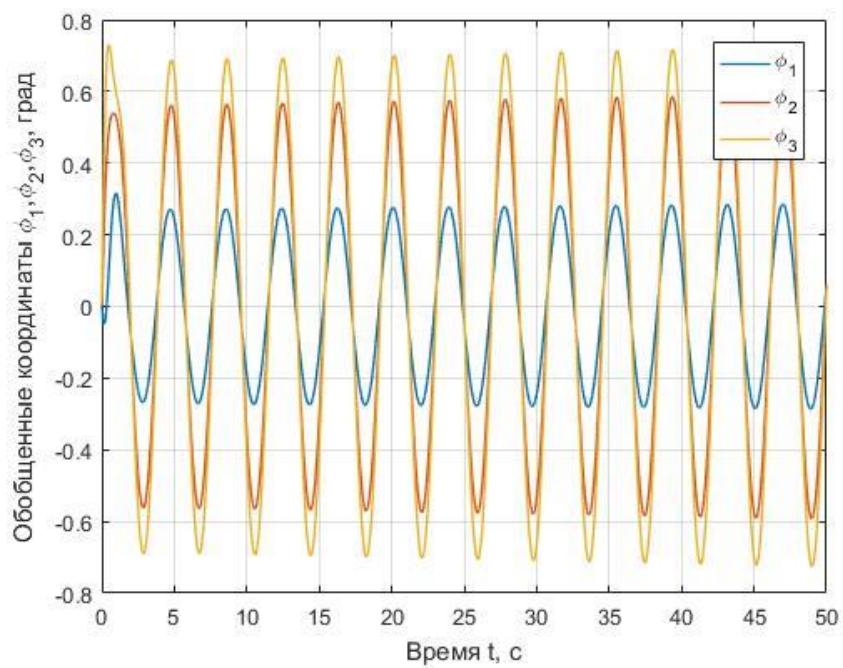


Рисунок 76 – Результаты расчета для коэффициента жесткости $k = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$
 $(v_0 = 0,5 \text{ м}/\text{с}, h = 2 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад})$

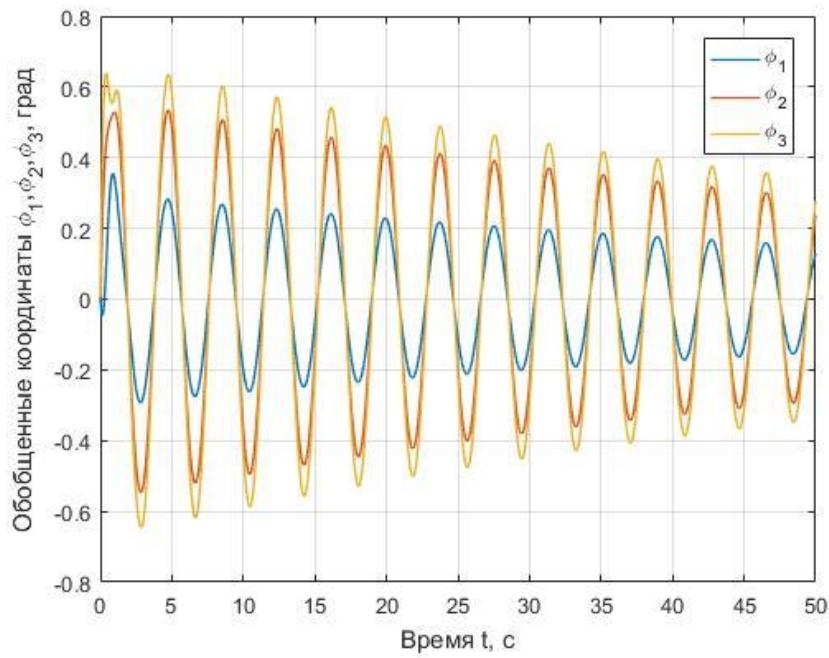


Рисунок 77 – Результаты расчета для коэффициента жесткости $k = 15 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$
 $(v_0 = 0,5 \text{ м}/\text{с}, h = 2 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад})$

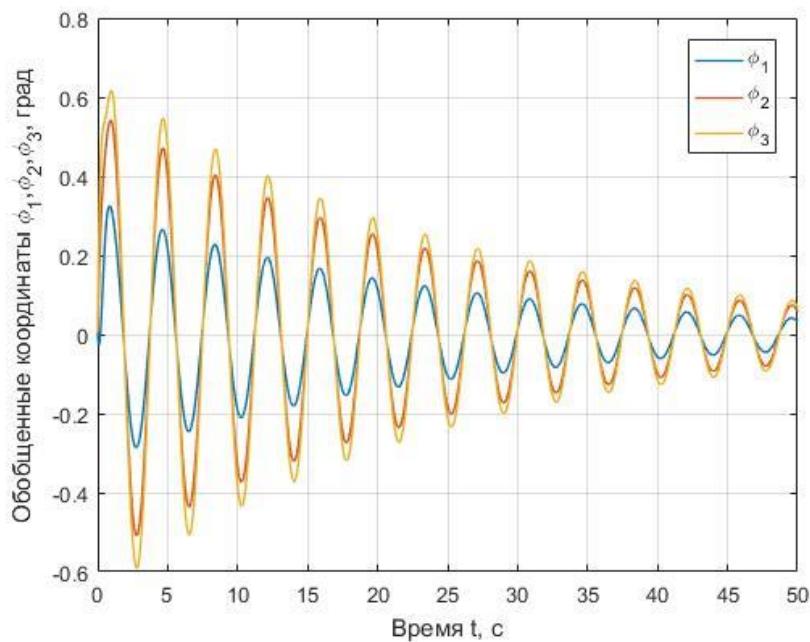


Рисунок 78 – Результаты расчета для коэффициента демпфирования
 $h = 4 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад}$ ($v_0 = 0,5 \text{ м}/\text{с}, k = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$)

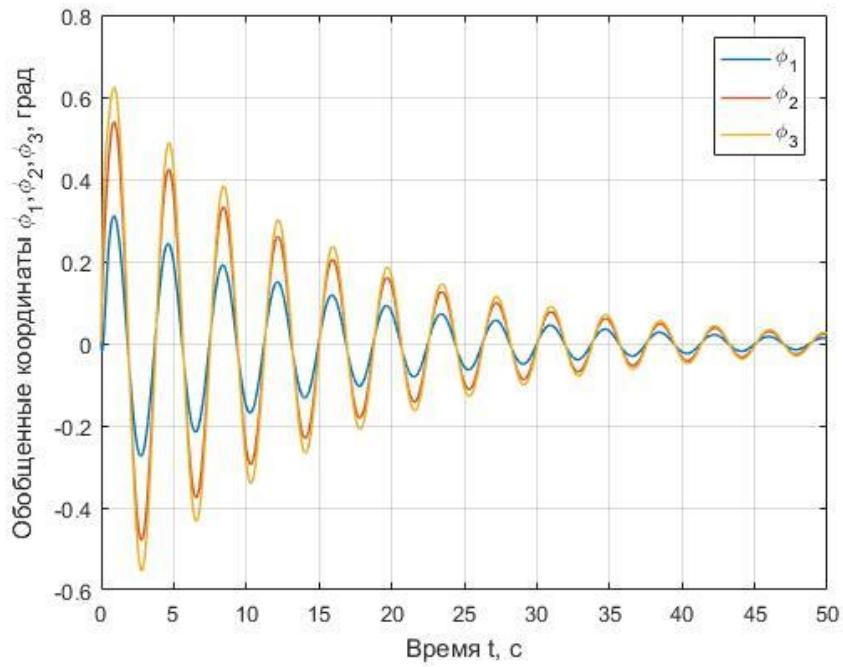


Рисунок 79 – Результаты расчета для коэффициента демпфирования

$$h = 6 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{s}/\text{рад} (v_0 = 0,5 \text{ м}/\text{с}, k = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад})$$

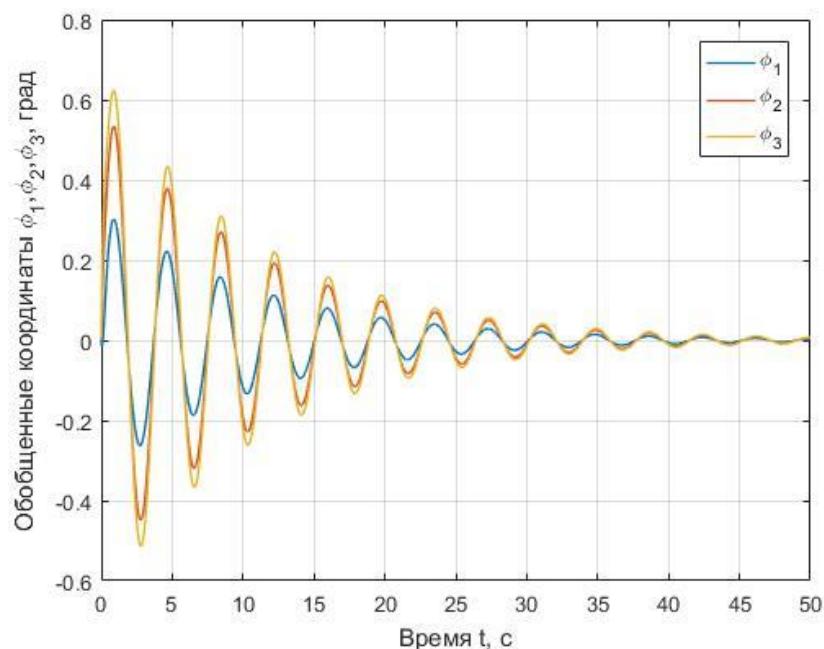


Рисунок 80 – Результаты расчета для коэффициента демпфирования

$$h = 8 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{s}/\text{рад} (v_0 = 0,5 \text{ м}/\text{с}, k = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад})$$

Рассмотрим случай, когда ведущий элемент 0 и вместе с шарниром 1 совершают вертикальные колебания по закону

$$r_{02} = A_0[\cos(\omega t) - 1]. \quad (8.26)$$

Тогда ускорение шарнирной точки 1 имеет вид

$$\ddot{r}_{02} = -A_0\omega^2 \sin \omega t. \quad (8.27)$$

В этом случае правые части линеаризованных уравнений движения примут вид

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} LF_{y1} + 2LF_{y2} + 2LF_{y3} \\ LF_{y2} + 2LF_{y3} \\ LF_{y3} \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} v_1^2 \varphi_1 + 2v_2^2 \varphi_2 + 2v_3^2 \varphi_3 \\ v_2^2 \varphi_2 + 2v_3^2 \varphi_3 \\ v_3^2 \varphi_3 \end{bmatrix} + f_1 \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8.28)$$

где

$$f_1 = mL A_0 \omega^2 \sin \omega t.$$

Амплитуда колебаний $A_0 = 0,02$ м (10% от длины хорды). Частота ω варьировалась в диапазоне от 0,1 до 2 Гц. Остальные характеристики соответствовали исходному режиму ($v_0 = 0,5$ м/с, $k = 20$ Н·м/рад, $h = 2$ Н·м·с/рад). Начальные условия имеют вид:

$$\varphi|_{t=0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8.29)$$

Результаты представлены на рисунках 81 – 84.

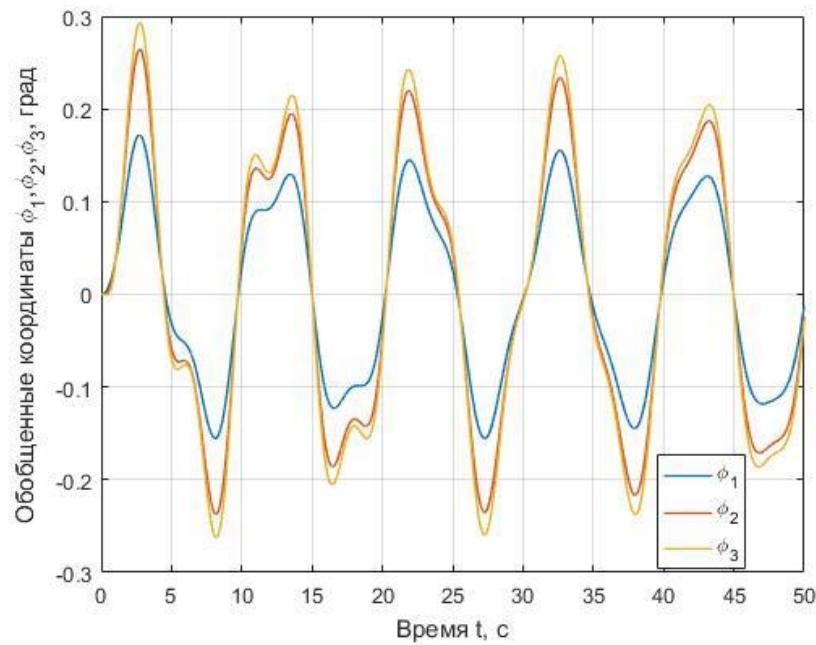


Рисунок 81 – Вынужденные колебания системы (частота $n = 0,1$ Гц)

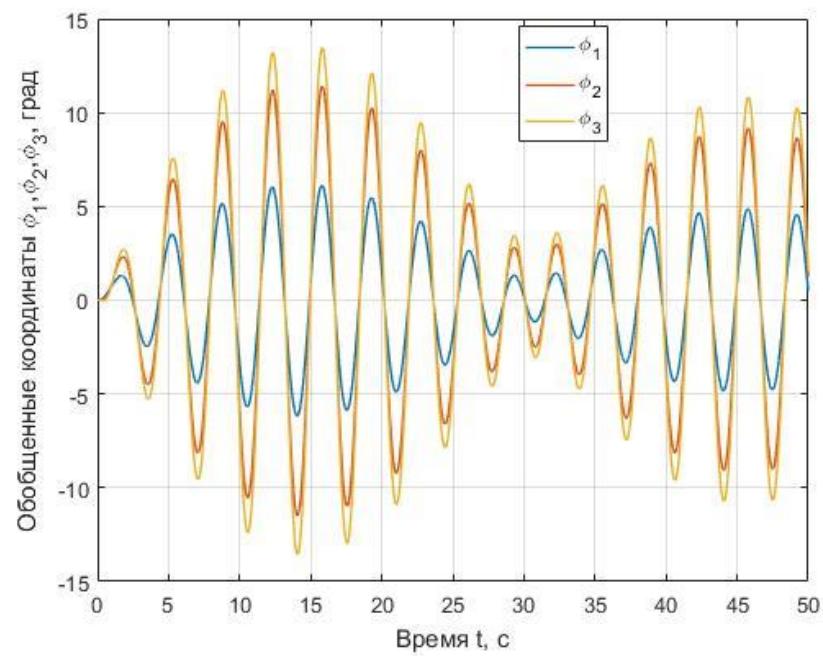


Рисунок 82 – Вынужденные колебания системы (частота $n = 0,3$ Гц)

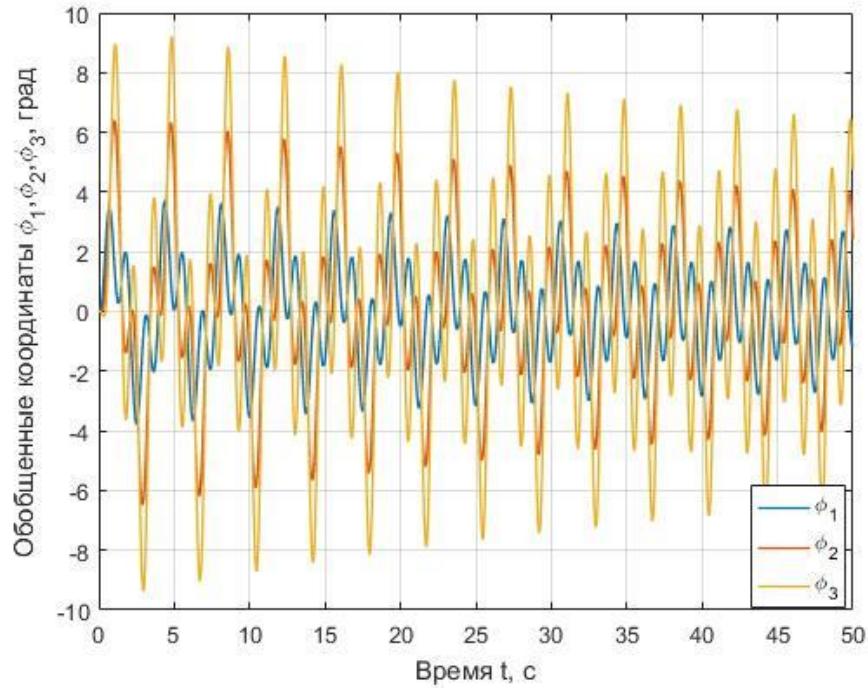


Рисунок 83 – Вынужденные колебания системы (частота $n = 0,8$ Гц)

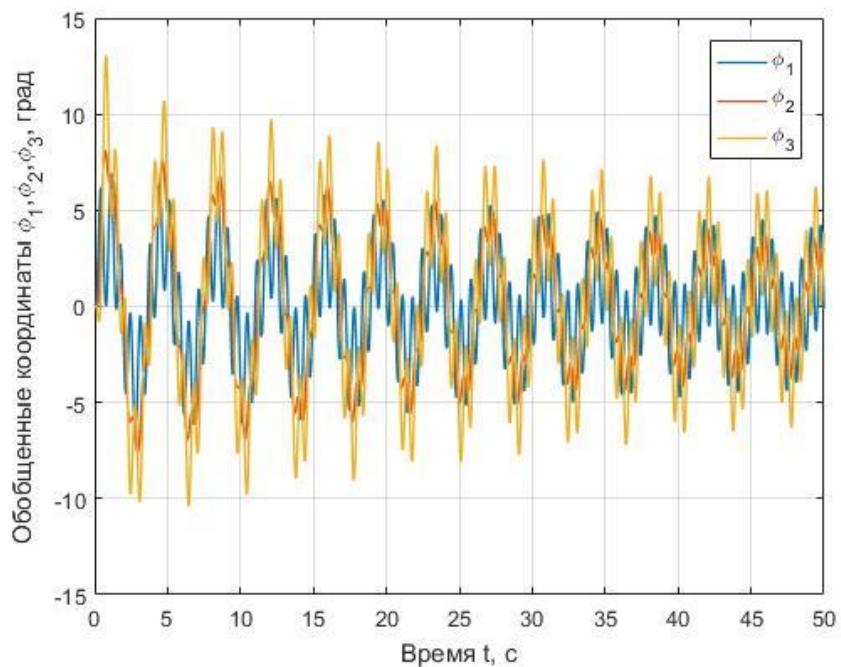


Рисунок 84 – Вынужденные колебания системы (частота $n = 1,5$ Гц)

Зависимость максимальных амплитуд ϕ от частоты n представлена на рисунке 85. Наибольшее значение максимальной амплитуды соответствует значению основной собственной частоты системы $n = 0,27$ Гц ($2\pi n = 1,69$ рад/с).

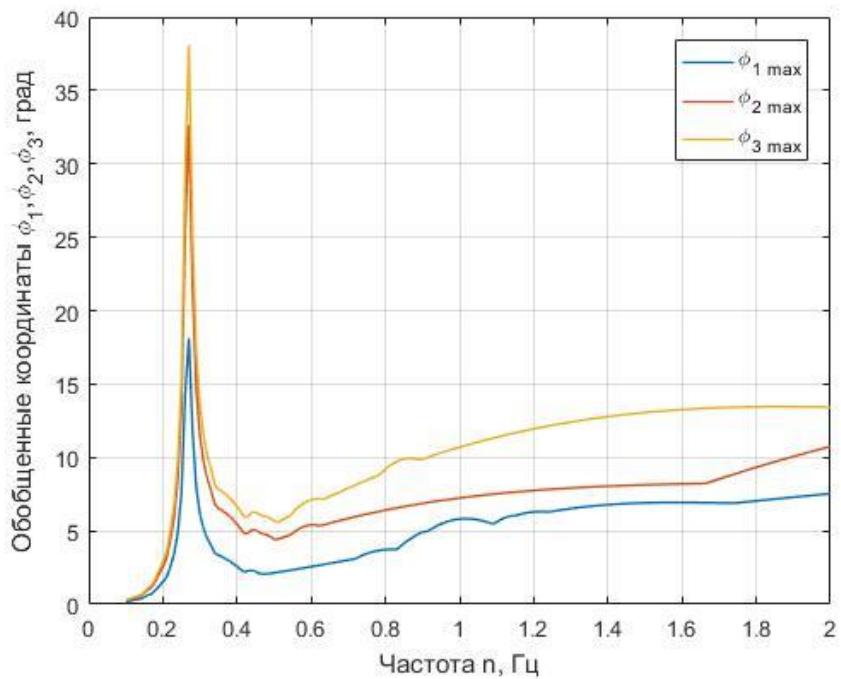


Рисунок 85 – Зависимость максимальных амплитуд ϕ от частоты n колебаний элемента 0

§ 8.5 Выводы по главе 8

В главе 8 были рассмотрены различные режимы работы составного плавникового движителя, состоящего из четырех машущих элементов – одного ведущего и трех зависимых. Данное количество крыловых поверхностей обеспечивает лучшее моделирование работы упругого плавника по сравнению с конструкцией, состоящей из двух элементов. При этом вычислительная трудоемкость сохраняется на приемлемом уровне, что дает возможность в последующем перейти к моделированию отдельных режимов работы составного плавникового движителя с использованием методов вычислительной гидродинамики.

Несмотря на то, что рассматриваемая конструкция отличается относительной простотой, уравнение для кинетической энергии данной системы является достаточно громоздким. Это вызывает затруднения при выводе уравнений движения машущих элементов с использованием подхода Лагранжа, поэтому для решения данной задачи применялся подход Виттенбурга.

Полученные уравнения движения зависимых элементов были линеаризованы и использованы для исследования малых колебаний составного плавникового движителя. Устойчивость каждого режима определялась с помощью анализа корней характеристического уравнения. При варьировании скорости потока v_0 , коэффициента жесткости пружин k и коэффициента демпфирования в шарнирах h относительно выбранного базового режима были вычислены критические значения, при которых движение теряет устойчивость. Моделирование устойчивых режимов работы составного плавникового движителя показало, что наибольшая амплитуда зависимых элементов достигается при частоте колебаний ведущего элемента, соответствующей основной собственной частоте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках диссертационного исследования были разработаны математические модели и численные методы решения важных классов задач о вибрации выдвижных устройств и колебаниях составного плавникового движителя в потоке жидкости.

Основные результаты диссертационного исследования заключаются в следующем.

1. Разработаны математическая модель и метод численного расчета вибраций выдвижных устройств. Для решения гидродинамической части данной задачи были рассмотрены и проанализированы основные подходы к разрешению турбулентного течения. Применение выбранного численного метода позволяет достичь цели исследования с минимальными вычислительными затратами, при этом результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Полученные гидродинамические характеристики обтекателей используются в качестве исходных данных для решения динамической части задачи. На основе дифференциальных уравнений колебаний стержня переменного сечения был разработан аналитический метод, позволяющий оперативно определять параметры напряженно-деформируемого состояния выдвижного устройства, учитывая при этом влияние промежуточной опорной связи. Разработанный комплекс программ, позволяющий определять вибропрочностные характеристики выдвижных устройств при различных скоростях хода подводного объекта, может быть использован в проектно-конструкторской деятельности.

2. Разработанный расчетный метод определения вибрационных характеристик выдвижных устройств был применен для моделирования колебаний упругого стержня в потоке жидкости. Достоверность полученных результатов подтверждает хорошее согласование с данными, полученными с

помощью численного решения уравнений механики деформируемого твердого тела методом конечных элементов. Разработанный метод позволил произвести оценку эффективности гасителя вибрации гидродинамического типа. Согласно результатам расчетов, применение гидродинамического гасителя предложенной конструкции позволяет значительно снизить параметры вихревой вибрации выдвижных устройств и улучшить их эксплуатационные качества.

3. На основе сопоставления с экспериментальными данными и аналитическими оценками была подтверждена адекватность численного метода расчета гидродинамических характеристик колеблющегося в потоке жидкости крыла. Данный метод использовался в дальнейшем для моделирования работы составного плавникового движителя. С помощью совместного численного интегрирования уравнений динамики вязкой жидкости и уравнений движения машущих элементов были получены гидродинамические и пропульсивные характеристики данного движительного комплекса. Анализ средней тяги и КПД позволил выявить наиболее эффективный режим движения для рассматриваемого варианта конструкции.

4. Рассмотрены основные подходы к выводу уравнений движения элементов составного плавникового движителя. Показано, что классический подход Лагранжа является более трудоемким по сравнению с подходом Виттенбурга, при этом оба подхода позволяют получить одинаковые уравнения. Даже в случае относительно простой конструкции (четыре последовательно соединенных крыла) выражение для кинетической энергии становится настолько громоздким, что дальнейшие операции с ним при использовании подхода Лагранжа вызывают затруднения, также возникает риск появления ошибок при проведении дальнейших преобразований. С помощью подхода Виттенбурга была разработана математическая модель движения элементов составного плавникового движителя, что позволило провести дальнейшее исследование его колебаний в потоке жидкости.

Линеаризованные уравнения использовались для проведения анализа устойчивости движения конструкции. Варьирование таких параметров, как скорости потока, коэффициенты жесткости пружин, коэффициенты демпфирования в шарнирах, позволило выявить устойчивые режимы. Также было проведено моделирование малых колебаний составного плавникового движителя. Анализ различных режимов вынужденных колебаний показал, что максимальная амплитуда машущих элементов достигается при частоте колебаний ведущего элемента, близкой к основной собственной частоте.

Таким образом, в результате выполнения диссертационного исследования была решена научная задача о разработке и обосновании математических моделей и методов расчета вибраций выдвижных устройств и колебаний составного плавникового движителя в потоке жидкости. Разработанные численные методы могут быть использованы при проведении расчетов, необходимых для проектирования данных упругих конструкций.

Предлагаемый расчетный метод определения характеристик вибраций выдвижных устройств позволит сократить объем экспериментальных исследований и, тем самым, снизить стоимость их создания. В ходе разработки метода была подтверждена адекватность подходов, используемых при решении гидродинамической и динамической частей гидроупругой задачи. Это позволяет моделировать колебания выдвижных устройств в сопряженной постановке, что может быть целесообразно при рассмотрении резонансных режимов, характеризующихся большими амплитудами колебаний.

Методы численного определения гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя позволяют обоснованно подходить к вопросу выбора его конструктивных параметров. Выведенные с помощью подхода Виттенбурга уравнения движения элементов многосоставных конструкций могут быть использованы для дальнейшего совместного численного интегрирования с уравнениями динамики вязкой жидкости. Это позволит приблизиться к реализации регулируемого

гидроупругого эффекта и достичь повышенных пропульсивных характеристик, что приведет к улучшению эксплуатационных характеристик подводного объекта, оснащенного подобным типом движителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алдошин, Г.Т.** Аналитическая динамика и теория колебаний: Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2018. – 256 с.
2. **Алдошин, Г.Т.** Теория линейных и нелинейных колебаний: Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2013. – 320 с.
3. **Александров, А.В.** Применение современных программных комплексов численной гидродинамики при решении задач прочности и вибрации конструкций корабля / А.В. Александров, Г.Б. Крыжевич, Е.С. Норьков, В.М. Шапошников // Судостроение, 2012. № 2. С. 23 – 27.
4. **Андерсон, Д.** Вычислительная гидромеханика и теплообмен: Т. 1, 2. / Д. Андерсон, Дж. Таннхилл, Р. Плетчер. – М.: Мир, 1990. – 726 с.
5. **Андианов, А. Н.** Подход к параллельной реализации численных методов на неструктурированных сетках / А.Н. Андианов, К.Н. Ефимкин // Вычислительные методы и программирование. 2007. Т. 8, №1. С. 6 – 17.
6. **Ахмедов, Т.Х.** Летательные и подводные аппараты с машущими движителями. Монография. – М.: Инфра-Инженерия, 2017. – 192 с.
7. **Беликов, Д.А.** Высокопроизводительные вычисления на кластерах / Д.А. Беликов, И.В. Говязов, Е.А. Данилкин, В.И. Лаева, С.А. Проханов, А.В. Старченко. – Томск: Изд-во ТГУ, 2008. – 198 с.
8. **Белов, И.А.** Моделирование турбулентных течений / И.А. Белов, С.А. Исаев. – СПб: Изд-во БГТУ, 2001. – 108 с.
9. **Белов, И.А.** Обтекание цилиндра при наличии струи в следе / И.А. Белов, Н.А. Кудрявцев // Ученые записки ЦАГИ. 1983. Т. 14, № 1, С. 98 – 102.
10. **Белоцерковский, О. М.** Прямое численное моделирование свободной развитой турбулентности // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1985. Т. 25, №12. С. 1856–1882.

11. **Белоцерковский, О. М.** Ту́рбулентность: новые подходы / О.М. Белоцерковский, А.М. Опарин, В.М. Чечеткин. – М.: Наука, 2003. – 286 с.
12. **Белоцерковский, О. М.** Численное моделирование в механике сплошных сред. – М.: Физматлит, 1994. – 444 с.
13. **Бисплингхоф, Р.Л.** Аэроупругость / Р.Л. Бисплингхоф, Х. Эшли, Р.Л. Халфмэн. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1958. – 799 с.
14. **Бишоп, Р.** Гидроупругость судов / Р. Бишоп, У. Прайс. – Л.: Судостроение, 1983. – 384 с.
15. **Виттенбург, Й.** Динамика систем твердых тел. – М.: Мир, 1980. – 294 с.
16. **Волков, К. Н.** Блочное предобусловливание уравнений Эйлера и Навье–Стокса при моделировании низкоскоростных течений на неструктурированных сетках // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2009. Т. 49, №10. С. 1868–1884.
17. **Волков, К.Н.** Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов. – М.: Физматлит, 2012. – 468 с.
18. **Волков, К. Н.** Граничные условия на стенке и сеточная зависимость решения в расчетах турбулентных течений на неструктурированных сетках // Вычислительные методы и программирование. 2006. Т. 7, №1. С. 211–223.
19. **Волков, К. Н.** Дискретизация конвективных потоков в уравнениях Навье–Стокса на основе разностных схем высокой разрешающей способности // Вычислительные методы и программирование. 2004. Т. 5, №1. С. 129 – 145.
20. **Волков, К. Н.** Дискретизация уравнений Навье–Стокса на неструктурированной сетке при помощи метода контрольного объема и разностных схем повышенной разрешающей способности // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т. 48. № 7. С. 1250–1273.

- 21. Волков, К. Н.** Дискретизация уравнений Навье–Стокса на подвижных неструктурированных сетках // Вычислительные методы и программирование. 2008. Т. 9, №1. С. 256–273.
- 22. Волков, К. Н.** Многосеточные технологии для решения задач газовой динамики на неструктурированных сетках // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2010. Т. 50, №11. С. 1938–1952.
- 23. Волков, К. Н.** Моделирование крупных вихрей в задачах гидрофизики и гидроакустики / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов, И.В. Курова // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2010. №3(9). С. 22–38.
- 24. Волков, К. Н.** Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов. – М.: Физматлит, 2008. – 364 с.
- 25. Волков, К. Н.** Моделирование крупных вихрей полностью развитого турбулентного течения в канале и сравнение моделей подсеточной вихревой вязкости // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47, №3. С. 31 – 42.
- 26. Волков, К. Н.** Применение метода контрольного объема для решения задач механики жидкости и газа на неструктурированных сетках // Вычислительные методы и программирование. 2005. Т. 6. № 1. С. 43–60.
- 27. Волков, К. Н.** Применение пакета MATLAB для решения краевых задач механики жидкости и газа / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов // Труды Всероссийской научной конференции «Проектирование научных и инженерных приложений в среде MATLAB», Москва, 25 – 26 мая 2004 г. – М.: Изд-во ИПУ РАН, 2004. – С. 92 – 115.
- 28. Волков, К. Н.** Решение нестационарных задач механики жидкости и газа на неструктурированных сетках // Математическое моделирование. 2006. Т. 18, №7. С. 3 – 24.
- 29. Гарбарук, А.В.** Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений: учебное пособие / А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, М.Л. Шур. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 88 с.

30. **Голубев, В.В.** Исследования по теории машущего крыла // Ученые записки Московского гос. университета. 1951. Вып. 154. Т. IV. С. 3 – 55.
31. **Голубев, В.В.** Механизм образования тяги машущего крыла // Труды Научно-технической конференции ВВА им. Жуковского. 1944. Т. 3, С. 7 – 19.
32. **Голубев, В.В.** О коэффициенте полезного действия машущего крыла // Ученые записки Московского гос. университета. 1954. Т. V, Механика. Вып. 172. С. 3 – 7.
33. **Голубев, В.В.** Труды по аэродинамике. – М.–Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1957. – 980 с.
34. **Голубев, В.В.** Тяга машущего крыла // Известия АН СССР, ОТН. 1946. № 5, С. 641 – 658.
35. **Григоров, М.Ю.** Экспериментальная оценка гидродинамических характеристик и виброподверженности укороченных обтекателей мачтовых устройств / М.Ю. Григоров, В.Н. Зайцев, В.В. Тюшкевич // Труды Крыловского государственного научного центра. 2015. Вып. 88 (372). С. 149 – 152.
36. **Гурьев, Ю.В.** Компьютерные технологии в корабельной гидродинамике. Монография / Ю.В. Гурьев, И.В. Ткаченко. – СПб.: Изд-во ВУНЦ ВМФ «ВМА», 2010.
37. **Девнин, С.И.** Аэрогидродинамический расчет плохообтекаемых конструкций. – Л.: Судостроение, 1967.
38. **Девнин, С.И.** Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций: справочник. – Л.: Судостроение, 1983.
39. **Девнин, С.И.** Вибрации консольного цилиндра, находящегося в вихревом следе другого цилиндра // Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. – Л.: Судпромгиз, 1962. Вып. 187. С. 45 – 50.
40. **Девнин, С.И.** Гидродинамические силы, действующие на круглый цилиндр, колеблющийся в потоке жидкости при больших числах

- Рейнольдса // Труды НТО СП. – Л.: Судостроение, 1969. Вып. 127.
- С. 28 – 34.
41. **Девнин, С.И.** Гидроупругость конструкций при отрывном обтекании. – Л.: Судостроение, 1975.
42. **Девнин, С.И.** Обеспечение вибропрочности мачтовых устройств подводных лодок / С.И. Девнин, В.Н. Зайцев // Флагман корабельной науки. 2007. Т.3 С. 164 – 167.
43. **Девнин, С.И.** О колебаниях консольного цилиндра в потоке жидкости при больших числах Рейнольдса // Труды НТО СП. – Л.: Судостроение, 1966. Вып. 74, С. 15 – 21.
44. **Девнин, С.И.** О колебаниях консольного цилиндра, находящегося в потоке жидкости // Инженерно-физический журнал. Т. 5. Минск, 1962. № 2. С. 97 – 100.
45. **Девнин, С.И.** О нерегулярных колебаниях консольного цилиндра при больших числах Рейнольдса // Труды НТО СП. – Л.: Судостроение, 1968. Вып. 92. С. 28 – 32.
46. **Девнин, С.И.** Основные особенности явлений гидроупругости для плохообтекаемых конструкций // Труды НТО СП. – Л.: Судостроение, 1972. Вып. 189. С. 68 – 77.
47. **Дынников, Я.А.** Бессеточная технология численного моделирования взаимодействий вязкой жидкости и систем профилей с кинематическими и упругими связями. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Москва, Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, 2016.
48. **Дынников, Я.А.** К расчету машущего гибкого профиля в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2016. № 4 (673). С. 22 – 30.
49. **Емельянов, В.Н.** Среда разработки программных средств применительно к задачам численного моделирования газодинамических

- течений / В.Н. Емельянов, А.В. Пустовалов // Математическое моделирование. 2003. Т. 15, №6. С. 59–64.
50. **Зин Мин Хтет.** К вопросу об уменьшении относительного перемещения носовой оконечности судна с энергосберегающими крыльевыми элементами на встречном волнении / Зин Мин Хтет, К.В. Рождественский // Морские интеллектуальные технологии. 2020. № 4, Т. 3. С. 52 – 58.
51. **Зин Мин Хтет.** Математическое моделирование судна, движимого энергией волн / Зин Мин Хтет, К.В. Рождественский // Морские интеллектуальные технологии. 2019. № 1 (43), Т. 1. С. 32 – 38.
52. **Илюшин, Б.Б.** Моделирование динамики турбулентной круглой струи методом крупных вихрей / Б.Б. Илюшин, Д.В. Красинский // Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13, №1. С. 49–61.
53. **Исаев, С.А.** Подавление дорожки Кармана и снижение лобового сопротивления кругового цилиндра с двумя вихревыми ячейками / С.А. Исаев, П.А. Баранов, Н.И. Ватин, Ю.В. Жукова, А.Г. Судаков // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, вып. 15. С. 50 – 57.
54. **Картузов, Е.И.** Оптимизация пропульсивных систем с крыльевыми элементами. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, 2000.
55. **Келдыш, М.В.** Избранные труды: Механика. – М.: Наука, 1985. – 568 с.
56. **Келдыш, М.В.** К теории колеблющегося крыла / М.В. Келдыш, М.А. Лаврентьев // Технические заметки ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского. 1935. № 35. С. 48 – 52.
57. **Коваль, К.А.** Верификация численного метода расчета гидроупругих колебаний конструкций в потоке жидкости / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологий. 2018. № 4-2 (330). С. 24- 37.

58. **Коваль, К.А.** Об использовании формализма Виттенбурга в задаче расчета динамики составного плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2017. № 4–2 (324). С. 18 – 24.
59. **Коваль, К.А.** Об определении гидродинамических и гидроакустических характеристик плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков, И.А. Чернышев // Труды XIII Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». – Санкт-Петербург, 2016. С. 484 – 487.
60. **Коваль, К.А.** Об оптимизации пропульсивных качеств составного плавникового движителя // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2019. № 5 (337). С. 103- 112.
61. **Коваль, К.А.** Определение гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // 63-я Международная научная конференция Астраханского государственного технического университета, посвященная 25-летию Астраханского государственного технического университета: материалы. – Астрахан. гос. техн. ун-т. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 2019. С. 140.
62. **Коваль, К.А.** Оценка эффективности гидродинамического гасителя вибраций выдвижных устройств / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2020. № 4-1 (342). С. 126 – 133.
63. **Коваль, К.А.** Применение численных методов динамики вязкой жидкости в задаче определения гидродинамических характеристик плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // Современные технологии в кораблестроительном и авиационном образовании, науке и производстве: сборник докладов Всероссийской научно-практической конференции. – Нижний Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2016. С. 85 – 91.

64. **Коваль, К.А.** Результаты верификации численного метода расчета гидродинамических и гидроакустических характеристик плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков, И.А. Чернышев // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2016. Т. 9, № 4. С. 60 – 72.
65. **Коваль, К.А.** Численное моделирование гидроупругих колебаний консольных конструкций в потоке жидкости / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // Актуальные проблемы прикладной математики: Материалы IV Международной конференции. – Нальчик, ИПМА КБНЦ РАН, 2018. С. 126 – 127.
66. **Козлов, Л.Ф.** Теоретическая био-гидродинамика. – Киев: «Виша школа», 1983. – 240 с.
67. **Колесников, К.С.** Динамика ракет. – М.: Машиностроение, 1980. – 376 с.
68. **Коршунов, В.А.** Исследование прогрессирующего разрушения в композиционных конструкциях корпуса судна в динамических условиях нагружения / В.А. Коршунов, Д.А. Пономарев, А.А. Родионов // Морские интеллектуальные технологии. 2019. № 1 (43), Т. 1. С. 22 – 31.
69. **Коршунов, В.А.** Моделирование взаимодействия деформируемых конструкций корпуса катамарана с жидкостью в условиях морского волнения / В.А. Коршунов, Д.А. Пономарев, А.А. Родионов // Труды Крыловского государственного научного центра. 2018. Специальный выпуск 2. С. 104 – 113.
70. **Коршунов, В.А.** Численное моделирование процессов деформирования судового корпуса при динамическом воздействии водовоздушной среды / В.А. Коршунов, Д.А. Пономарев, А.А. Родионов // Морской вестник. 2017. Специальный выпуск № 1 (13). С.49 – 55.
71. **Крыжевич, Г.Б.** Гидродинамическое демпфирование колебаний глиссирующих судов и оценка нагрузок на их конструкции // Научно-технический сборник Российского морского регистра судоходства. 2019. № 54 – 55. С. 49 – 63.

72. **Крыжевич, Г.Б.** Демпфирование качки и общей вибрации скоростных судов и вопросы их рационального проектирования // Морской вестник. 2008. № 4 (28). С. 87 – 92.
73. **Липанов, А.М.** Численный эксперимент в классической гидромеханике турбулентных потоков / А.М. Липанов, Ю.Ф. Кисаров, И.Г. Ключников. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2001. – 160 с.
74. **Лойцянский, Л. Г.** Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
75. **Носов, Е.П.** Влияние упругости на эффективность плавниковых движителей / Е.П. Носов Е.П., В.А. Рыжов // Судостроение. 2002. № 2. С. 12 – 15.
76. **Носов, Е.П.** Оценка основных характеристик движителей для специализированных судов / Е.П. Носов Е.П., В.А. Рыжов // Судостроение, 1999. № 3. С. 28 – 31.
77. **Першин, С.В.** Гидробионт как адаптивная колебательная система / С.В. Першин, Я.Ф. Шаров, Е.П. Носов // Бионика. 1973. Вып. 7.
78. **Першин, С.В.** О регулируемой специальными сосудистыми органами упругости плавников дельфина / С.В. Першин, А.С. Соколов, А.Г. Томилин // Докл. АН СССР. Т. 190. 1970, № 3.
79. **Родионов, А.А.** Направления развития строительной механики корабля, обеспечивающие повышение эффективности судов и объектов морской техники // Труды Крыловского государственного научного центра. 2018. Специальный выпуск 2. С. 15 – 24.
80. **Рождественский, К.В.** Исследование нестационарного обтекания закругленной передней кромки крылового профиля // Морские интеллектуальные технологии. 2019. № 1 (43), Т. 1. С. 39 – 45.
81. **Рождественский, К.В.** Математический модуль машущего крыла для задач моделирования судов, движимых энергией волн // Морские интеллектуальные технологии. 2019. № 1 (43), Т. 1. С. 46 – 51.

82. **Романенко, Е.В.** Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих / Е.В. Романенко, С.Г. Пушков // Сборник трудов «Фундаментальная и прикладная гидрофизика». 2008. № 2. С. 13 – 28.
83. **Рыжов, В.А.** Математическое моделирование экологически чистого энергосберегающего движителя типа машущее крыло / В.А. Рыжов, С.В. Тарасов // Известия ЮФУ. Технические науки. № 7 (96). С. 221 – 228.
84. **Рыжов, В.А.** Численное моделирование обтекания движителя типа машущее крыло / В.А. Рыжов, С.В. Тарасов // Наука и технологии: Труды XXVII Российской школы, посвященной 150-летию К.Э. Циолковского, 100-летию С.П. Королева и 60-летию Государственного ракетного центра "КБ им. академика В.П. Макеева". – М.: РАН, 2007.
85. **Самарский, А.А.** Решение систем сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1976. – 590 с.
86. **Самарский, А.А.** Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 616 с.
87. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ Программа для выполнения расчетов гидроупругих характеристик подъемно-мачтовых устройств / А.Л. Сухоруков, А.Ю. Каверинский, К.А. Коваль – № 2018613264; заявл. 22.01.2018; зарег. 06.03.2018. – 1 С.
88. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ Программа для выполнения расчетов гидроупругих характеристик подъемно-мачтовых устройств с учетом податливости промежуточной опоры / А.Л. Сухоруков, К.А. Коваль – № 2020663201; заявл. 12.10.2020; зарег. 23.10.2020. – 1 С.
89. **Седов, Л.И.** Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – М.: Наука, 1966. – 448 с.
90. **Слижевский, Н.Б.** Гидробионика в судостроении. – Николаев: Изд-во УГМТУ, 2002. – 112 с.

91. **Снегирев, А.Ю.** Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений: Учеб. Пособие. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – 143 с.
92. **Сухоруков, А.Л.** Подводный аппарат с плавниковым движителем / А.Л. Сухоруков, Б.А. Лускин, К.А. Коваль // Патент на изобретение № 2678732
93. **Сухоруков, А.Л.** Срывной флаттер как одна из причин возникновения вибраций подъемно-мачтовых устройств // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2014. Т. 7, № 3. С. 42 – 66.
94. **Тарасов, С.В.** Численное моделирование пропульсивных характеристик движителей с упругим машущим крылом на основе современных методов вычислительной гидродинамики. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Санкт-Петербург, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный морской технический университет», 2011.
95. **Тимошенко, С.П.** Колебания в инженерном деле. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 439 с.
96. **Фын, Я.Ц.** Введение в теорию аэроупругости. – М.: Физматлит, 1959. – 524 с.
97. **Шиманский, Ю.А.** Динамический расчет судовых конструкций. – Л.: Государственное издательство судостроительной литературы, 1948. – 404 с.
98. **Шлихтинг, Г.** Теория пограничного слоя. – М.: Изд-во «Наука», 1974. – 712 с.
99. **Яковенко, В.В.** О распределении давления по поверхности профиля, гармонически колеблющегося в поступательном потоке // Труды Ленинградского политехнического института. 1953. № 5. С. 23 – 29.
100. **Dynnikov, Ya.A.** Simulation of the flexible body moving in viscous fluid / Ya.A. Dynnikov, G.Ya. Dynnikova, S.V. Guvernyuk // Proceedings of

the ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics 2015. Barcelona, Spain, 2015. P. 960 – 967.

101. **Fisher, O.** Einführung in die Mechanik lebender Mechanismen. – Leipzig, 1906.
102. **Garrick, I.** Propulsion of a flapping and oscillating airfoil. Technical report // NACA, Technical Report No. 567. 1936.
103. **Hooker, W.W.** The dynamical attitude equations for an n-body satellite / W.W. Hooker, G. Margoulis // J. Astronaut Sci, № 12, 1965. P. 123 – 128.
104. **Isogai, K.** Effects of dynamic stall on propulsive efficiency and thrust of flapping airfoil / K. Isogai, Y. Shinmoto, Y. Watanabe // AIAA Journal. 2000. Vol. 37. P. 1145 – 1151.
105. **Maki, K.J.** Hydroelastic impact of a wedge-shaped body / K.J. Maki, D. Lee, A.W. Troesch, N. Vlahopoulos // Ocean Engineering, 38 (3). 2011. P. 621 – 629.
106. **Menter, F.** Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective // International Journal of Computational Fluid Dynamics. 2009. Vol. 23, No 4. P. 305–316.
107. **Menter, F.** The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description / F. Menter, Y. Egorov // Journal of Flow Turbulence and Combustion. 85. 113–138. 2010.
108. **Piro, D.J.** Hydroelastic analysis of bodies that enter and exit water / D.J. Piro, K.J. Maki // Journal of Fluids and Structures, 37 (0). 2013. P. 134 – 150.
109. **Roberson, R.E.** A dynamical formalism for an arbitrary number of interconnected rigid bodies. With reference to the problem of satellite attitude control / R.E. Roberson, J. Wittenburg // 3rd IFAC Congr. 1966, Proc. London, 1968, 46D.2 – 46D.9.

110. **Tuncer, I.H.** Optimization of flapping airfoils for maximum thrust / I.H. Tuncer, M. Kaya // AIAA Paper 2003-0420-CP. 2003.
111. **Tuncer, I.H.** Thrust generation due to airfoil flapping / I.H. Tuncer, M.F. Platzer // AIAA Journal. 1995. Vol. 34. P. 324 – 331.
112. **Young, J.** Oscillation frequency and amplitude effects on the Qke of a plunging airfoil / J. Young, J. Lai // AIAA Journal. 2004. Vol. 42. P. 2042 – 2052.

201

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

АКТЫ О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ НКР



АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
ЦЕНТРАЛЬНОЕ КОНСТРУКТОРСКОЕ
БЮРО МОРСКОЙ ТЕХНИКИ

АО «ЦКБ МТ «Рубин», ул. Марата, д. 90, г. Санкт-Петербург, 191119; телефон: +7 (812) 407-51-32, факс: +7 (812) 764-37-49
электронная почта: neptun@ckb-rubin.ru, www.ckb-rubin.ru, ОКПО 07510551, ОГРН 1089848051116, ИНН / КПП 7838418751 / 997450001

Исх. № 11/041 от 21.01.2021

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель
генерального директора –
главный инженер,
доктор технических наук



В. А. Фролов

«21» января 2021 г.

АКТ
о внедрении результатов
кандидатской диссертационной работы
Коваля Кирилла Алексеевича

Настоящий акт составлен в том, что результаты диссертационной работы Коваля Кирилла Алексеевича на тему «Взаимодействие упругих конструкций с потоком жидкости» использованы в проектно-конструкторской деятельности АО «ЦКБ МТ «Рубин» при проектировании подъемно-мачтовых устройств в виде методических рекомендаций при выборе параметров математической модели для численного определения гидродинамических характеристик обтекателей подъемно-мачтовых устройств.

Использование указанных результатов позволило повысить качество проектирования и сократить затраты на проведение опытно-конструкторских работ.

Главный конструктор –
начальник отделения,
кандидат технических наук

А.Ю. Каверинский

Начальник 11 отдела

М.А. Мурашов



АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
ЦЕНТРАЛЬНОЕ КОНСТРУКТОРСКОЕ
БЮРО МОРСКОЙ ТЕХНИКИ

АО «ЦКБ МТ «Рубин», ул. Марата, д. 90, г. Санкт-Петербург, 191119; телефон: +7 (812) 407-51-32, факс: +7 (812) 764-37-49
электронная почта: neptun@ckb-rubin.ru, www.ckb-rubin.ru, ОКПО 07510551, ОГРН 1089848051116, ИНН / КПП 7838418751 / 997450001

Исх. № 11/053 от 17.02.2021

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель
генерального директора –
главный инженер,
доктор технических наук

The seal is circular with the text "АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО ЦЕНТРАЛЬНОЕ КОНСТРУКТОРСКОЕ БЮРО МОРСКОЙ ТЕХНИКИ" around the perimeter. In the center, it features a stylized drawing of a ship's hull and superstructure, with the word "РУБИН" written across it. Below the drawing, the date "«17» февраль 2021 г." is stamped, followed by "Ф.Ф. Федоров" and "САНКТ-ПЕТЕРБУРГ".

АКТ
о внедрении результатов
кандидатской диссертационной работы
Коваля Кирилла Алексеевича

Настоящий акт составлен в том, что результаты диссертационной работы Коваля Кирилла Алексеевича на тему «Взаимодействие упругих конструкций с потоком жидкости» использованы в проектно-конструкторской деятельности АО «ЦКБ МТ «Рубин» при проектировании подъемно-мачтовых устройств в виде внедренной в промышленную эксплуатацию «Программы для выполнения расчетов гидроупругих характеристик подъемно-мачтовых устройств».

Использование указанных результатов позволило повысить качество проектирования и сократить затраты на проведение опытно-конструкторских работ.

Главный конструктор –
начальник отделения,
кандидат технических наук

A.YU. Каверинский

Начальник 11 отдела

М.А. Мурашов



АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
ЦЕНТРАЛЬНОЕ КОНСТРУКТОРСКОЕ
БЮРО МОРСКОЙ ТЕХНИКИ

АО «ЦКБ МТ «Рубин», ул. Марата, д. 90, г. Санкт-Петербург, 191119; телефон: +7 (812) 407-51-32, факс: +7 (812) 764-37-49
электронная почта: neptun@ckb-rubin.ru, www.ckb-rubin.ru, ОКПО 07510551, ОГРН 1089848051116, ИНН / КПП 7838418751 / 997450001

Исх. № 11/067 от 11.03.2021

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель
генерального директора –
главный инженер,
доктор технических наук



В.А. Фролов

«11» марта 2021 г.

АКТ
о внедрении результатов
кандидатской диссертационной работы
Коваля Кирилла Алексеевича

Настоящий акт составлен в том, что результаты диссертационной работы Коваля Кирилла Алексеевича на тему «Взаимодействие упругих конструкций с потоком жидкости» использованы в проектно-конструкторской деятельности АО «ЦКБ МТ «Рубин» при проектировании подъемно-мачтовых устройств в виде внедренной в промышленную эксплуатацию «Программы для выполнения расчетов гидроупругих характеристик подъемно-мачтовых устройств с учетом податливости промежуточной опоры».

Использование указанных результатов позволило повысить качество проектирования и сократить затраты на проведение опытно-конструкторских работ.

Главный конструктор –
начальник отделения,
кандидат технических наук

А.Ю. Каверинский

Начальник 11 отдела

М.А. Мурашов