

На правах рукописи

Коваль Кирилл Алексеевич

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ
С ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ**

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова» на кафедре плазмогазодинамики и теплотехники.

Научный руководитель: доктор технических наук,
Сухоруков Андрей Львович

Официальные оппоненты: **Кустова Елена Владимировна**, профессор РАН,
доктор физико-математических наук, профессор,
Санкт-Петербургский государственный университет,
кафедра гидроаэромеханики, заведующий кафедрой

Родионов Александр Александрович,
доктор технических наук, профессор,
Санкт-Петербургский государственный морской
технический университет, кафедра строительной
механики корабля, заведующий кафедрой

Ведущая организация: Федеральное государственное казенное военное
образовательное учреждение высшего образования
«Военный учебно-научный центр Военно-морского
флота «Военно-морская академия имени Адмирала
Флота Советского Союза Н.Г. Кузнецова»,
г. Санкт-Петербург

Защита состоится 02 марта 2022 года в 15.00 на заседании объединенного диссертационного совета 99.2.038.03, созданного на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения», Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» по адресу: Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22, корп. 1, ауд. 554/1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СПбГУТ по адресу Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22, корп. 1 и на сайте www.sut.ru.

Автореферат разослан 30 декабря 2021 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета 99.2.038.03,
канд. техн. наук, доцент



А.Г. Владыко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В современных условиях активного освоения Мирового океана вопросы эффективности работы подводных объектов вызывают значительный интерес исследователей. К подводным техническим средствам предъявляются все более жесткие требования по обеспечению надежности, скрытности и автономности, что, в свою очередь, приводит к необходимости глубокого понимания проблем взаимодействия упругих конструкций и потока жидкости. В рамках работы рассматриваются два класса упругих конструкций: выдвижные устройства (ВУ) и составной плавниковый движитель (СПД).

ВУ являются неотъемлемой частью современных подводных объектов и обеспечивают функционирование систем наблюдения, навигации, связи. В рабочем положении такие конструкции подвержены вихревой вибрации, возникающей вследствие периодического срыва вихрей с поверхностей обтекателей. Данный негативный фактор способствует потере скрытности, возникновению помех при функционировании систем, а также механическим разрушениям самих ВУ.

В последнее время большое распространение получили ВУ непроницающего типа, расположенные целиком вне прочного корпуса подводного объекта. При этом в рабочем положении они контактируют с крышей ограждения, которая представляет из себя промежуточную опору. Актуальность развития расчетных методов, позволяющих определять вибрационные характеристики ВУ с подобной конструктивной схемой, обусловлена значительной стоимостью экспериментальных методов изучения вихревой вибрации, а также недостаточной точностью или повышенной ресурсоемкостью существующих расчетных подходов.

Все более широкий круг задач решается при помощи малых подводных робототехнических средств, для которых вопросы энергетической эффективности выходят на первый план, поэтому значительное внимание уделяется разработке перспективных движительных комплексов. В качестве примера высокоэффективной системы можно рассматривать биологические организмы, перемещающиеся в водной среде. Они способны развивать большую по сравнению с техническими средствами относительную скорость при меньшей удельной мощности. Данный факт может объясняться способностью гидробионтов регулировать физиологическим образом упругие характеристики хвостового плавника и использовать преимущественно резонансные режимы для плавания. Это явление, получившее название «регулируемый гидроупругий эффект», может быть использовано для создания технического аналога биологического плавника – СПД, обладающего повышенными пропульсивными качествами, такими как коэффициент силы тяги и коэффициент полезного действия (КПД).

Значение основной собственной частоты СПД зависит от многочисленных конструктивных параметров. Оптимальный с точки зрения эффективности режим для каждого варианта конструкции может быть найден при помощи проведения серии расчетов, направленных на определение гидродинамических и пропульсивных

характеристик СПД. Актуальность разработки численных методов решения данной задачи обусловлена возможностью повысить качество проектирования как самого перспективного движительного комплекса, так и всего подводного объекта в целом.

Степень разработанности темы исследования. Анализ научных публикаций, посвященных тематике вихревой вибрации ВУ, показывает, что существующие расчетные методы либо базируются на аналитических соотношениях, не учитывающих многих физически важных факторов, либо направлены на численное решение задачи о взаимодействии конструкции и жидкости в сопряженной постановке, характеризующейся значительной вычислительной трудоемкостью. В качестве альтернативы расчетным методам можно рассматривать экспериментальные исследования, которые, как правило, отличаются очень высокой стоимостью проведения. Таким образом, возникает необходимость разработки комбинированного подхода, использующего методы вычислительной гидродинамики для расчета действующих сил и аналитические соотношения, с помощью которых определяются параметры напряженно-деформируемого состояния конструкции при ее взаимодействии с промежуточной опорой.

Исследования, направленные на получение гидродинамических и пропульсивных характеристик двигателя плавникового типа, опираются как на аналитические, так и на численные методы. При этом большая часть работ посвящена вопросам колебаний одиночного крыла. В некоторых публикациях рассматриваются плавники, состоящие из небольшого количества элементов, соединенных упругими связями. При этом уравнения движения составных частей конструкции выводятся классическим способом, опирающимся на подход Лагранжа. Стоит отметить, что увеличение количества машущих элементов значительно усложняет использование данного подхода, поскольку промежуточные выражения, необходимые для вывода окончательных уравнений, становятся слишком громоздкими. Альтернативой подходу Лагранжа является подход Виттенбурга, позволяющий составлять уравнения движения формальным образом. Полученные таким образом дифференциальные уравнения могут быть численно проинтегрированы совместно с уравнениями динамики вязкой жидкости.

Объект и предмет исследования. Объектом диссертационного исследования является взаимодействие упругих конструкций, входящих в состав подводного объекта, с потоком жидкости. Предметами диссертационного исследования являются вихревая вибрация выдвижных устройств и колебания составного плавникового двигателя в потоке жидкости.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационного исследования является разработка и обоснование математических моделей и методов расчета вибраций выдвижных устройств и колебаний составного плавникового двигателя в потоке жидкости. Для достижения данной цели были решены следующие задачи:

1. Разработаны математическая модель и метод численного расчета вибраций выдвижных устройств, учитывающие влияние промежуточной опоры, а также

комплекс программ, позволяющий определять вибропрочностные характеристики выдвигаемых устройств.

2. Разработан расчетный способ оценки эффективности гасителя вибрации гидродинамического типа.

3. Разработан численный метод определения гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя, с помощью которого выполнено численное моделирование различных режимов движения.

4. Разработана математическая модель движения составного плавникового движителя, с помощью которой была исследована устойчивость движения и вынужденные колебания составного плавникового движителя в потоке жидкости.

Постановка научной задачи. Научной задачей является разработка математических моделей и численных методов, позволяющих анализировать процессы, происходящие при взаимодействии потока жидкости с упругими конструкциями: выдвигаемыми устройствами и составным плавниковым движителем.

Научная новизна диссертационного исследования состоит в следующем:

1. Впервые разработана математическая модель взаимодействия выдвигаемых устройств с потоком жидкости, учитывающая влияние промежуточной опорной связи; разработан численный метод решения задачи о вибрации непроникающих выдвигаемых устройств, который отличается от существующих применением современных методов вычислительной гидродинамики совместно с оригинальными аналитическими соотношениями.

2. Впервые создан расчетный способ количественной оценки эффективности гидродинамического гасителя вибрации.

3. Разработан численный метод определения гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя, отличающийся от известных тем, что уравнения движения машущих элементов и уравнения динамики вязкой жидкости решаются в сопряженной постановке.

4. Разработана математическая модель движения составного плавникового движителя, отличающаяся от существующих применением линеаризованных уравнений движения системы машущих элементов, полученных с помощью подхода Виттенбурга, а также учетом влияния гидродинамических сил.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая значимость диссертационного исследования заключается в следующем:

1. Разработаны аналитические соотношения, описывающие взаимодействие выдвигаемых устройств непроникающего типа с потоком жидкости и учитывающие влияние промежуточной опоры.

2. На основе анализа результатов моделирования работы гасителя вибраций гидродинамического типа был определен диапазон значений относительной скорости стабилизирующей струи, соответствующий эффективным режимам работы гасителя.

3. Получены физически обоснованные оценки значений гидродинамических характеристик колеблющегося в потоке жидкости машущего элемента, а также

зависимости гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя от частоты колебаний ведущего элемента.

4. Получены критические значения конструктивных параметров составного плавникового движителя, при которых наблюдается потеря устойчивости движения механической системы.

Практическая значимость диссертационной работы заключается в следующем:

1. Разработаны математическая модель и метод численного решения задачи о взаимодействии с потоком жидкости выдвижных устройств, что позволяет проводить дальнейшие исследования влияния вихревой вибрации на данный класс упругих конструкций; разработан комплекс программ, позволяющий оперативно определять характеристики вихревой вибрации выдвижных устройств.

2. Предложена конструктивная схема гидродинамического гасителя вибраций выдвижных устройств, позволяющего значительно уменьшить максимальные значения основных характеристик вибрации и, тем самым, улучшить эксплуатационные характеристики выдвижных устройств и подводного объекта в целом.

3. Разработанный численный метод позволяет расчетным образом определять гидродинамические и пропульсивные характеристики составного плавникового движителя на ранних стадиях проектирования, что дает возможность значительно ускорить процесс разработки движительного комплекса и снизить его стоимость.

4. Моделирование различных режимов работы составного плавникового движителя позволяет обоснованно выбирать его конструктивные параметры таким образом, чтобы обеспечить достижение требуемых значений пропульсивных характеристик.

Результаты диссертационного исследования внедрены в проектно-конструкторскую деятельность АО «Центральное конструкторское бюро морской техники «Рубин», что подтверждается актами о внедрении.

Методология и методы исследования. Методологической основой диссертационного исследования являются основные законы механики сплошной среды, механики деформируемого твердого тела, аналитической динамики, а также развитые аналитические подходы к решению задач о взаимодействии конструкции с потоком жидкости. Основными методами исследования являются: методы и положения механики сплошной среды; методы и положения теории упругости и механики деформируемого твердого тела; методы и принципы вычислительной гидродинамики и пространственно-временной дискретизации расчетной области в качестве аппарата математического моделирования.

Положения, выносимые на защиту.

1. Математическая модель и численный метод расчета параметров вихревой вибрации выдвижных устройств непроникающего типа, взаимодействующих с промежуточной опорой, а также комплекс программ, позволяющий определять вибропрочностные характеристики выдвижных устройств.

2. Расчетный способ оценки эффективности гасителя вибраций гидродинамического типа.

3. Численный метод определения гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя.

4. Математическая модель движения составного плавникового движителя, исследование устойчивости движения и вынужденных колебаний составного плавникового движителя.

Степень достоверности результатов. Достоверность результатов численного моделирования взаимодействия конструкций с потоком жидкости подтверждается хорошим согласованием результатов численных расчетов с экспериментальными данными и решениями, полученными с помощью альтернативных расчетных методов.

Апробация результатов. Основные результаты диссертационного исследования были доложены на следующих конференциях: Международные научно-технические конференции «Динамика, надежность и долговечность механических и биомеханических систем» (г. Севастополь, 2017–2020); 63-я Международная научная конференция Астраханского государственного технического университета, посвященная 25-летию Астраханского государственного технического университета (г. Астрахань, 2019); XXIV и XXII Всероссийские конференции с международным участием «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (г. Иркутск, 2019, 2017); IV Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики» (г. Нальчик, 2018); XIII Всероссийская конференция «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» (г. Санкт-Петербург, 2016); Всероссийская научно-практическая конференция «Современные технологии в кораблестроительном и авиационном образовании, науке и производстве» (г. Нижний Новгород, 2016); Всероссийский отраслевой научно-технический конкурс «Молодой кораблестроитель – инженер года 2021», проводимый НТО судостроителей им. академика А.Н. Крылова. По итогам присвоено звание лауреата конкурса и выдан диплом за подписью Генерального директора Объединенной судостроительной корпорации.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 научных работ: 5 статей в научных рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК, 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, 1 патент на изобретение и 4 статьи в сборниках материалов конференций.

Соответствие паспорту специальности. Содержание диссертационного исследования соответствует областям исследований (пункты 1, 3, 4 и 5), указанным в паспорте специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Личный вклад автора. Основные научные результаты диссертационного исследования получены автором лично.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, основной части (содержащей 8 разделов), заключения, списка литературы и приложения. Общий объем работы – 204 страницы, из них основного текста – 168 страниц. Работа содержит 85 рисунков и 8 таблиц. Список литературы включает 112 источников.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе представлен обзор современного состояния проблемы взаимодействия упругих конструкций с потоком жидкости.

Экспериментальному определению вибрационных характеристик ВУ посвящены работы С.И. Девнина, В.Н. Зайцева, В.В. Тюшкевича, М.Ю. Григорова.

Расчетные методы определения гидродинамических характеристик (ГДХ) обтекателей ВУ основаны на численном решении уравнений Навье–Стокса, чему посвящены работы О.М. Белоцерковского, А.А. Самарского, И.А. Белова, С.А. Исаева, Ю.В. Гурьева, И.В. Ткаченко, К.Н. Волкова, В.Н. Емельянова и многих других отечественных и зарубежных авторов.

Вопросы расчетного определения характеристик вибрации упругих конструкций рассматриваются в работах С.П. Тимошенко, Ю.А. Шиманского, М.В. Келдыша, К.С. Колесникова, Р. Бишоп и У. Прайса.

Подход, основанный на совместном численном решении уравнений гидродинамики и механики деформируемого твердого тела (FSI) используется в работах Г.Б. Крыжевича, А.А. Родионова, В.А. Коршунова, Д.А. Пономарева, D.J. Piro и K.J. Maik.

Теоретические оценки тяги и КПД машущего крыла представлены в работах В.В. Голубева. Двумерное обтекание крыла потоком идеальной жидкости рассматривается Л.И. Седовым, М.В. Келдышем, М.А. Лаврентьевым, Я.Ц. Фыном, Р.Л. Бисплингхоффом, Х. Эшли и Р.Л. Халфмэном.

Различные варианты конструкции плавникового движителя рассматриваются в работах В.А. Рыжова, Е.П. Носова и С.В. Тарасова. Нестационарному обтеканию тонких крыловых профилей посвящены работы К.В. Рождественского.

Во второй главе рассматриваются вопросы расчетного определения ГДХ ВУ.

Представлен обзор основных подходов к разрешению характеристик турбулентного течения. Для достижения целей диссертационного исследования был выбран RANS–подход, используемый совместно с моделью турбулентности SAS. Он позволяет разрешать отрыв крупномасштабных вихрей и при этом характеризуется приемлемой вычислительной трудоемкостью.

Валидация данного численного метода проводилась на основе сопоставления результатов расчета и экспериментальных данных по обтеканию стержня в виде кругового цилиндра большого удлинения.

Полученные изоповерхности завихренности представлены на рисунке 1. Структура потока неоднородна по длине стержня и является принципиально трехмерной. Поле завихренности показано на рисунке 2. Расчетное значение коэффициента стационарной силы $c_{x\text{ st}} = 0,66$ хорошо согласуется с экспериментальным $c_{x\text{ st}} = 0,65$.

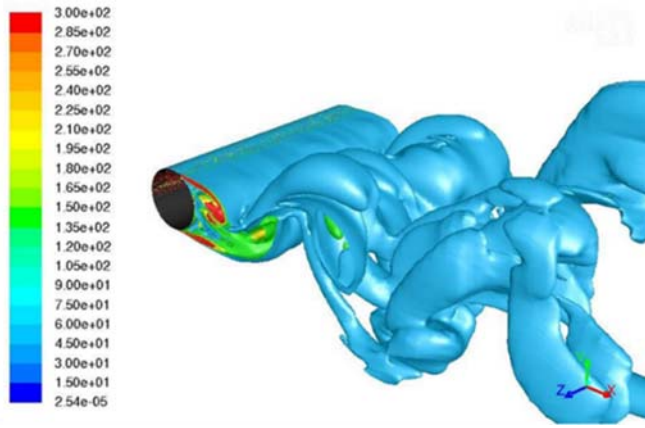


Рисунок 1 – Изоповерхности завихренности (1/с)

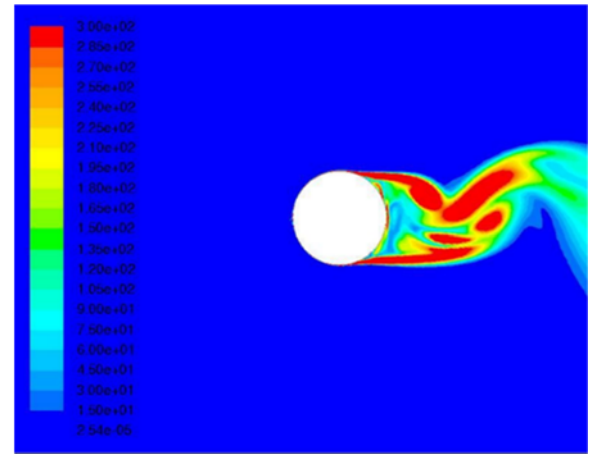


Рисунок 2 – Поле завихренности (1/с) для обтекателя цилиндрической формы

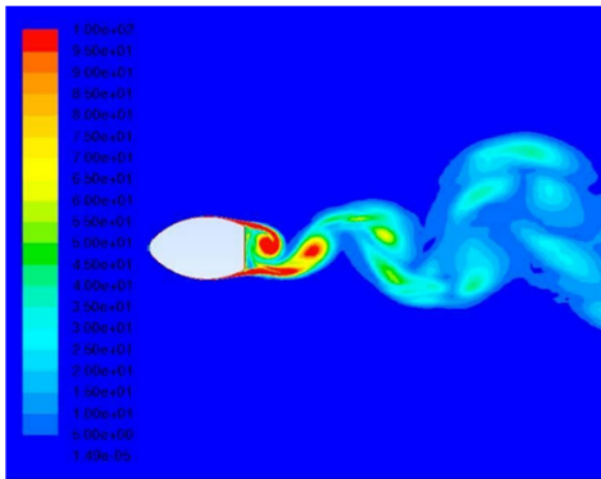


Рисунок 3 – Поле завихренности (1/с) для обтекателя измененной формы

Форма сечений современных выдвижных устройств значительно отличается от круговой. На рисунке 3 показано поле завихренности течения около обтекателя измененной формы, типичной для современных ВУ. Сравнение ГДХ обтекателей цилиндрической и измененной формы представлено в таблице 1. Обтекатель измененной формы отличается более низкими значениями действующих гидродинамических сил, а также способностью демпфировать малые колебания.

В третьей главе представлен аналитический метод расчета колебаний ВУ. В первом приближении ВУ может быть представлено в виде прямого однородного стержня переменного сечения. Расчетная схема показана на рисунке 4. Примем, что все инерционные характеристики стержня включают в себя значения присоединенных масс жидкости. Уравнение поперечных колебаний стержня имеет вид:

Таблица 1 – ГДХ обтекателей

ГДХ	Цилиндрический обтекатель	Измененный обтекатель
$c_{x\ st}$	0,66	0,44
$c_{y\ vibr}$	0,43	0,27
Sh	0,2	0,22
c_y^α	—	3,92

$$\left(1 + h \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E J(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t), \quad (1)$$

где $m(x)$ – погонная масса; y – смещение в направлении Y ; $q(x, t)$ – интенсивность внешней распределенной нагрузки; E – модуль Юнга; $J(x)$ – момент инерции сечения с абсциссой x ; h – коэффициент внутреннего трения.

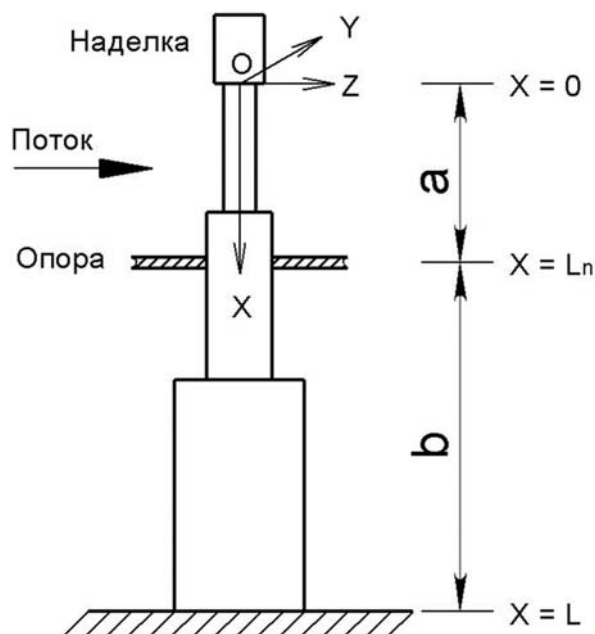


Рисунок 4 – Расчетная схема

Для определения собственных форм f_n и частот колебаний ω_n рассматривается случай отсутствия внешней распределенной нагрузки $q(x, t) = 0$. Общее решение (1) можно представить в виде:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) q_n(t). \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$[EJ(x)f_n'']'' - \omega_n^2 m(x)f_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{cases} f_n''(0) = 0 \\ [EJ(x)f_n'']'|_{x=0} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} f_n(L) = 0 \\ f_n'(L) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Введем замену:

$$u_1 = f(x), \quad u_2 = f'(x), \quad u_3 = EJ(x)f''(x), \quad u_4 = [EJ(x)f''(x)]', \quad (5)$$

с учетом которой (3) сводится к системе:

$$\frac{d\bar{u}}{dx} = A(\omega, x)\bar{u}, \quad \bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}, \quad A(\omega, x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EJ(x)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \omega^2 m(x) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Общее решение имеет вид:

$$\bar{u} = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_3 \bar{u}_3 + C_4 \bar{u}_4. \quad (8)$$

С учетом (4) получаем:

$$\begin{cases} C_1 u_{11}(L) + C_2 u_{12}(L) = 0 \\ C_1 u_{21}(L) + C_2 u_{22}(L) = 0 \end{cases}. \quad (9)$$

Система (9) имеет нетривиальное решение в случае

$$D(\omega) = \begin{pmatrix} u_{11}(L) & u_{12}(L) \\ u_{21}(L) & u_{22}(L) \end{pmatrix} = 0. \quad (10)$$

Вычисляя значения D при различных ω , можно найти корни этой функции – ω_n . Это позволяет найти f_n :

$$f_n(x) = C_1 \left[u_{11}(x) - \frac{u_{11}(\omega_n, L)}{u_{12}(\omega_n, L)} u_{12}(x) \right]. \quad (11)$$

При наличии опоры в сечении L_n стержень разбивается на участки «а» и «b»:

$$\bar{u}_a = C_1^a \bar{u}_1 + C_2^a \bar{u}_2 + C_3^a \bar{u}_3 + C_4^a \bar{u}_4 = C_5 \bar{u}_1 + C_6 \bar{u}_2 + C_7 \bar{u}_3 + C_8 \bar{u}_4, \quad (12)$$

$$\bar{u}_b = C_1^b \bar{u}_1 + C_2^b \bar{u}_2 + C_3^b \bar{u}_3 + C_4^b \bar{u}_4 = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_3 \bar{u}_3 + C_4 \bar{u}_4. \quad (13)$$

Примем, что реакция опоры пропорциональна перемещениям с коэффициентом k . В сечении $x = L_n$ выполняются условия:

$$\begin{aligned} u_{1a}(L_n) &= u_{1b}(L_n), \quad u_{2a}(L_n) = u_{2b}(L_n), \quad u_{3a}(L_n) = u_{3b}(L_n), \\ u_{4a}(L_n) &= u_{4b}(L_n) + k u_{1b}(L_n). \end{aligned} \quad (14)$$

Учитывая (14) и наличие наделки массой m_{nd} на свободном конце, находим выражения для f_n :

$$f_{na}(x) = C_5 [u_{11}(x) + m_{nd} \omega^2 u_{14}(x)] + C_6 u_{12}(x), \quad (15)$$

$$f_{nb}(x) = C_1 u_{11}(x) + C_2 u_{12}(x) + C_3 u_{13}(x) + C_4 u_{14}(x). \quad (16)$$

Упругая конфигурация ВУ под действием стационарной нагрузки описывается уравнением:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EJ(x) \frac{d^2 z}{dx^2} \right] = q_{st}(x) = c(x) \frac{\rho v^2}{2} d_H. \quad (17)$$

где $q_{st}(x)$ – погонная стационарная нагрузка; c – коэффициент гидродинамического сопротивления сечения; v – скорость потока; d_H – характерный размер сечения.

Система, аналогичная (6), имеет вид:

$$\frac{d\bar{u}}{dx} = A\bar{u} + B, \quad A(\omega, x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EJ(x)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q_{st}(x) \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Если на наделку действует сила P_{ndst} , то:

$$u_1(L) = 0, \quad u_2(L) = 0, \quad u_3(0) = 0, \quad u_4(0) = P_{ndst}. \quad (19)$$

Решение (18) с учетом (19) имеет вид:

$$\bar{u}_a = C_5 \bar{u}_1 + C_6 \bar{u}_2 + C_7 \bar{u}_3 + C_8 \bar{u}_4 + \bar{u}_0, \quad (20)$$

$$\bar{u}_b = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_3 \bar{u}_3 + C_4 \bar{u}_4 + \bar{u}_0, \quad (21)$$

где $\bar{u}_0(0) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$.

Определив C_n , получим упругую конфигурацию ВУ и распределение силовых факторов.

Нестационарные гидродинамические силы могут быть представлены в виде $q(x, t) = q(t) \cdot P(x)$:

$$(q_n + h\dot{q}_n) \left[EJ(x) \sum_{n=1}^{\infty} f_n'' \right]'' + m(x) \sum_{n=1}^{\infty} f_n \ddot{q}_n = q(t)P(x). \quad (22)$$

$$m_n(\ddot{q}_n + 2\varepsilon_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n) = Q_n,$$

$$m_n = \int_0^L m(x) f_n^2 dx, \quad 2\varepsilon_n = h \frac{k_n}{m_n}, \quad (23)$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_n}{m_n}, \quad k_n = \int_0^L EJ(x) (f_n'')^2 dx, \quad Q_n = q(t) \int_0^L P(x) f_n dx.$$

Если гидродинамическая нагрузка действует по гармоническому закону, то:

$$\ddot{q}_n + 2\varepsilon_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{\int_0^L P_{gd}(x) f_n dx}{m_n} \cos \omega t = \frac{Q'_n}{m_n} \cos \omega t, \quad n = 1, 2, \dots \quad (24)$$

Решение (24) имеет вид:

$$q_n = A_n \cos(\omega t - \varphi_n), \quad n = 1, 2, \dots \quad (25)$$

где

$$A_n = \frac{Q'_n}{m_n \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\varepsilon_n^2 \omega^2}}, \quad \varphi_n = \arctg \frac{2\varepsilon_n \omega}{\omega_n^2 - \omega^2}. \quad (26)$$

Окончательное выражение для вынужденных колебаний можно записать как:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) A_n \cos(\omega t - \varphi_n). \quad (27)$$

Разработанный метод расчета колебаний ВУ в потоке жидкости был реализован в виде комплекса программ, позволяющего определять такие характеристики вибрации

ВУ, как распределения максимальных значений перемещений и напряжений по длине ВУ. Главное окно программного комплекса представлено на рисунке 5.

В четвертой главе описан расчет колебаний упругого стержня в потоке жидкости.

Рассматривались малые колебания прямого однородного стержня в потоке жидкости. Данная задача состоит из гидродинамической части, в результате решения которой были определены ГДХ заделанного стержня, а также динамической части, в которой на основе данных о гидродинамических воздействиях были получены реакции конструкции – перемещения и напряжения. Для решения динамической части задачи использовались разработанный аналитический метод, а также численное интегрирование уравнений механики деформируемого твердого тела с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Результаты, полученные с помощью обоих подходов, хорошо согласуются между собой и показаны на рисунке 6.

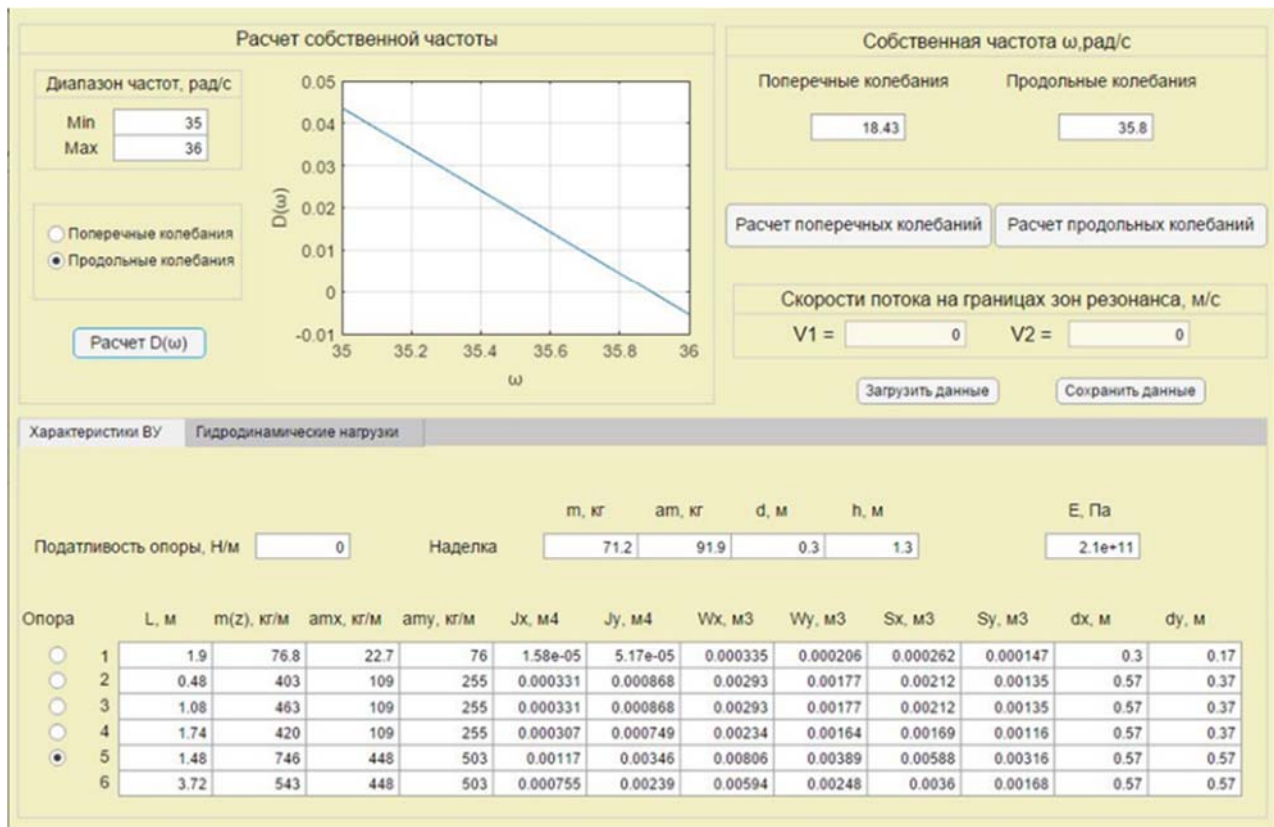


Рисунок 5 – Главное окно программы для расчета характеристик вибрации ВУ

Одним из способов борьбы с вихревой вибрацией ВУ является применение гасителя гидродинамического типа. При внесении струи в вихревой след за конструкцией наблюдается уменьшение амплитуд гидродинамических сил вследствие стабилизации следа. Поля завихренности при различных значениях отношений скорости струи v_1 к скорости потока v_0 представлены на рисунках 7 и 8. На рисунке 9 показан вариант реализации обтекателя с гидродинамическим гасителем.

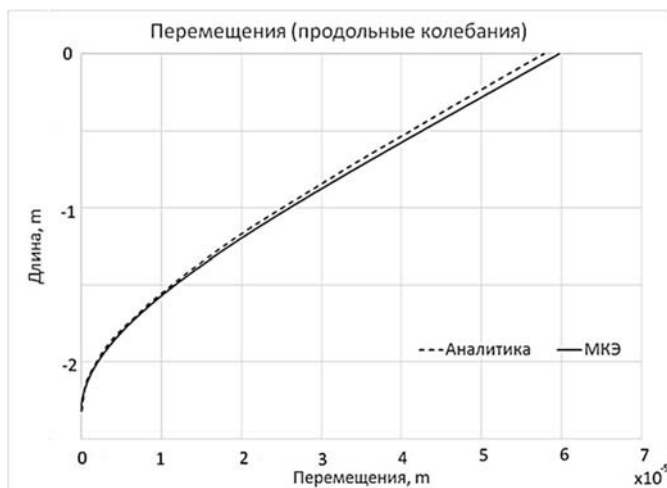


Рисунок 6 – Максимальные значения перемещений, полученных при помощи разработанного метода и МКЭ

Результаты расчета колебаний стержня с гасителем подтверждают его эффективность в борьбе с вихревой вибрацией. Рассматривался цилиндрический стержень, взаимодействующий с потоком жидкости при неработающем ($v_1 = 0$) и работающем ($v_1/v_0 = 2,5$) гасителе. На рисунке 10 представлены распределения максимальных значений перемещений по длине стержня при различных состояниях гасителя. Использование данного способа борьбы с вихревой вибрацией позволяет уменьшить максимальные значения перемещений в 3 раза.

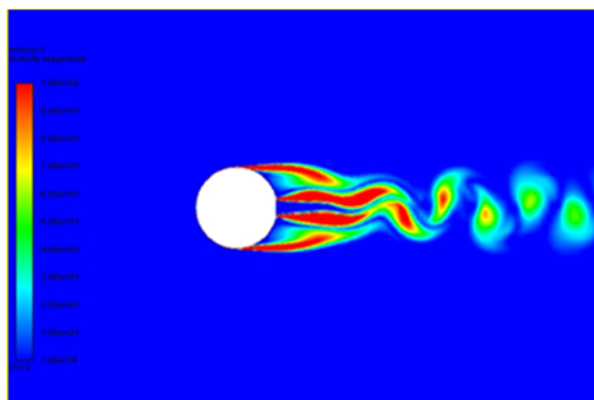


Рисунок 7 – Поле завихренности (1/с) при $v_1/v_0 = 2,5$

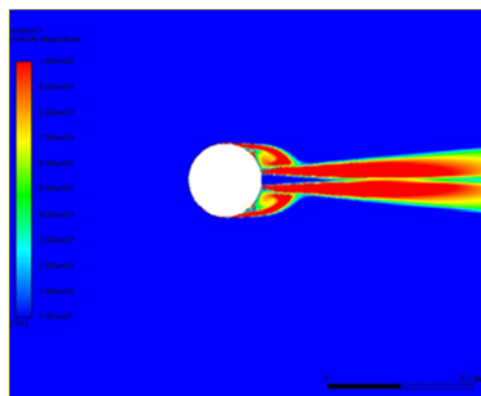


Рисунок 8 – Поле завихренности (1/с) при $v_1/v_0 = 5$

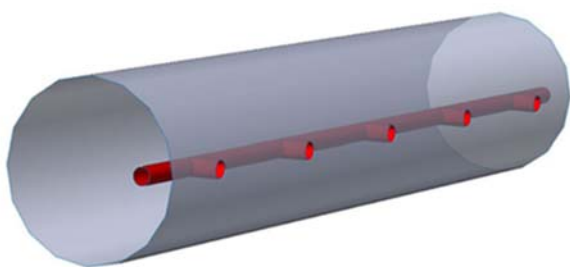


Рисунок 9 – Обтекатель, оснащенный гидродинамическим гасителем вибрации

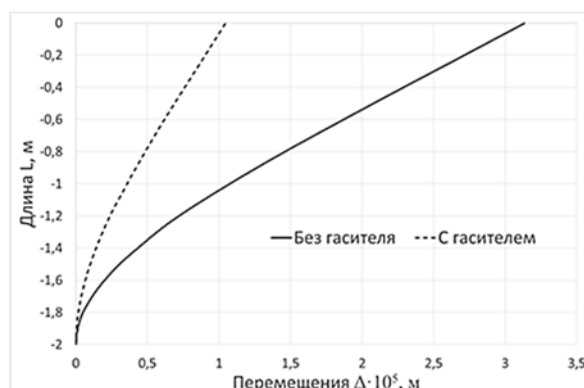


Рисунок 10 – Максимальные значения перемещений стержня

В пятой главе рассматривается численный метод расчета ГДХ колеблющегося в потоке жидкости тела.

В качестве объекта рассматривалось прямоугольное крыло малого удлинения. Экспериментальная модель, показанная на рисунке 11, совершала вращательные колебания в воздушном потоке.

Расчетная сетка, построенная для данной задачи, показана на рисунке 12. Ее внутренняя сферическая подобласть совершала колебания вместе с крылом относительно внешней неподвижной подобласти. Экспериментальное амплитудное значение коэффициента подъемной силы $c_{yA} = 0,27$ хорошо согласуется с расчетным значением $c_{yA} = 0,26$.

Расчеты для водной среды проводились для частот $n = 1,14$ Гц и $n = 4,56$ Гц. Скорость потока составляла 1,57 м/с. Полученное значение производной коэффициента подъемной силы по углу атаки составило $c_y^\alpha = 3,12$.

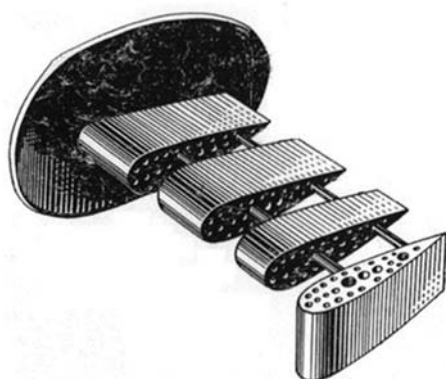


Рисунок 11 – Экспериментальная модель

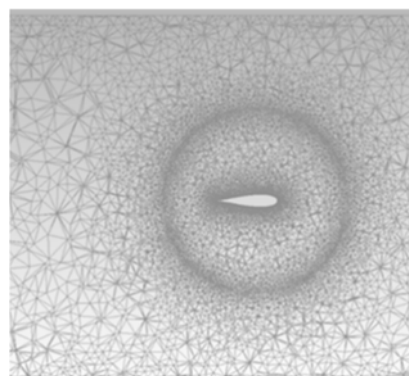


Рисунок 12 – Сечение расчетной сетки

ГДХ колеблющегося в потоке жидкости крыла могут быть получены при помощи теории квазиустановившегося обтекания (ТКО) крыла. На рисунках 13 и 14 приведены расчетные и теоретические зависимости коэффициента $c_y(t)$. При $n = 1,14$ Гц наблюдается хорошее согласование теории и численного расчета. При $n = 4,56$ Гц заметна роль нестационарных эффектов. Это приводит к расхождениям в численных и теоретических результатах. Поля скорости при $n = 1,14$ Гц и $n = 4,56$ Гц представлены на рисунках 15 и 16.

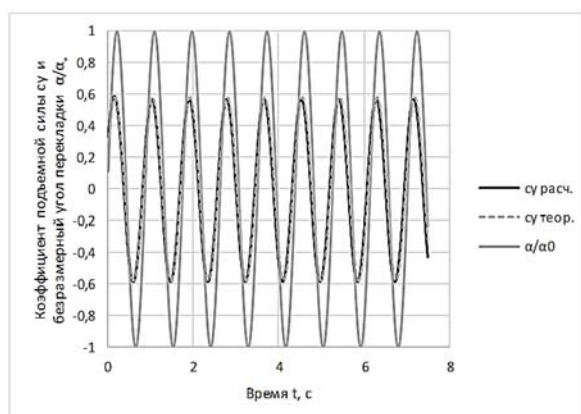


Рисунок 13 – Сравнение теоретических и расчетных зависимостей $c_y(t)$ ($n = 1,14$ Гц)

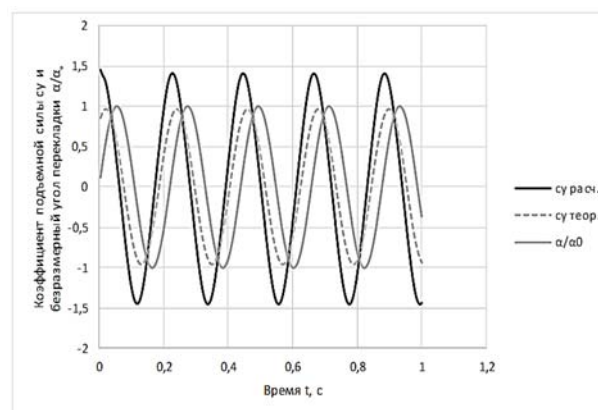


Рисунок 14 – Сравнение теоретических и расчетных зависимостей $c_y(t)$ ($n = 4,56$ Гц)

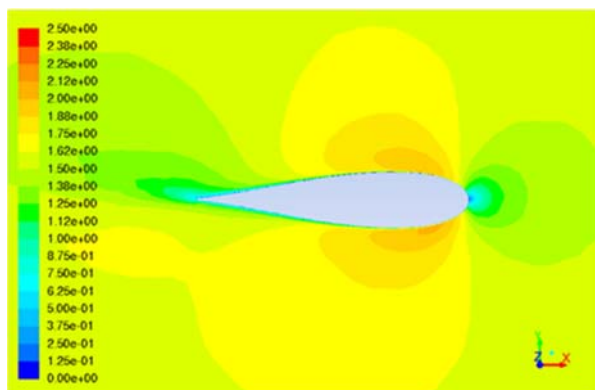


Рисунок 15 – Поле скорости (м/с)
при $n = 1,14$ Гц

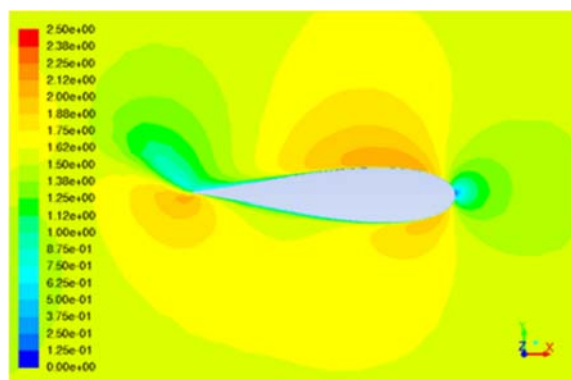


Рисунок 16 – Поле скорости (м/с)
при $n = 4,56$ Гц

Учесть влияние нестационарных эффектов (силы инерции присоединенных масс жидкости, прирост сил циркуляционной природы, возникающих из-за внезапного увеличения скоса потока) при определении ГДХ колеблющегося в потоке крыла позволяет теория нестационарного движения (ТНД) тонкого крыла.

В таблице 2 представлены амплитудные значения коэффициентов подъемной силы c_y и продольного вращательного момента m_z . При медленных колебаниях крыла ТКО дает приемлемые результаты. В случае существенно нестационарных движений результаты численного расчета будут находиться в диапазоне, нижняя граница которого определяется с помощью ТКО, а верхняя – на основе ТНД. Полученные численно значения c_y и m_z являются физически обоснованными, что подтверждает адекватность вычислительных методов, применяемых в расчетах с использованием динамических сеток.

Таблица 2 – Амплитудные значения c_y и m_z

Метод расчета	c_y		m_z	
	$n = 1,14$ Гц	$n = 4,56$ Гц	$n = 1,14$ Гц	$n = 4,56$ Гц
ТКО	0,58	0,95	0,07	0,18
Численный расчет	0,58	1,45	0,08	0,30
ТНД	0,80	1,75	0,11	0,40

Шестая глава посвящена численному определению пропульсивных характеристик СПД.

СПД представляет собой систему крыловых поверхностей, последовательно соединенных жесткими связями. Каждая связь имеет в составе шарнир с

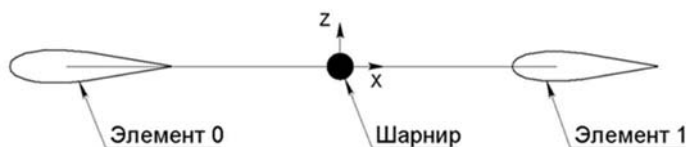


Рисунок 17 – Схема простейшего СПД

торсионной пружины с жесткостью k . Схема простейшего СПД показана на рисунке 17. Закон движения ведущего элемента 0 известен. Элемент 1 совершает колебания, вызванные кинематическим возбуждением элемента 0.

В качестве обобщенной координаты выберем угол отклонения хорды элемента 1 от горизонтали φ . Начало системы координат расположено в шарнирной точке. На зависимый элемент действует гидродинамическая сила, которая представима в виде проекций F_x и F_z . Здесь и далее предполагается, что центры масс элементов совпадают с их центрами давления.

Уравнение движения элемента 1 имеет вид:

$$\ddot{\varphi} = \frac{L}{J + mL^2} \left\{ \cos \varphi [mA\omega^2 \cos(\omega t) + F_z] - F_x \sin \varphi - \frac{k\varphi}{L} \right\}, \quad (30)$$

где L – расстояние от шарнира до центра масс элемента 1; m – масса элемента 1; J – момент инерции элемента 1; A – амплитуда колебаний элемента 0; ω – частота колебаний элемента 0. Зависимости $F_x(t)$ и $F_z(t)$ определялись в процессе совместного численного интегрирования уравнения движения элемента 1 и уравнений динамики вязкой жидкости.

Эффективность различных режимов движения СПД оценивалась на основе сопоставления значений таких пропульсивных характеристик, как коэффициент силы тяги J и КПД η :

$$J = 2 \frac{J_T}{\rho v^2 B \sum_n b_n}, \quad J_T = -\frac{1}{T} \int_t^{t+T} F_x dt, \quad n = 0, 1, \quad (31)$$

$$\eta = \frac{N_T}{N_M} = \frac{J_T v}{N_M} = -\frac{v \int_t^{t+T} F_x dt}{\int_t^{t+T} |F_z \cdot \dot{Z}| dt}, \quad (32)$$

где b_n – хорда элемента n , T – период колебаний, F_x и F_z – проекции гидродинамической силы на оси x и z для системы в целом.

Рассматривались режимы с частотой колебаний f ведущего элемента от 0,5 до 0,8 Гц. На рисунке 18 показаны зависимости $\varphi(t)$. Максимальная амплитуда колебаний достигается при рабочей частоте 0,7 Гц. Также были рассчитаны значения коэффициента силы тяги J и КПД η для каждого режима. Они представлены в таблице 3. Режим, соответствующий рабочей частоте 0,7 Гц, характеризуется максимальной эффективностью.

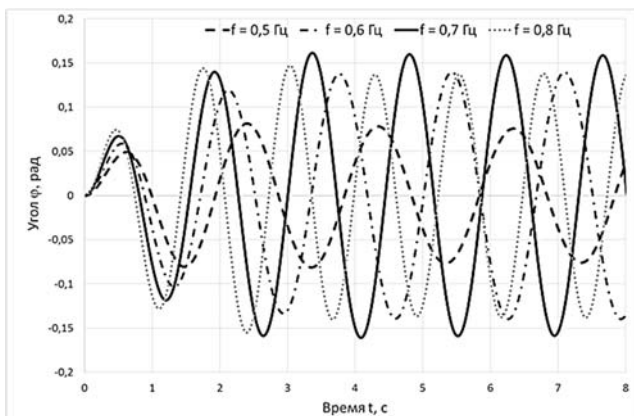


Рисунок 18 – Зависимость $\varphi(t)$

Таблица 3 – Пропульсивные характеристики СПД

f , Гц	J	η
0,5	-0,003	-0,08
0,6	0,014	0,34
0,7	0,025	0,49
0,8	-0,0002	-0,01

Седьмая глава посвящена вопросам вывода уравнений движения СПД.

Расчетная схема для рассматриваемого СПД, состоящего из трех крыловых поверхностей, показана на рисунке 19.

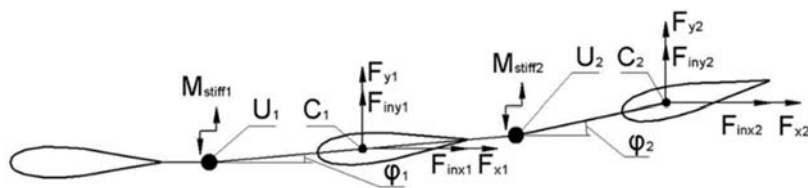


Рисунок 19 – Расчетная схема

Уравнения динамики СПД могут быть получены с помощью подходов Лагранжа и Виттенбурга. При этом применение аппарата уравнений Лагранжа II рода сопряжено с трудностями при решении практических задач, поскольку требует работы с весьма громоздкими выражениями. Так, уравнение для кинетической энергии СПД с двумя зависимыми элементами имеет вид:

$$T = \frac{mL^2}{2} (5\dot{\phi}_1^2 + 4\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + \dot{\phi}_2^2) + \frac{I\dot{\phi}_1^2}{2} + \frac{I\dot{\phi}_2^2}{2}. \quad (33)$$

С увеличением количества машущих элементов количество членов в выражении для кинетической энергии растет в геометрической прогрессии.

Альтернативный подход Виттенбурга основан на схематизации системы в виде направленного графа, показанного на рисунке 20. Структура взаимосвязей графа определяет единственным образом матрицу с элементами S_{ia} :

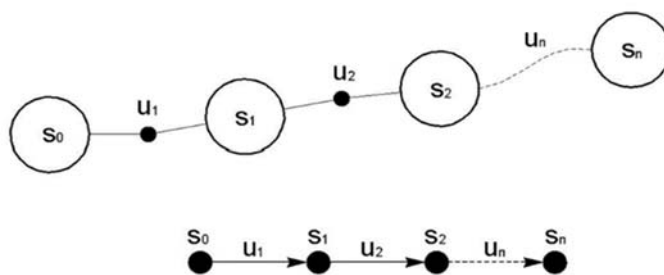


Рисунок 20 –Ориентированный граф

$$S_{ia} = \begin{cases} 1, & u_a \text{ выходит из } S_i, \\ -1, & u_a \text{ входит в } S_i, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (34)$$

и матрицу T :

$$T_{ai} = \begin{cases} 1, & u_a \in \text{пути между } S_0 \text{ и } S_i \\ & \text{и направлена к } S_0, \\ -1, & u_a \in \text{пути между } S_0 \text{ и } S_i \\ & \text{и направлена от } S_0, \\ 0, & u_a \notin \text{пути между } S_0 \text{ и } S_i. \end{cases} \quad (35)$$

Положение центра тяжести тела системы определяет вектор $\mathbf{c}_{ia}$. Также вводятся вектора $\mathbf{d}_{ij}$:

$$\mathbf{d}_{ij} = \sum_{a=1}^n T_{aj} S_{ia} \mathbf{c}_{ia}, \quad i, j = 1 \dots n. \quad (36)$$

Введем понятие дополненного тела (ДТ). В смежную для выбранного тела шарнирную точку присоединяется масса всех тел (кроме тела 0), связанных через нее

с этим телом напрямую или косвенно. Положение центра тяжести ДТ определяется вектором $\mathbf{b}_{i0}$, а выражение для тензора инерции имеет вид:

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{J}_i + \sum_{k=1}^n m_k (\mathbf{d}_{ik}^2 \mathbf{E} - \mathbf{d}_{ik} \mathbf{d}_{ik}), \quad i = 1 \dots n. \quad (37)$$

Уравнения движения тел системы можно записать в виде:

$$\underline{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\varphi}_n \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1^2 \\ \vdots \\ \dot{\varphi}_n^2 \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{S}} \mathbf{k} \mathbf{S}^T \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{R}} - (k_1 \varphi_0) \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{S}}_0^T, \quad i = 1 \dots n. \quad (38)$$

В выражении (38) $\mathbf{k}$ – диагональная матрица коэффициентов жесткости пружин в шарнирах. Элементы матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{R}$ имеют вид:

$$A_{ij} = \begin{cases} K_{i3}, & i = j, \\ M_{\Sigma} d_{ij} b_{j0} \cos(\varphi_i - \varphi_j + \alpha_{ij} - \beta_j), & s_i < s_j, \\ M_{\Sigma} d_{ji} b_{i0} \cos(\varphi_i - \varphi_j - \alpha_{ij} + \beta_i), & s_j < s_i, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases}$$

$$B_{ij} = \begin{cases} M_{\Sigma} d_{ij} b_{j0} \sin(\varphi_i - \varphi_j + \alpha_{ij} - \beta_j), & s_i < s_j, \\ M_{\Sigma} d_{ji} b_{i0} \sin(\varphi_i - \varphi_j - \alpha_{ij} + \beta_i), & s_j < s_i, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases}$$

$$R_i = M_i - M_{\Sigma} b_{i0} [\ddot{r}_{01} \sin(\varphi_i + \beta_i) - \ddot{r}_{02} \cos(\varphi_i + \beta_i)] + \\ + \sum_{j: s_i \leq s_j} d_{ij} [F_{j1} \sin(\varphi_i + \alpha_{ij}) - F_{j2} \cos(\varphi_i + \alpha_{ij})].$$

Углы α_{ij} и β_i определяют положение векторов $\mathbf{d}_{ij}$ и $\mathbf{b}_{i0}$ в связанном с телом базисе. M_i – момент внешних сил, F_{j1} и F_{j2} – проекции внешней силы на оси 1 и 2.

В восьмой главе исследуются колебания СПД в потоке жидкости. Рассматривается СПД, состоящий из четырех машущих элементов. Движение трех зависимых элементов описано с помощью системы уравнений, аналогичной (38), полученной с помощью подхода Виттенбурга. Линеаризованные уравнения динамики СПД были использованы для исследования устойчивости движения системы.

При варьировании различными параметрами задачи относительно базового режима анализировались корни характеристического уравнения. На рисунке 21 показано изменение действительной части одного из корней при варьировании скоростью потока v_0 . При $v_0 > 0,7$ м/с действительная часть становится положительной, а движение системы – неустойчивым.

Моделирование колебаний СПД в потоке жидкости было проведено в два этапа. Вначале элемент 0 оставался неподвижным, а элементу 3 придавалась некоторая начальная угловая скорость. Режимы колебаний показаны на рисунках 22 и 23.

Затем исследовались режимы движения, когда элемент 0 совершал вертикальные колебания по гармоническому закону, при этом варьировалась частота колебаний. Анализ зависимости максимальных амплитуд зависимых элементов от рабочей частоты, представленный на рисунке 24, показывает, что максимальная амплитуда достигается при частоте, соответствующей основной собственной частоте системы.

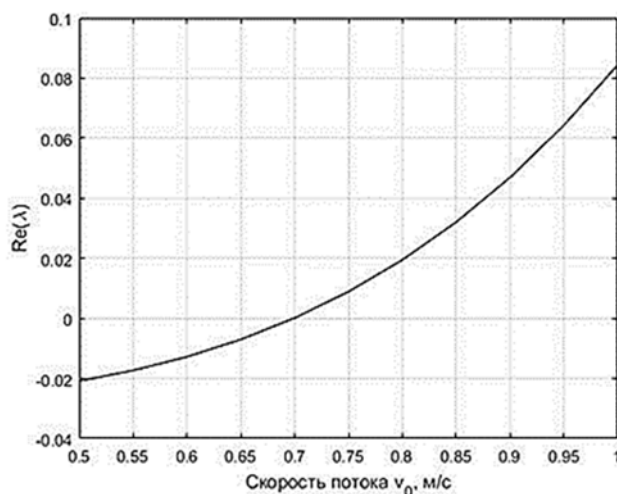


Рисунок 21 – Зависимость действительной части корня от скорости потока v_0

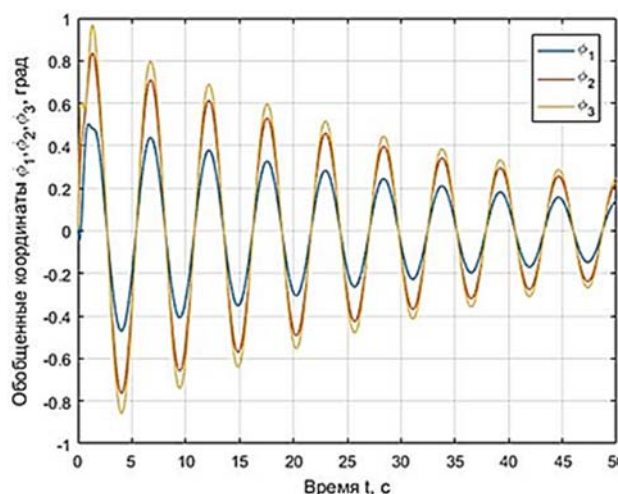


Рисунок 22 – Устойчивый режим при $v_0 = 0,3$ м/с

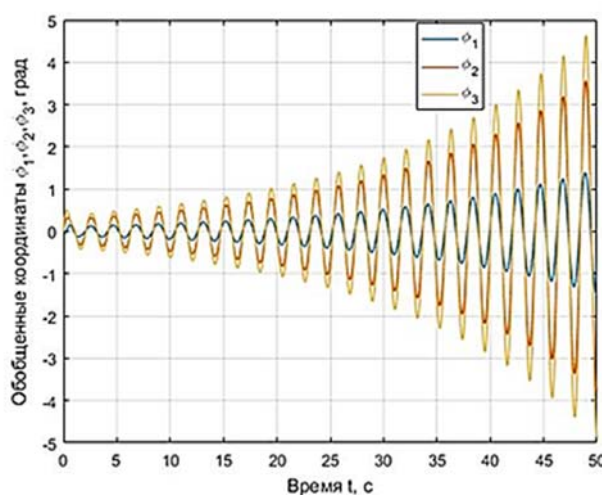


Рисунок 23 – Неустойчивый режим при $v_0 = 0,9$ м/с

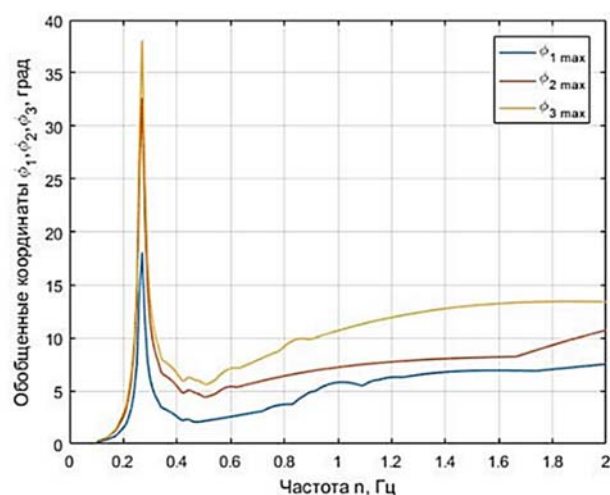


Рисунок 24 – Зависимость максимальных амплитуд от частоты колебаний элемента 0

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках диссертационного исследования были разработаны математические модели и численные методы решения важных классов задач о вибрации ВУ и колебаниях СПД в потоке жидкости.

Основные результаты диссертационного исследования заключаются в следующем.

1. Разработаны математическая модель и метод численного расчета вибраций ВУ. Для решения гидродинамической части данной задачи были рассмотрены и проанализированы основные подходы к разрешению турбулентного течения. Применение выбранного численного метода позволяет достичь цели исследования с минимальными вычислительными затратами, при этом результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Полученные гидродинамические характеристики обтекателей используются в качестве исходных данных для решения динамической части задачи. На основе дифференциальных уравнений колебаний стержня переменного сечения был разработан аналитический метод, позволяющий оперативно определять параметры напряженно-деформируемого состояния ВУ, учитывая при этом влияние промежуточной опорной связи. Разработанный комплекс программ, позволяющий определять вибропрочностные характеристики ВУ при различных скоростях хода подводного объекта, может быть использован в проектно-конструкторской деятельности.

2. Разработанный расчетный метод определения вибрационных характеристик ВУ был применен для моделирования колебаний упругого стержня в потоке жидкости. Достоверность полученных результатов подтверждает хорошее согласование с данными, полученными с помощью численного решения уравнений механики деформируемого твердого тела методом конечных элементов. Разработанный метод позволил произвести оценку эффективности гасителя вибрации гидродинамического типа. Согласно результатам расчетов, применение гидродинамического гасителя предложенной конструкции позволяет значительно снизить параметры вихревой вибрации ВУ и улучшить их эксплуатационные качества.

3. На основе сопоставления с экспериментальными данными и аналитическими оценками была подтверждена адекватность численного метода расчета ГДХ колеблющегося в потоке жидкости крыла. Данный метод использовался в дальнейшем для моделирования работы СПД. С помощью совместного численного интегрирования уравнений динамики вязкой жидкости и уравнений движения машущих элементов были получены гидродинамические и пропульсивные характеристики данного движительного комплекса. Анализ средней тяги и КПД позволил выявить наиболее эффективный режим движения для рассматриваемого варианта конструкции.

4. Рассмотрены основные подходы к выводу уравнений движения элементов СПД. Показано, что классический подход Лагранжа является более трудоемким по сравнению с подходом Виттенбурга, при этом оба подхода позволяют получить одинаковые уравнения. Даже в случае относительно простой конструкции (четыре последовательно соединенных крыла) выражение для кинетической энергии становится настолько громоздким, что дальнейшие операции с ним при использовании подхода Лагранжа вызывают затруднения, также возникает риск появления ошибок при проведении дальнейших преобразований. С помощью подхода Виттенбурга была разработана математическая модель движения элементов СПД, что позволило провести дальнейшее исследование его колебаний в потоке жидкости. Линеаризованные уравнения использовались для проведения анализа устойчивости

движения конструкции. Варьирование таких параметров, как скорости потока, коэффициенты жесткости пружин, коэффициенты демпфирования в шарнирах, позволило выявить устойчивые режимы. Также было проведено моделирование малых колебаний СПД. Анализ различных режимов вынужденных колебаний показал, что максимальная амплитуда машущих элементов достигается при частоте колебаний ведущего элемента, близкой к основной собственной частоте.

Таким образом, в результате выполнения диссертационного исследования была решена научная задача о разработке и обосновании математических моделей и методов расчета вибраций ВУ и колебаний СПД в потоке жидкости. Разработанные численные методы могут быть использованы при проведении расчетов, необходимых для проектирования данных упругих конструкций.

Предлагаемый расчетный метод определения характеристик вибраций ВУ позволит сократить объем экспериментальных исследований и, тем самым, снизить стоимость их создания. В ходе разработки метода была подтверждена адекватность подходов, используемых при решении гидродинамической и динамической частей гидроупругой задачи. Это позволяет моделировать колебания ВУ в сопряженной постановке, что может быть целесообразно при рассмотрении резонансных режимов, характеризующихся большими амплитудами колебаний.

Методы численного определения гидродинамических и пропульсивных характеристик СПД позволяют обоснованно подходить к вопросу выбора его конструктивных параметров. Выведенные с помощью подхода Виттенбурга уравнения движения элементов многосоставных конструкций могут быть использованы для дальнейшего совместного численного интегрирования с уравнениями динамики вязкой жидкости. Это позволит приблизиться к реализации регулируемого гидроупругого эффекта и достичь повышенных пропульсивных характеристик, что приведет к улучшению эксплуатационных характеристик подводного объекта, оснащенного подобным типом движителя.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК

1. Коваль, К.А. Результаты верификации численного метода расчета гидродинамических и гидроакустических характеристик плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков, И.А. Чернышев // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2016. Т. 9, № 4. С. 60–72.
2. Коваль, К.А. Об использовании формализма Виттенбурга в задаче расчета динамики составного плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2017. № 4–2 (324). С. 18–24.
3. Коваль, К.А. Верификация численного метода расчета гидроупругих колебаний конструкций в потоке жидкости / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2018. № 4-2 (330). С. 24–37.

4. Коваль, К.А. Об оптимизации пропульсивных качеств составного плавникового движителя // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2019. № 5 (337). С. 103–112.

5. Коваль, К.А. Оценка эффективности гидродинамического гасителя вибраций выдвижных устройств / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2020. № 4-1 (342). С. 126–133.

Результаты интеллектуальной деятельности

6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ Программа для выполнения расчетов гидроупругих характеристик подъемно-мачтовых устройств / А.Л. Сухоруков, А.Ю. Каверинский, К.А. Коваль – № 2018613264; заявл. 22.01.2018; зарег. 06.03.2018. – 1 С.

7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ Программа для выполнения расчетов гидроупругих характеристик подъемно-мачтовых устройств с учетом податливости промежуточной опоры / А.Л. Сухоруков, К.А. Коваль – № 2020663201; заявл. 12.10.2020; зарег. 23.10.2020. – 1 С.

8. Сухоруков, А.Л. Подводный аппарат с плавниковым движителем / А.Л. Сухоруков, Б.А. Лускин, К.А. Коваль // Патент на изобретение № 2678732.

Публикации в других изданиях

9. Коваль, К.А. Об определении гидродинамических и гидроакустических характеристик плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков, И.А. Чернышев // *Труды XIII Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики»*. – Санкт-Петербург, 2016. С. 484–487.

10. Коваль, К.А. Применение численных методов динамики вязкой жидкости в задаче определения гидродинамических характеристик плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // *Современные технологии в кораблестроительном и авиационном образовании, науке и производстве: сборник докладов Всероссийской научно-практической конференции*. – Нижний Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2016. С. 85–91.

11. Коваль, К.А. Численное моделирование гидроупругих колебаний консольных конструкций в потоке жидкости / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // *Актуальные проблемы прикладной математики: Материалы IV Международной конференции*. – Нальчик, ИПМА КБНЦ РАН, 2018. С. 126–127.

12. Коваль, К.А. Определение гидродинамических и пропульсивных характеристик составного плавникового движителя / К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков // *63-я Международная научная конференция Астраханского государственного технического университета, посвященная 25-летию Астраханского государственного технического университета: материалы*. – Астрахан. гос. техн. ун-т. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 2019. С. 140.