МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО СВЯЗИ И ИНФОРМАТИЗАЦИИ
****
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА
****
ФАКУЛЬТЕТ ВЕЧЕРНЕГО И ЗАОЧНОГО ОБУЧЕНИЯ

Л.М. Черных, А.В. Кочерыженков

ФИЗИКА

УСКОРЕННОЕ ОБУЧЕНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Часть I

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2001

УДК 531

Л. М. Черных; А. В. Кочерыженков. Физика (ускоренное обучение): методические рекомендации и контрольные задания / СПбГУТ. - СПб, 2001. - Ч. I.

Составлены в двух частях и предназначены для оказания помощи при выполнении контрольных работ. Первая часть содержит программу изучения разделов: «Механика», «Электростатика», «Электрический ток», «Магнетизм», литературу, примеры решения задач и задания для контрольной работы 1.

Ответственный редактор **А.Д.Андреев**
Рецензент **В.А.Подхалюзин**

Редактор **Л. А. Медведева**

ЛР № 020475 от 29.04.97. Подписано к печати 3.09.01.
Объем 2 уч.-изд. л. Тир. 300 экз. Зак. 514

РИО СПбГУТ. 191186 СПб, наб. р. Мойки, 61
ООП Петербургкомстат. 193376 СПб, ул. проф. Попова, 39

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Вариант контрольной работы, которую должен выполнить студент, совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки.

2. Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради школьного типа.

3. Оформление каждой задачи следует начинать с новой страницы, оставляя место для замечаний преподавателя.

4. Текст условия задачи необходимо переписывать полностью, без сокращений. К решениям задач следует давать пояснения.

5. Если при проверке работы преподавателем в ней обнаружены серьезные ошибки и на работе сделана пометка «На повторное рецензирование», нужно исправить ошибки и снова представить работу на проверку. Исправления делать в той же тетради, только в конце работы после заголовка «Работа над ошибками».

6. При наличии визы «Допущен к собеседованию» в контрольной работе следует исправить ошибки, указанные преподавателем, и представить ее на очное собеседование, которое осуществляется во время лабораторно-экзаменационной сессии. По результатам собеседования контрольная работа может быть зачтена.

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

При решении задач надо пользоваться приведенными ниже правилами и соблюдать указанную последовательность действий.

1. Записать краткое условие задачи (сразу после записи полного текста условия), вводя буквенные обозначения величин, указанных в условии задачи, и перевести эти величины в систему СИ.

2. Сделать (если нужно) чертеж, поясняющий содержание задачи.

3. Назвать физические законы и величины, которые описывают явления, указанные в условии задачи.

4. Используя математическую запись законов, установленных в п. 3, составить уравнение или систему уравнений, из которых могут быть определены искомые величины.

5. Из выписанных уравнений вывести расчетные формулы.

6. Провести вычисления, сохраняя три значащие цифры, указать единицы измерения.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕХАНИКА

1. Кинематика поступательного движения. Система отсчета. Материальная точка. Абсолютно твердое тело. Траектория. Радиус-вектор. Перемещение. Путь. Средняя скорость. Скорость. Среднее ускорение. Ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорение. Равномерное и равноускоренное движение. Прямая и обратная задачи кинематики.

2. Кинематика вращательного движения. Угловое перемещение. Угловая скорость. Угловое ускорение. Связь линейных и угловых величин. Прямая и обратная задачи кинематики вращательного движения.

3. Динамика поступательного движения. Первый закон Ньютона (закон инерции). Инерциальные системы отсчета. Масса. Сила. Сила тяжести. Сила упругости. Сила трения. Импульс. Второй и третий законы Ньютона. Импульс системы тел. Закон изменения импульса системы тел. Замкнутая система тел. Закон сохранения импульса системы тел.

4. Динамика вращательного движения. Момент импульса частицы относительно точки и относительно оси. Момент силы относительно точки и относительно оси. Закон изменения момента импульса. Закон сохранения момента импульса. Момент инерции. Теорема Штейнера. Основной закон динамики вращательного движения.

5. Элементарная работа. Работа на конечном участке траектории. Мощность. Кинетическая энергия. Связь работы результирующей силы с изменением кинетической энергии. Консервативные силы. Потенциальное поле. Потенциальная энергия. Связь работы консервативной силы и изменения потенциальной энергии. Связь консервативной силы с потенциальной энергией. Механическая энергия. Закон изменения механической энергии. Закон сохранения механической энергии. Работа и кинетическая энергия при вращательном движении.

6. Закон всемирного тяготения.

7. Границы применимости классической механики.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Электрический заряд. Дискретность электрического заряда. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Силовые линии. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции.

2. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса. Применение теоремы Гаусса для определения напряженности электрических полей. Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости и двух разноименно заряженных плоскостей (поле конденсатора). Поле бесконечного равномерно заряженного цилиндра (нити). Поле равномерно заряженной сферы.

3. Работа переноса заряда в электростатическом поле. Потенциальный характер электростатического поля. Потенциальная энергия заряда в поле. Потенциал. Разность потенциалов. Разность потенциалов как линейный интеграл от напряженности поля. Циркуляция напряженности электростатического поля. Напряженность электростатического поля как «минус» градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности и их связь с силовыми линиями. Определение разности потенциалов в различных полях: однородное поле, поле точечного заряда и равномерно заряженной сферы, поле равномерно заряженного цилиндра.

4. Электрический диполь. Потенциал и напряженность поля диполя. Вращающий момент, действующий на диполь в однородном электрическом поле. Работа поворота и энергия диполя в однородном электрическом поле.

5. Диэлектрики в электрическом поле. Полярные и неполярные молекулы. Поляризация диэлектриков с полярными и неполярными молекулами. Вектор поляризации (поляризованность). Диэлектрическая восприимчивость. Связанные заряды. Связь поверхностной плотности связанных зарядов и вектора поляризации. Связь потока вектора поляризации через замкнутую поверхность с величиной связанного заряда, охватываемого этой поверхностью. Вектор электрического смещения (электрической индукции). Диэлектрическая проницаемость и ее связь с диэлектрической восприимчивостью. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения.

6. Проводники в электростатическом поле. Явление электростатической индукции. Особенности поля внутри и у поверхности проводника. Связь электрического смещения с поверхностной плотностью зарядов на проводнике.

7. Электрическая емкость уединенного проводника. Электроемкость уединенного проводящего шара. Конденсаторы. Электроемкость конденсатора. Определение электроемкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов.

8. Энергия заряженного проводника. Энергия заряженного конденсатора. Объемная плотность энергии электрического поля. Энергия электрического поля, содержащаяся в заданном объеме. Работа поляризации диэлектрика.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1. Понятие об электрическом токе. Условия существования электрического тока. Сила тока и плотность тока. Связь плотности тока с концентрацией и средней скоростью упорядоченного движения носителей тока.

2. Сторонние силы. Электродвижущая сила. Напряжение. Закон Ома для участка цепи и для замкнутой цепи. Сопротивление. Закон Ома в дифференциальной форме. Удельная электрическая проводимость.

3. Закон Джоуля-Ленца. Удельная тепловая мощность тока. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

4. Классическая теория электронных явлений в металлах. Ее основные положения и экспериментальное подтверждение (опыты Толмена и Стюарта). Вывод законов Ома и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме на основе этой теории. Недостатки классической электронной теории.

5. Электрический ток в вакууме. Работа выхода электрона из вещества. Электронная эмиссия и ее типы. Термоэлектронная эмиссия. Вольтамперная характеристика вакуумного диода. Закон Богуславского-Лэнгмюра (закон трех вторых). Ток насыщения. Формула Ричардсона-Дэшмана.

6. Электрический ток в газе (газовый разряд). Ионизация, рекомбинация, нейтрализация на электродах носителей тока в газе. Уравнение для концентрации носителей тока в газе при несамостоятельном газовом разряде. Вольтамперная характеристика несамостоятельного газового разряда. Несамостоятельный газовый разряд при слабых (закон Ома) и сильных (насыщение) полях. Самостоятельный газовый разряд. Ударная ионизация, электронная лавина, эмиссия электронов на катоде. Виды самостоятельного газового разряда: тлеющий, искровой, коронный, дуговой. Понятие о плазме.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

1. Понятие о магнитном поле. Источники магнитного поля. Действия магнитного поля. Индукция магнитного поля (магнитная индукция). Силовые линии магнитного поля.

2. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. Траектория заряженной частицы в однородном магнитном поле. Период обращения, радиус и шаг винтовой линии.

3. Действие магнитного поля на проводник с током.
Сила Ампера.

4. Контур с током во внешнем магнитном поле. Магнитный момент контура с током. Вращающий момент, действующий на контур с током со стороны однородного магнитного поля. Работа поворота контура с током в однородном магнитном поле. Устойчивое и неустойчивое положение равновесия контура с током в магнитном поле.

5. Магнитное поле, созданное движущимся зарядом.

6. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции для магнитных полей. Магнитное поле прямолинейного проводника с током конечной и бесконечной длины. Магнитная индукция в центре кругового витка с током. Сила взаимодействия участков двух длинных параллельных проводников с токами.

7. Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. Магнитное поле тороида и соленоида с током. Магнитное поле внутри круглого проводника с током, равномерно распределенным по сечению.

8. Магнитный поток (поток магнитной индукции). Случаи однородного и неоднородного поля. Теорема Гаусса для магнитного поля. Потокосцепление.

9. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током и контура с током во внешнем магнитном поле. Ее связь с магнитным потоком, пересеченным проводником, и с изменением магнитного потока через контур.

10. Орбитальный и собственный (спиновый) магнитные моменты электрона. Магнитный момент атома. Индуцированный (наведенный) магнитный момент электрона во внешнем магнитном поле (диамагнитный эффект). Ориентация магнитных моментов атомов во внешнем магнитном поле (парамагнитный эффект). Диамагнетики и парамагнетики.

11. Микротоки (молекулярные токи) и макротоки. Намагниченность. Напряженность магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость вещества. Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$.

12. Ферромагнетики. Домены. Петля гистерезиса. Магнитное насыщение, остаточная намагниченность, коэрцитивная сила. Температура Кюри.

13. Явление электромагнитной индукции. Опыты Фарадея. Закон Фарадея. Правило Ленца. Заряд, прошедший через поперечное сечение контура при изменении потокосцепления этого контура.

14. Возникновение разности потенциалов на концах проводника, перемещающегося в магнитном поле. Возникновение ЭДС в рамке, равномерно вращающейся в магнитном поле.

15. Индуктивность контура. Индуктивность соленоида. Самоиндукция. Токи при размыкании и замыкании цепи, состоящей из индуктивности и сопротивления.

16. Взаимная индуктивность двух контуров. Взаимная индуктивность двух катушек, имеющих общую ось (намотанных на общий цилиндрический сердечник). Взаимная индукция.

17. Энергия магнитного поля контура с током. Выражение этой энергии через величины, характеризующие магнитное поле (на примере соленоида с током). Объемная плотность энергии магнитного поля. Энергия магнитного поля, заключенная в выбранном объеме. Взаимная энергия двух контуров с токами.

18. Возникновение ЭДС электромагнитной индукции в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле. Вихревое электрическое поле.

19. Ток смещения. Плотность тока смещения.

20. Система уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1998. - Кн.1, 2.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1997.
3. Иродов И. Е. Основные законы механики. - М.: Высш. шк., 1983.
4. Иродов И. Е. Основные законы электромагнетизма.- М.: Высш. шк., 1983.
5. Калашников С.Г. Электричество. - М.: Наука, 1985.
6. Дмитриева В.Ф., Прокофьев В.Л. Основы физики. - М.: Высш. шк., 2001.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

Примеры решения задач

МЕХАНИКА

1. Зависимость скорости тела массой 5 кг от времени имеет вид $V = 6t^2$ м/с. Движение тела - прямолинейное. Найти: путь, пройденный телом за промежуток времени от t_1 = 0 до t_2 =2 с; величину силы, приложенной к телу в момент времени t_2; работу силы за промежуток времени от t_1 до t_2.

Дано : m = 5 кг; $V = 6t^2$ м/с; t_1 = 0; t_2 =2 с.

Найти : S, $F(t_2)$, A.

По заданной зависимости скорости тела от времени найдем пройденный телом путь

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^2 6t^2\,\mathrm{d}t = 6\frac{t^3}{3}\Bigg|_0^2 = 2t^3\Big|_0^2 = 2\cdot 2^3 = 16\ \text{м}.$$

Для определения силы сначала найдем ускорение тела $a(t) = \dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 12t\ \text{м/с}^2$. Согласно второму закону Ньютона сила, действующая на тело

$$F(t) = m\cdot a(t) = 5\cdot 12t = 60t \quad \text{Н}. \qquad (1)$$

Величина этой силы в момент времени t_2 $F(t_2) = 120\ \text{Н}$.

Работа, совершенная результирующей силой за некоторый промежуток времени, равна изменению кинетической энергии тела за этот промежуток времени:

$$A = \frac{mV^2(t_2)}{2} - \frac{mV^2(t_1)}{2} = \frac{m}{2}\left[V^2(t_2) - V^2(t_1)\right] =$$

$$= \frac{5}{2}\left[\left(6\cdot 2^2\right)^2 - (6\cdot 0)^2\right] = 1440\ \text{Дж}.$$

Работу *А* можно было также найти, если использовать выражение $A = \int F_s\,\mathrm{d}S$. В случае прямолинейного движения сила направлена вдоль прямой, по которой движется тело, $F_S = F$ и $A = \int F\,\mathrm{d}S$. Учитывая зависимость (1) силы от времени, а также соотношение $\mathrm{d}S = V(t)\mathrm{d}t$, получаем $A = \int_{t_1}^{t_2} F(t)V(t)\mathrm{d}t =$

$$= \int_0^2 60t\cdot 6t^2\,\mathrm{d}t = 360\frac{t^4}{4}\Bigg|_0^2 = 90t^4\Big|_0^2 = 90\cdot 2^4 = 1440\ \text{Дж}.$$

2. Чаша, имеющая глубину 24 см и массу 5 кг, лежит на гладкой поверхности и может без трения скользить по ней. С края чаши на ее дно по желобам без трения одновременно соскальзывают два одинаковых тела, масса каждого из которых равна 1 кг (рис.1). При столкновении на дне скорости тел взаимно перпендикулярны. Определить скорости тел перед их столкновением.

Дано: h = 24 см = 0,24 м; M = 5 кг; $m_1 = m_2 = m$ = 1 кг;

$\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$; $\quad F_{\text{ТР}} = 0.$

Найти: V.

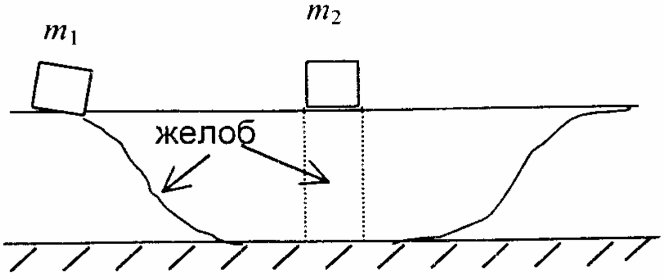

Рис. 1

Согласно закону сохранения импульса для системы тел, если проекция суммы внешних сил на некоторое направление или плоскость равна нулю, то проекция импульса этой системы на указанное направление (плоскость) остается постоянной. В данном случае проекция на горизонтальную плоскость суммы внешних сил, действующих на систему «два тела - чаша», равна нулю. Начальный импульс системы (т. е. сумма импульсов тел этой системы до начала движения) был равен нулю. Поэтому импульс системы останется равным нулю и после соскальзывания тел:

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + M \cdot \vec{u} = 0. \qquad (1)$$

Здесь $\vec{V}_1, \vec{V}_2$ - скорости тел относительно земли непосредственно перед столкновением, $\vec{u}$ - скорость чаши относительно земли в этот же момент времени (рис. 2).

Направим ось X по скорости $\vec{V}_1$ первого тела, а ось Y - по скорости $\vec{V}_2$ второго тела (рис.2). Проектируя вектора, входящие в равенство (1), на оси X и Y, получаем

$$m_1 V_1 = -M u_x \quad (2), \qquad m_2 V_2 = -M u_y \quad (3).$$

Здесь u_x, u_y - проекции скорости чаши на оси координат.

Из уравнений (2) и (3) получаем

$$u_x = -\frac{m_1}{M} V_1, \qquad u_y = -\frac{m_2}{M} V_2.$$

По условию задачи $V_1 = V_2 = V$, $m_1 = m_2 = m$. Следовательно,

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{2} \cdot \frac{m}{M} V. \qquad (4)$$

Поскольку в рассматриваемой системе тел отсутствуют силы трения, то выполняется закон сохранения механической энергии:

$$2mgh = 2\frac{mV^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}. \tag{5}$$

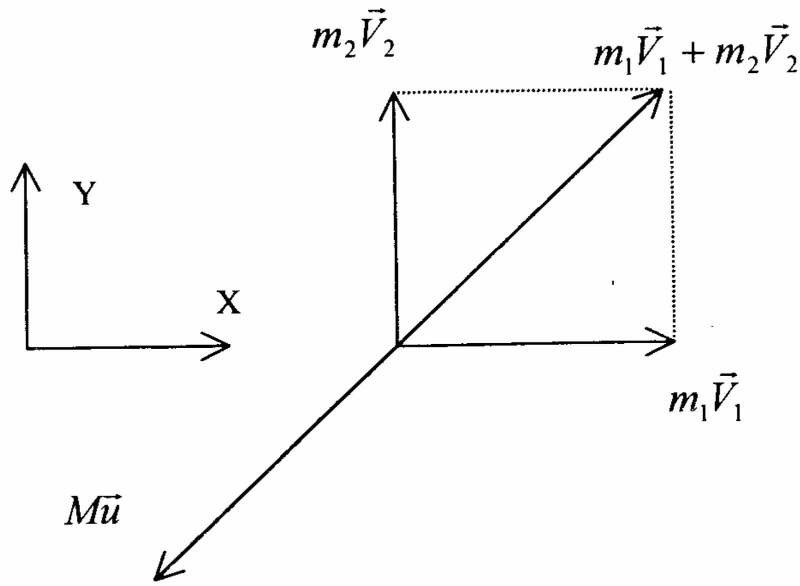

Рис. 2

Подставляя выражение (4) в равенство (5), определяем скорость каждого тела перед столкновением:

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1 + m/M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0{,}24}{1 + 1/5}} = 2\text{м}/c.$$

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3. Заряженные плоскость с поверхностной плотностью заряда σ = -2·10^{-10} Кл/см^2 и цилиндр с линейной плотностью заряда τ = 4·10^{-8} Кл/см расположены, как показано на рис. 3; a = 0,1 м. Найти: силу, действующую на частицу с зарядом 0,1 нКл в точке А; работу, которую надо совершить против сил электрического поля при перемещении частицы из точки А в точку С. Масса частицы равна 0,1 мг.

Дано: σ = –2·10^{-10} Кл/см^2 = –2·10^{-6} Кл/м^2; τ = 4·10^{-8} Кл/см = = 4·10^{-6} Кл/м; a = 0,1 м; q_0 = 0,1 нКл = 10^{-10} Кл; m = 0,1 мг = 10^{-7} кг.

Найти: $\vec{F}$, *А*.

Согласно принципу суперпозиции напряженность электрического поля, создаваемая системой заряженных тел, равна векторной сумме напряженностей, создаваемых каждым из этих тел в отдельности.

В данном случае $\vec{E} = \vec{E}_\sigma + \vec{E}_\tau$.

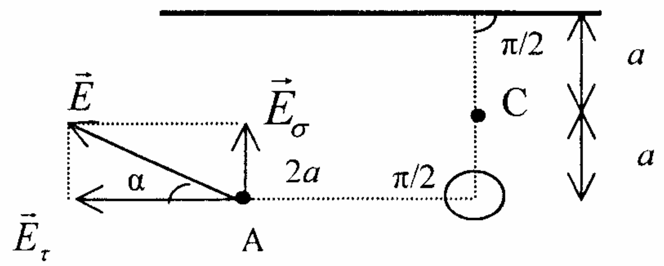

Рис. 3

Напряженность поля плоскости одинакова во всех точках:

$$E_\sigma = \frac{|\sigma|}{2\cdot\varepsilon_0} = \frac{2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 1{,}13\cdot 10^5\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Напряженность поля цилиндра в точке А

$$E_\tau = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\cdot r_A} = \frac{4\cdot 10^{-6}}{2\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}2} = 3{,}6\cdot 10^5\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Здесь $r_A = 2a$ - расстояние от оси цилиндра до точки А.

Векторы $\vec{E}_\sigma$ и $\vec{E}_\tau$ в точке А ортогональны, поэтому

$$E = \sqrt{E_\sigma^2 + E_\tau^2} = \sqrt{1{,}13^2 + 3{,}6^2}\cdot 10^5 = 3{,}77\cdot 10^5\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Для определения направления напряженности поля найдем угол α между горизонталью и вектором $\vec{E}$ (рис.3):

$$\alpha = \operatorname{arctg}(E_\sigma / E_\tau) = \operatorname{arctg}(1{,}13/3{,}6) = 17{,}4°.$$

Сила, действующая на частицу в точке А

$$F = q_0 E = 10^{-10}\cdot 3{,}77\cdot 10^5 = 3{,}77\cdot 10^{-5}\ \text{Н}.$$

Так как $q_0 > 0$, то направление силы $\vec{F}$ совпадает с направлением напряженности поля $\vec{E}$.

Работа сил электростатического поля по перемещению заряженной частицы из точки А в точку С

$$A' = W_{\text{пA}} - W_{\text{пC}} = q_0(\varphi_A - \varphi_C), \qquad (1)$$

где $W_\text{п} = q_0\varphi$ - потенциальная энергия частицы с зарядом q_0 в точке с потенциалом φ. Согласно принципу суперпозиции для потенциала

$$\varphi_A - \varphi_C = (\varphi_A - \varphi_C)_\sigma + (\varphi_A - \varphi_C)_\tau . \qquad (2)$$

Разность потенциалов между двумя точками А и С, создаваемая плоскостью,

$$(\varphi_A - \varphi_C)_\sigma = E_\sigma \cdot a = 1{,}13 \cdot 10^5 \cdot 0{,}1 = 1{,}13 \cdot 10^4 \text{ В}.$$

Здесь a = 0,1 м - расстояние между эквипотенциальными поверхностями плоскости, на которых находятся точки А и С. Учтено, что потенциал уменьшается при приближении к отрицательно заряженному телу.

Разность потенциалов, создаваемая цилиндром,

$$(\varphi_A - \varphi_C)_\tau = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln\frac{r_C}{r_A} = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \ln\frac{1}{2} = -5 \cdot 10^4 \text{ В}.$$

Здесь r_A, r_C - расстояния от оси цилиндра до начальной точки А и конечной точки С, соответственно.

В результате из равенств (1) и (2) получаем

$$A' = 10^{-10}(1{,}13 - 5) \cdot 10^4 = -3{,}87 \cdot 10^{-6} \text{ Дж},$$

где знак « – » указывает , что для перемещения частицы необходимо совершить работу против сил электростатического поля. При этом внешние силы совершат положительную работу A = 3,87·10^{-6} Дж.

4. Электрон влетает в поле плоского конденсатора посередине между пластинами. Скорость электрона V_0 = 10^7 м/с, направлена под углом α = 30° к оси X, параллельной пластинам (рис. 4). Разность потенциалов между пластинами U = 200 В, расстояние между ними d = 4 см, длина пластин l = 12 см. Найти время повторного пересечения электроном оси X , скорость и смещение электрона вдоль оси Y при вылете из конденсатора.

Дано : V_0 = 10^7 м/с; α = 30°; U = 200 В; d = 4 см = 0,04 м; l = 12 см = 0,12 м.

Найти : t_0, V_K, y_K .

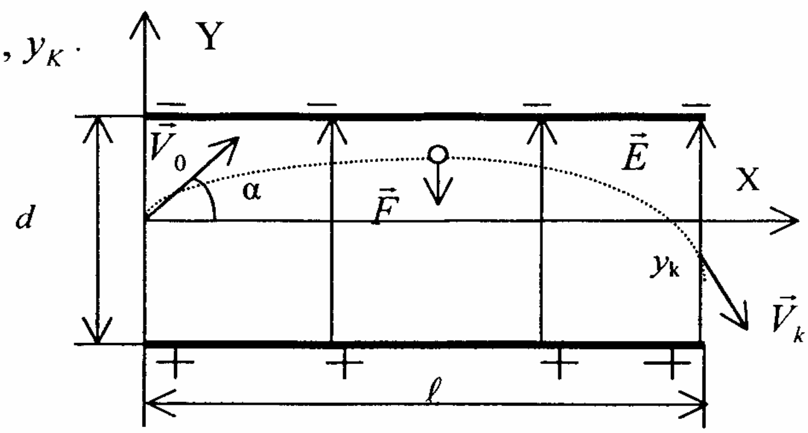

Рис. 4

Характер движения частицы зависит от параметров частицы (масса, заряд), действующих на нее сил, начальных условий движения.

Согласно второму закону Ньютона ускорение электрона

$\vec{a} = \vec{F} / m$; где $\vec{F}$ - результирующая сила, действующая на электрон, m = 9,1·10^{-31} кг - его масса. В данном случае на электрон действует сила со стороны электрического поля конденсатора $\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -e \cdot \vec{E}$, где q - заряд электрона, e = 1,6·10^{-19} Кл - модуль этого заряда, $\vec{E}$ - напряженность электрического поля конденсатора. Для отрицательно заряженной частицы $\vec{F}$ всегда направлена противоположно $\vec{E}$, поэтому в данном случае $\vec{F}$ противоположна оси Y (рис. 4).

Вдоль оси X никакие силы на электрон не действуют, поэтому вдоль этой оси электрон движется равномерно с той скоростью V_X = = $V_0 \cos \alpha$ = 8,7·10^6 м/с, которую он имел при влете в поле конденсатора. При этом его координата в момент времени t: $x = V_X \cdot t$.

Поле внутри конденсатора однородное с напряженностью $E = U/d$, поэтому сила $\vec{F}$, действующая вдоль оси Y, создает постоянное ускорение

$$a_y = a = -\frac{e \cdot U}{m \cdot d} = -\frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 200}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 0{,}04} = -8{,}8 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2 .$$

Следовательно, движение электрона вдоль оси Y - равнопеременное с начальной скоростью $V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha$ = 5·10^6 м/с. Скорость и координата электрона согласно формулам кинематики:

$$V_y = V_{0y} + \int_0^t a_y \, \mathrm{d}t = V_{0y} + a_y t , \qquad (1)$$

$$y = \int_0^t V_y \, \mathrm{d}t = V_{0y} t + a_y \cdot t^2/2 . \qquad (2)$$

В момент t_0 пересечения электроном оси X его координата

$y = V_{0y} \cdot t_0 + a_y \cdot t_0^2/2 = 0$. Отсюда находим

$$t_0 = -2V_{0y} / a_y = 2 \cdot 5 \cdot 10^6 / 8{,}8 \cdot 10^{14} = 1{,}14 \cdot 10^{-8} \text{ с}.$$

Внутри конденсатора электрон движется в течение времени $t_K = l/V_X = 0{,}12 / 8{,}7 \cdot 10^6 = 1{,}38 \cdot 10^{-8}$ с. В момент вылета из конденсатора проекция его скорости на ось Y и координата y согласно (1) и (2) равны:

$$V_{\text{К}y} = 5\cdot10^6 - 8{,}8\cdot10^{14}\cdot1{,}38\cdot10^{-8} = -7{,}14\cdot10^6 \text{ м/с},$$

$$y_{\text{К}} = 5\cdot10^6\cdot1{,}38\cdot10^{-8} - 8{,}8\cdot10^{14}\left(1{,}38\cdot10^{-8}\right)^2/2 = -1{,}46\cdot10^{-2} \text{ м}.$$

Скорость электрона в момент вылета из конденсатора

$$V_K = \sqrt{V_X^2 + V_{\text{К}y}^2} = \sqrt{8{,}7^2 + 7{,}14^2}\cdot10^6 = 11{,}2\cdot10^6 \text{ м/с}.$$

5. Плоский конденсатор с расстоянием между обкладками d = 10 мкм и площадью обкладки S = 200 см^2 заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_1 = 5. Второй такой же конденсатор заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_2 = 3. Первый конденсатор зарядили до разности потенциалов U_1 = 17 В, второй - до разности потенциалов U_2 = 25 В. После этого конденсаторы отключили от источников и соединили между собой одноименными обкладками. Определить энергию первого конденсатора после соединения обкладок и объемную плотность этой энергии.

Дано: d = 10 мкм = 10^{-5} м; S = 200 см^2 = $2\cdot10^{-2}$ м^2 ; ε_1 = 5; ε_2 = 3; U_1 = 17 В; U_2 = 25 В.

Найти: W_1, w_1.

До соединения обкладок конденсаторов на них находились заряды $q_1 = C_1\cdot U_1$, $q_2 = C_2\cdot U_2$, где C_1 , C_2 - электроемкости конденсаторов. После соединения произошло перераспределение зарядов между конденсаторами. Так как обкладки конденсаторов являются электрически изолированной системой, т.е. не обмениваются зарядами с окружающими телами, выполняется закон сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'. \qquad (1)$$

Здесь q_1' , q_2' - заряды конденсаторов после соединения обкладок. Учитывая, что разность потенциалов U между обкладками после соединения стала одинаковой у обоих конденсаторов, равенство (1) можно представить в виде

$$C_1U_1 + C_2U_2 = \left(C_1 + C_2\right)\cdot U.$$

Отсюда получаем

$$U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}.$$

Зависимость емкости плоского конденсатора от его параметров имеет вид

$$C = \frac{\varepsilon_0\,\varepsilon\,S}{d}. \qquad (2)$$

Учитывая это, находим

$$U = \frac{\varepsilon_1 U_1 + \varepsilon_2 U_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{5 \cdot 17 + 3 \cdot 25}{5+3} = 20 \text{ В.}$$

Энергия первого конденсатора после соединения обкладок $W_1 = C_1 \cdot U^2 / 2$. Подставляя сюда выражение (2), получаем

$$W_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{2d} \cdot U^2 = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-5}} \cdot 20^2 = 1{,}77 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

Объемная плотность энергии электрического поля первого конденсатора (энергия электрического поля, заключенная в единице объема)

$$w_1 = \frac{W_1}{V_1} = \frac{W_1}{S \cdot d} = \frac{1{,}77 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-5}} = 88{,}5 \text{ Дж/м}^3 .$$

Здесь V_1 - объем, заключенный между обкладками конденсатора.

Объемную плотность энергии можно найти и другим способом, учитывая ее связь с напряженностью электрического поля

$$w_1 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot E^2 .$$

Подставляя сюда выражение $E = U / d$ для напряженности поля конденсатора, получаем

$$w_1 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 \left(\frac{U}{d}\right)^2 = \frac{1}{2} 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \left(\frac{20}{10^{-5}}\right)^2 = 88{,}5 \text{ Дж/м}^3 .$$

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

6. Зависимость от времени удельной тепловой мощности тока в проводе имеет вид $w = 0{,}4t^2$ Вт/см^3. Поперечное сечение провода S = 2 мм^2 , концентрация электронов в проводе $n = 2{,}5 \cdot 10^{23}$ см$^{-3}$, их подвижность u = 10 см^2/(В·с). Найти: напряженность электрического поля и скорость упорядоченного движения электронов в проводе в момент времени t_1 = 1 с; заряд, прошедший через поперечное сечение провода за промежуток времени от t_1 = 1 с до t_2 = 4 с; количество теплоты, выделившееся в 30 см^3 провода за этот промежуток времени.

Дано: $w = 0{,}4\, t^2$·Вт/см^3 = $4 \cdot 10^5 \cdot t^2$ Вт/м^3; S = 2 мм^2 = $2 \cdot 10^{-6}$ м^2; n = $2{,}5 \cdot 10^{23}$ см$^{-3}$ = $2{,}5 \cdot 10^{29}$ м$^{-3}$; u = 10 см^2/(В·с) = 10^{-3} м^2/(В·с); V_0 = 30 см^3 = $3 \cdot 10^{-5}$ м^3; t_1 = 1 с; t_2 = 4 с.

Найти: $E(t_1), V(t_1), q, Q$.

Удельная электропроводность проводника

$\sigma = e{\cdot}n{\cdot}u = 1{,}6{\cdot}10^{-19}{\cdot}2{,}5{\cdot}10^{29}{\cdot}10^{-3} = 4{\cdot}10^{7}$ (Ом·м)$^{-1}$.

Здесь $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ Кл - модуль заряда электрона. Удельное сопротивление $\rho = 1/\sigma = 1/(4{\cdot}10^{7}) = 2{,}5{\cdot}10^{-8}$ Ом·м.

Удельная тепловая мощность тока w связана с напряженностью поля E и плотностью тока j в проводе законом Джоуля-Ленца в дифференциальной форме $w = \sigma{\cdot}E^2 = \rho{\cdot}j^2$. Отсюда найдем плотность тока

$$j = \sqrt{\frac{w}{\rho}} = \sqrt{\frac{4\cdot 10^5\cdot t^2}{2{,}5\cdot 10^{-8}}} = 4\cdot 10^6 t \text{ А/м}^2 .$$

Плотность тока связана с напряженностью поля в среде законом Ома в дифференциальной форме $j = \sigma{\cdot}E$. Следовательно, $E = j/\sigma = \rho{\cdot}j = 2{,}5{\cdot}10^{-8}{\cdot}4{\cdot}10^{6}{\cdot}t = 0{,}1{\cdot}t$ В/м. В момент времени t_1 напряженность $E(t_1) = 0{,}1$ В/м. Учитывая, что скорость упорядоченного движения заряженных частиц в проводнике пропорциональна напряженности поля, находим

$$V(t_1) = u\cdot E(t_1) = 10^{-3}\cdot 0{,}1 = 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Скорость упорядоченного движения можно было найти также из соотношения $j = e{\cdot}n{\cdot}V$. Отсюда

$V(t_1) = j(t_1) / (e{\cdot}n) = 4{\cdot}10^{6} / (1{,}6{\cdot}10^{-19}{\cdot}2{,}5{\cdot}10^{29}) = 10^{-4}$ м/с.

Заряд, прошедший через поперечное сечение провода,

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I\cdot \mathrm{d}t, \quad \text{где сила тока} \quad I = j\cdot S = 4\cdot 10^6\cdot t\cdot 2\cdot 10^{-6} = 8t \text{ А}.$$

Следовательно, $q = \int_1^4 8t\,\mathrm{d}t = 4t^2\Big|_1^4 = 4\left(4^2 - 1^2\right) = 60$ Кл.

За малый промежуток времени dt в объеме V_O проводника выделяется количество теплоты $\mathrm{d}Q = V_O\cdot w\,\mathrm{d}t$. За промежуток времени от t_1 до t_2 в проводе выделится количество теплоты

$$Q = V_O\cdot \int_{t_1}^{t_2} w\cdot \mathrm{d}t = 3\cdot 10^{-5}\cdot \int_1^4 4\cdot 10^5\cdot t^2\cdot \mathrm{d}t = 4t^3\Big|_1^4 = 4\left(4^3 - 1^3\right) = 252 \text{ Дж}.$$

Для нахождения Q можно применить также закон Джоуля-Ленца в интегральной форме $Q = R\int_{t_1}^{t_2} I^2\cdot \mathrm{d}t$. Для этого следует найти длину провода $l = V_O / S$ = 3·10^{-5}/ 2·10^{-6} = 15 м. Затем определить сопротивление $R = \rho \cdot l / S$ = 2,5·10^{-8}·15 / 2·10^{-6} = 0,1875 Ом.

Тогда

$$Q = 0{,}1875 \int_1^4 (8t)^2 \cdot \mathrm{d}t = 4t^3 \Big|_1^4 = 4\left(4^3 - 1^3\right) = 252 \text{ Дж.}$$

МАГНЕТИЗМ

7. В соленоиде длиной l = 1 м с плотной намоткой из провода диаметром d = 1 мм течет ток силой I = 10 А. В магнитное поле соленоида влетает под углом 60° к линиям магнитной индукции α-частица (масса m = 6,6·10^{-27} кг, заряд q = 3,2·10^{-19} Кл), ускоренная разностью потенциалов U = 100 В. Найти: радиус и шаг винтовой линии, по которой движется α-частица в магнитном поле; число оборотов, которое она сделает внутри соленоида.

Дано: l = 1 м; d = 1 мм = 10^{-3} м; I = 10 А; α = 60°; U = 100 В; m = 6,6·10^{-27} кг; q = 3,2·10^{-19} Кл.

Найти: R, h, N.

Скорость, приобретенная частицей при ускорении электрическим полем с разностью потенциалов U:

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 100}{6{,}6 \cdot 10^{-27}}} = 10^5 \text{ м/с} .$$

Внутри соленоида существует однородное магнитное поле с индукцией $B = \mu_0 \cdot \mu \cdot n \cdot I = \mu_0 \cdot \mu \cdot I / d = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10 / 10^{-3} = 4\pi \cdot 10^{-3}$ Тл. Здесь $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, μ - магнитная проницаемость среды внутри соленоида (вакуум), $n = N_c / l = 1/d$ - плотность намотки (N_c – число витков соленоида).

На частицу с зарядом q, движущуюся со скоростью V в магнитном поле с индукцией B, действует со стороны этого поля сила Лоренца $F_л = q \cdot V \cdot B \cdot \sin\alpha$, где α - угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$.

Под действием этой силы, всегда ортогональной как $\vec{V}$, так и $\vec{B}$, частица в однородном поле движется по винтовой линии, ось которой параллельна линиям индукции $\vec{B}$. Это движение по винтовой линии может быть представлено как суперпозиция двух более простых движений: а) равномерного движения со скоростью $V_{\parallel} = V \cdot \cos\alpha$ вдоль линий магнитной индукции; при этом за время T одного оборота по винтовой линии частица проходит расстояние $h = V_{||} \cdot T$; б) равномерного движения по окружности со скоростью $V_{\perp} = V \cdot \sin\alpha$ в плоскости, перпендикулярной линиям $\vec{B}$; при этом за время одного оборота частица проходит расстояние $2\pi \cdot R = V_{\perp} \cdot T$, где R - радиус окружности (если $\alpha = 90°$, частица движется только по окружности - винтовая линия вырождается в окружность).

Применим второй закон Ньютона к движению по окружности:

$$\frac{m \cdot V_{\perp}^2}{R} = q \cdot V_{\perp} \cdot B \ .$$

Отсюда находим

$$R = \frac{m \cdot V_{\perp}}{q \cdot B} = \frac{m \cdot V \cdot \sin\alpha}{q \cdot B} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^5 \cdot \sqrt{3}}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 4\pi \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 0{,}14 \text{ м.}$$

Время одного оборота по винтовой линии

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{V_{\perp}} = \frac{2\pi \cdot m \cdot V_{\perp}}{V_{\perp} \cdot q \cdot B} = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} = \frac{2\pi \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-27}}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 4\pi \cdot 10^{-3}} = 10^{-5} \text{ с.}$$

Шаг винтовой линии

$$h = V \cdot \cos\alpha \cdot \mathrm{T} = 10^5 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-5} = 0{,}5 \text{ м.}$$

Число оборотов, сделанное частицей внутри соленоида

$$N = l/h = 1/0{,}5 = 2\ .$$

8. Напряженность магнитного поля Земли в точке О $H_З$ = 40 А/м и направлена под углом α = 72,5° к горизонту (рис. 5). Через точки А и В проходят два прямых длинных горизонтальных провода; a = 0,2 м. Какие токи I_1 и I_2 должны течь по этим проводам, чтобы скомпенсировать напряженность магнитного поля Земли в точке О?

Дано: $H_З$ = 40 А/м; α = 72,5°; a = 0,2 м.

Найти: I_1, I_2.

Согласно принципу суперпозиции для магнитного поля магнитная индукция $\vec{B}$, создаваемая системой источников магнитного поля, равна векторной сумме магнитных индукций, создаваемых каждым из этих источников. В данном случае

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3\ ,$$

где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ - магнитные индукции, создаваемые соответственно первым и вторым проводами с током, $\vec{B}_3$ - магнитная индукция магнитного поля Земли. Аналогичный принцип суперпозиции справедлив и для напряженности магнитного поля $\vec{H}$. В рассматриваемом случае необходимо, чтобы результирующая напряженность магнитного поля в точке О равнялась нулю:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 = 0 \, . \qquad (1)$$

Введем оси *X* и *Y* (рис. 5) и найдем проекции векторов, входящих в равенство (1), на эти оси. Тогда векторное равенство (1) сведется к двум скалярным равенствам:

$$H_1 - H_3 \cdot \cos\alpha = 0 \, , \qquad (2) \qquad\qquad H_2 - H_3 \cdot \sin\alpha = 0 \, . \qquad (3)$$

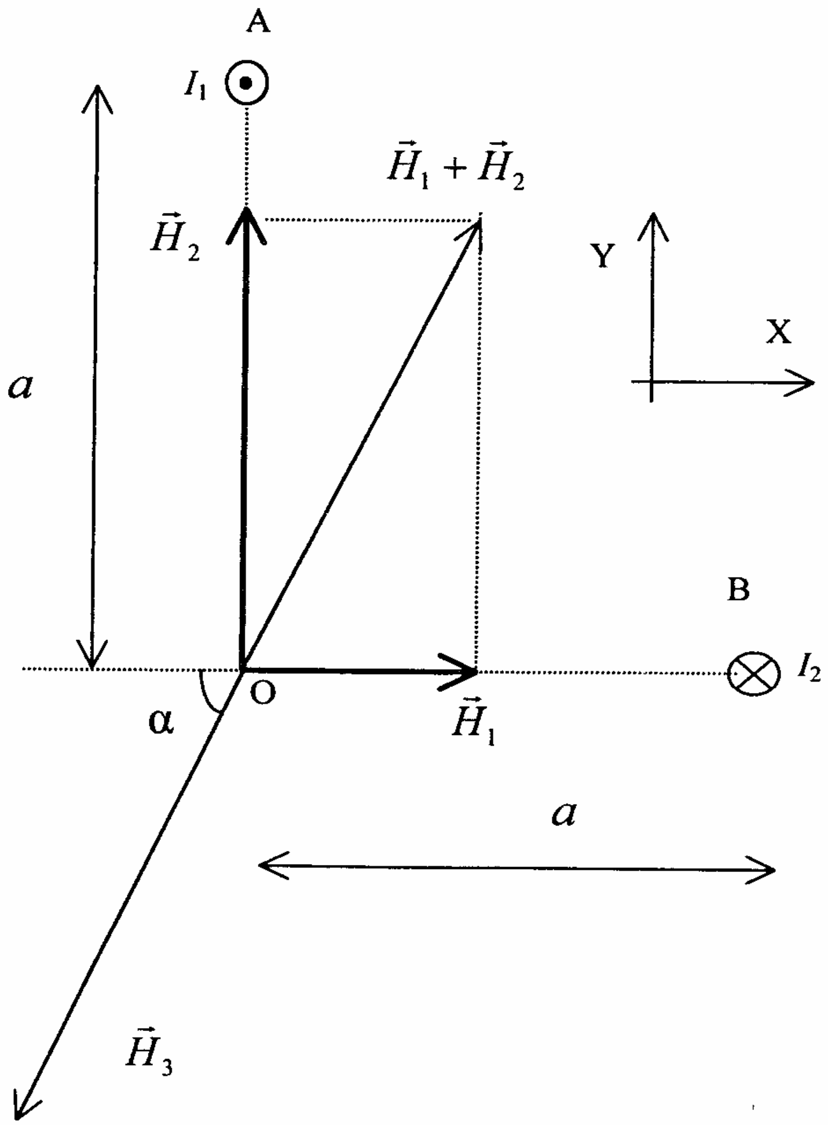

Рис. 5

Длинный прямой провод с током I на расстоянии a от него создает напряженность магнитного поля $H = I/(2\pi \cdot a)$. Учитывая это в равенствах (2) и (3), получаем систему уравнений:

$$\frac{I_1}{2\pi \cdot a} - H_3 \cdot \cos\alpha = 0, \qquad \frac{I_2}{2\pi \cdot a} - H_3 \cdot \sin\alpha = 0.$$

Из последних уравнений:

$$I_1 = 2\pi \cdot a \cdot H_3 \cdot \cos\alpha = 2\pi \cdot 0{,}2 \cdot 40 \cdot \cos 72{,}5^\circ = 15{,}1 \text{ А},$$

$$I_2 = 2\pi \cdot a \cdot H_3 \cdot \sin\alpha = 2\pi \cdot 0{,}2 \cdot 40 \cdot \sin 72{,}5^\circ = 48 \text{ А}.$$

При этом ток I_1 должен течь на наблюдателя, а ток I_2 - от наблюдателя (рис. 5).

9. Маленькая рамка площадью S = 1 см^2, имеющая 100 витков, находится на расстоянии r_0 = 0,5 м от длинного прямого провода с током I = 2 А так, что рамка и провод находятся в одной плоскости. Сопротивление рамки R = 0,5 Ом. Провод начинают удалять со скоростью V = 1 м/с от рамки в вышеуказанной плоскости. Определить: ток в рамке, когда провод находится от нее на расстоянии r_1 = 1 м; заряд, прошедший по цепи рамки при удалении провода на бесконечность. Неоднородностью магнитного поля провода в месте нахождения рамки пренебречь.

Дано: S = 1 см^2 = 10^{-4} м^2; N = 100; R = 0,5 Ом; r_0 = 0,5 м; I = 2 А; V = 1 м/с; r_1 = 1 м.

Найти: I_i, q.

Магнитная индукция, создаваемая длинным прямым проводом с током I на расстоянии r от провода,

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}.$$

Провод удаляется от рамки со скоростью V, при этом $r = r_0 + V \cdot t$ и формула для B принимает вид:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot (r_0 + Vt)}.$$

Потокосцепление рамки

$$\Psi = N \cdot B \cdot S = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot I}{2\pi \cdot (r_0 + Vt)}.$$

При выводе выражения для Ψ учтено, что магнитная индукция $\vec{B}$ перпендикулярна плоскости рамки.

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot V \cdot I}{2\pi \cdot (r_0 + Vt)^2} .$$

Индукционный ток в рамке найдем из закона Ома

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot V \cdot I}{2\pi \cdot R(r_0 + Vt)^2} .$$

Когда провод находится на расстоянии r_1 от рамки, то $r_0 + Vt = r_1$ и

$$I_i = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot V \cdot I}{2\pi \cdot R \cdot r_1^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 2}{2\pi \cdot 0{,}5 \cdot 1^2} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ А.}$$

Заряд, прошедший по цепи рамки, можем найти из соотношения

$$q = \int_0^\infty I_i \cdot \mathrm{d}t = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot V \cdot I}{2\pi \cdot R} \cdot \int_0^\infty \frac{\mathrm{d}t}{(r_0 + Vt)^2} = -\frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot I}{2\pi \cdot R \cdot (r_0 + Vt)}\Bigg|_0^\infty = \tag{1}$$
$$= \frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot I}{2\pi \cdot r_0 \cdot R} .$$

В результате получаем

$$q = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 2}{2\pi \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5} = 1{,}6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл.}$$

Заряд q можно было найти также из соотношения, связывающего заряд с изменением потокосцепления рамки и ее сопротивлением:

$$q = -\frac{\Delta\Psi}{R} = \frac{\Psi(r_0)}{R} ,$$

где $\Psi(r_0)$ - потокосцепление рамки на расстоянии r_0 от провода.

Подставляя сюда выражение для $\Psi(r_0)$, получаем

$$q = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot S \cdot I}{2\pi \cdot r_0 \cdot R} ,$$

т.е. снова приходим к формуле (1).

10. Потокосцепление соленоида длиной l = 0,8 м, площадью поперечного сечения S = 250 см^2, имеющего 800 витков, равно $5 \cdot 10^{-3}$ Вб. Сопротивление соленоида R = 10 Ом. Найти энергию магнитного поля соленоида и ее объемную плотность, а также время, в течение которого напряженность магнитного поля соленоида убывает в 2 раза при отключении источника тока (рис. 6).

Дано: l = 0,8 м; S= 250 см^2 = $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ м^2; N = 800 ; $\Psi = 5 \cdot 10^{-3}$ Вб; R = 10 Ом; $H_0 / H = 2$.

Найти: W, w, t.

Индуктивность длинного соленоида $L = \mu_0 \cdot \mu \cdot n^2 \cdot V$. Здесь $n = N/l$ = 800/0,8 = 10^3 $м^{-1}$ - число витков, приходящееся на единицу длины соленоида, $V = S \cdot l$ = $2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,8 = 2 \cdot 10^{-2}$ $м^3$ - объем соленоида.

В результате получаем: $L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 2,5 \cdot 10^{-2}$ Гн.

Ток, текущий по обмотке соленоида

$$I_0 = \Psi/L = 5 \cdot 10^{-3} / 2,5 \cdot 10^{-2} = 0,2 \text{ А}.$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,2^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Объемная плотность энергии

$$w = \frac{W}{V} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Дж/м}^3.$$

Объемную плотность энергии можно найти также из соотношения, связывающего ее с напряженностью магнитного поля H_0:

$$w = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot H_0^2 .$$

В соленоиде $\mu = 1$, $H_0 = n \cdot I_0 = 10^3 \cdot 0,2 = 200$ А/м.

В результате $w = 0,5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 200^2 = 2,5 \cdot 10^{-2}$ Дж/м^3.

При выключении источника тока (рис. 6) ток в цепи убывает по закону

$$I = I_0 \cdot e^{-\left(R/L\right)t} ,$$

где R - сопротивление соленоида, L - его индуктивность, I_0 - начальное значение тока.

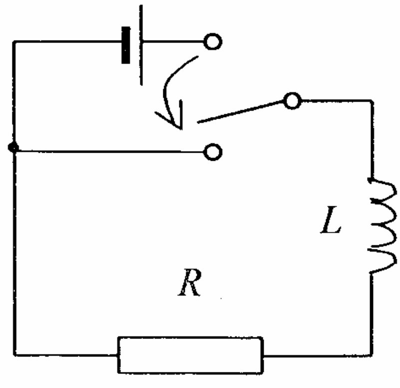

Рис. 6

В соответствии с этим напряженность магнитного поля соленоида также будет меняться по закону

$$H = H_0 \cdot e^{-\left(R/L\right)t}.$$

Логарифмируя это выражение, получаем $\ln(H / H_0) = -(R / L)\cdot t$, что можно переписать в виде $\ln(H_0 / H) = (R / L)\cdot t$. Время, в течение которого напряженность магнитного поля убывает в 2 раза:

$$t = \frac{L}{R}\cdot\ln\frac{H_0}{H} = \frac{2{,}5\cdot10^{-2}}{10}\cdot\ln 2 = 1{,}7\cdot10^{-3}\ \text{с}.$$

ЗАДАЧИ

В таблице приведены номера вариантов и задач. Например, студент, выполняющий вариант 5, должен решить задачи 1, 7, 13, 19, 25, 26, 32, 38, 44,50.

№ вар-та	№ задач								
0	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
1	2	7	12	17	22	27	32	37	42	47
2	3	8	13	18	23	28	33	38	43	48
3	4	9	14	19	24	29	34	39	44	49
4	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
5	1	7	13	19	25	26	32	38	44	50
6	2	8	14	20	21	27	33	39	45	46
7	3	9	15	16	22	28	34	40	41	47
8	4	10	11	17	23	29	35	36	42	48
9	5	6	12	18	24	30	31	37	43	49

Примечание.

1. В задачах 11 - 16 (тела заряжены равномерно; нить, цилиндр и плоскость считаются бесконечно протяженными; заряженные тела находятся в вакууме).
2. В задачах 11 - 16 (q - заряд тела; τ - линейная плотность заряда; σ - поверхностная плотность заряда).
3. В задачах 21 - 25 (ε - диэлектрическая проницаемость среды в конденсаторе; S - площадь каждой обкладки конденсатора; d - расстояние между ними).
4. В задачах 26 - 30 (n - концентрация электронов в проводнике, u - их подвижность, ρ - удельное сопротивление проводника; l - длина проводника; S - площадь его поперечного сечения).
5. В задачах 26 - 30 напряженность электрического поля следует считать одинаковой во всех точках проводника.
6. В задачах, где рассматривается магнитное поле, магнитная проницаемость среды $\mu = 1$.
7. Если в задаче идет речь о соленоиде, то применимы формулы для бесконечно длинного соленоида. Если рассматриваются прямые провода с током, создающие магнитное поле, то их следует считать бесконечно длинными.
8. На рис. 12 - 14 применены обозначения: символ $\odot$ означает, что ток в прямом проводе течет на наблюдателя; символ $\otimes$ означает, что ток в прямом проводе течет от наблюдателя.

1. Тело массой 2 кг движется под действием силы, меняющейся по закону* $F = 12t$ Н. Начальная скорость тела равна 2 м/с. Найти: путь, пройденный телом за 4с движения, начиная с $t = 0$; работу, совершенную силой за этот промежуток времени.

2. Импульс тела массой 0,5 кг меняется согласно уравнению* $p = 0{,}75t^3 + 2t$ кг·м/с. Найти: путь, пройденный телом за промежуток времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 4$ с; величину силы, действовавшей на тело в момент времени t_1.

3. Зависимость координаты тела от времени задана уравнением* $x = t^4 + 2t^2$ м. Кинетическая энергия тела в момент времени $t_1 = 1$ с равнялась 32 Дж. Найти: работу силы, приложенной к телу, за промежуток времени от t_1 до $t_2 = 2$ с; величину этой силы в момент времени t_2.

4. Кинетическая энергия тела растет со временем по закону* $W = 9t^4$ Дж. Масса тела 2 кг. Найти: путь, пройденный телом за промежуток времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с; величину силы, приложенной к телу в момент времени t_2.

5. Зависимость координаты тела от времени задана уравнением * $x = 24t - 2t^3$ м. Масса тела 3 кг. Найти: работу силы, приложенной к телу, за промежуток времени от $t_1 = 0$ до момента остановки; путь, пройденный телом за этот промежуток времени; величину силы, действовавшей на тело в момент остановки.

6. Вагон массой 20 т, двигавшийся со скоростью 2 м/с, сталкивается с вагоном массой 30 т, двигавшимся со скоростью 1 м/с в ту же сторону. Найти величину наибольшего сжатия буферов вагонов. В столкновении участвуют по два буфера каждого вагона. Коэффициент упругости каждого буфера принять равным 10^6 Н/м. Столкновение считать абсолютно упругим.

7. Два мальчика, стоящие на коньках на льду, оттолкнулись друг от друга. После толчка первый мальчик проехал до остановки расстояние 22,5 м. Коэффициент трения коньков об лед равен $2 \cdot 10^{-2}$. Масса первого мальчика 48 кг, масса второго - 40 кг. Найти работу, совершенную мальчиками в процессе толчка.

8. Два шара массами 2 кг и 3 кг висят на нитях длиной 0,5 м и соприкасаются. Шары отвели в стороны от положения равновесия во взаимно перпендикулярных плоскостях на одинаковый угол $\alpha = 60^\circ$ и одновременно отпустили. Скорости шаров при столкновении взаимно перпендикулярны. На какую высоту поднимутся шары после абсолютно неупругого столкновения?

9. Мальчик, масса которого 40 кг, съехал на санках с ледяной горки высотой 5 м. У ее основания он столкнулся с другим мальчиком на

---

* В задачах рассматривается прямолинейное движение тела вдоль оси X; сила, действующая на тело, параллельна этой оси; тело считается материальной точкой.

санках, масса которого 50 кг, катившимся со скоростью 6 м/с перпендикулярно первому. После столкновения они покатились вместе. Какое количество кинетической энергии было потеряно при столкновении? Массой санок и трением пренебречь.

10. Два кубика, массы которых 0,3 кг и 0,5 кг, связаны короткой нитью. Между кубиками поместили пружину так, что она сжалась на 10 см. Жесткость пружины 192 Н/м. Нить пережигают, и кубики приходят в движение. На какую высоту поднимется первый кубик по наклонной плоскости, находящейся на его пути (рис. 7)? Основание наклонной плоскости перпендикулярно скорости этого кубика. Трением пренебречь.

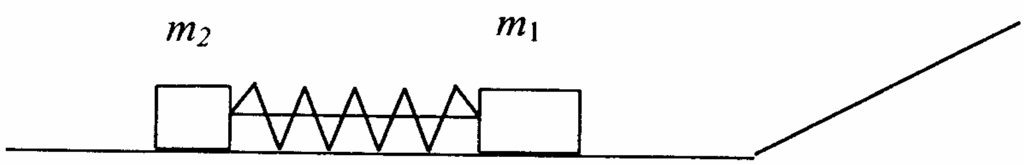

Рис. 7

11. На рис. 8 показаны заряженные плоскость MN ($\sigma = -10^{-11}$ Кл/см^2) и шар ($q = 0{,}02$ мкКл); $a = 10$ см. Найти: напряженность электрического поля в точках A и C; работу сил поля при перемещении точечного заряда $q_0 = 0{,}1$ нКл из точки A в точку C.

12. На рис. 8 показаны заряженные нить MN ($\tau_1 = 0{,}2$ нКл/см) и цилиндр($\tau_2 = -0{,}1$ нКл/см); $a = 20$ см. Найти: силы, действующие на частицу, заряд которой $q = 0{,}1$ нКл, в точках A и C со стороны электрического поля; изменение потенциальной энергии частицы в электрическом поле при перемещении ее из точки A в точку C.

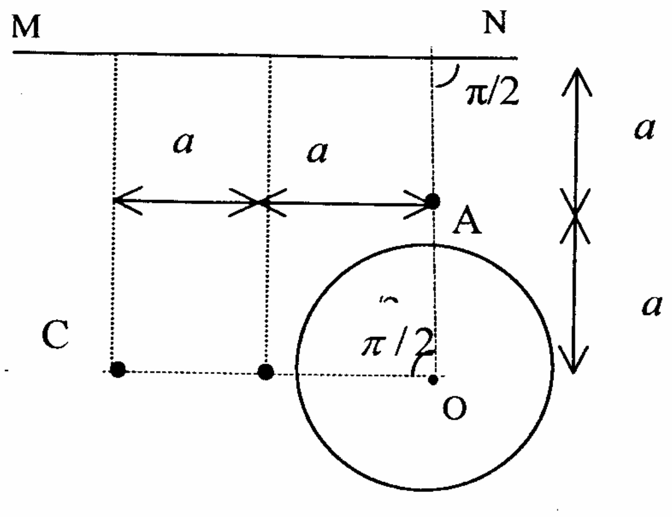

Рис. 8

13. На рис. 8 показаны заряженные нить MN (τ = 1 нКл/см) и шар (q = -0,08 мкКл); a = 20 см. Найти: угол между прямой OC и напряженностью электрического поля в точке C; силу, действующую со стороны электрического поля на точечный заряд q_0 = –1 нКл в этой точке; работу сил электрического поля по перемещению заряда q_0 из точки A в точку C.

14. На рис. 9 показаны заряженные горизонтальная нить BD (τ = = –2 нКл/см) и плоскость MN (σ = 0,03 нКл/см^2); a = 30 см. Найти: силу, действующую со стороны электрического поля на точечный заряд q_0 = –1 нКл в точке A; изменение потенциальной энергии этого заряда в электрическом поле при перемещении его из точки A в точку C.

15. На рис. 9 показаны две заряженные плоскости: горизонтальная BD (σ_1 = 2 нКл/см^2) и вертикальная MN (σ_2 = – 1 нКл/см^2);
a = 30 см. Найти: угол между прямой AO и напряженностью электрического поля в точке A; силу, действующую со стороны электрического поля в точке A на точечный заряд q_0 = – 0,3 нКл; работу, которую необходимо совершить против сил электрического поля, чтобы переместить этот заряд из точки A в точку C.

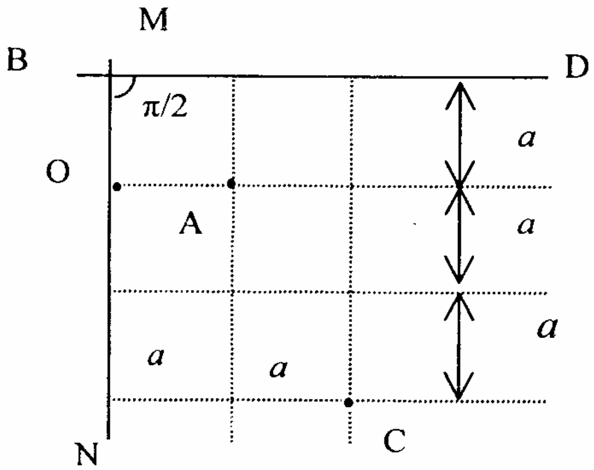

Рис. 9

16. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U_0 = 1000 В, влетает посредине между пластинами плоского конденсатора под углом α = 45° к оси X, параллельной пластинам. Длина пластин l = 10 см, расстояние между ними d = 0,5 см. Какое напряжение надо подать на пластины, чтобы при вылете из конденсатора смещение электрона поперек пластин отсутствовало (рис.10)?

17. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U_0 = 500 В, влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Расстояние между пластинами d = 4 мм, разность потенциалов между ними U = 10 В . На выходе из конденсатора электрон смещается на y = 2 мм в поперечном к пластинам направлении. Найти: расстояние, пройденное электроном вдоль пластин; угол, на который он отклонится от первоначального направления.

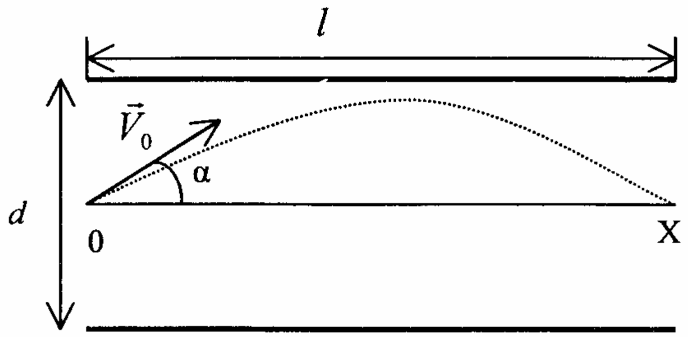

Рис. 10

18. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U_0 = 200$ В, влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Длина пластин $l = 10$ см, расстояние между ними $d = 5$ см, разность потенциалов между пластинами $U = 100$ В. На каком минимальном расстоянии y от положительной пластины должен влететь электрон, чтобы он смог вылететь из конденсатора? Найти также угол α отклонения электрона от первоначального направления при вылете из конденсатора (рис. 11).

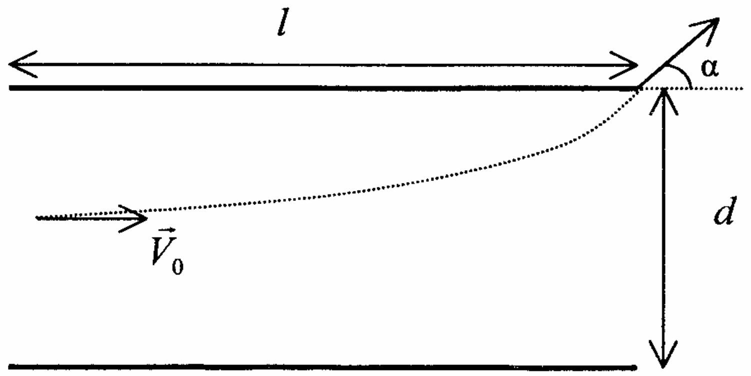

Рис. 11

19. Электрон влетает в однородное электрическое поле с начальной скоростью $V_0 = 10^7$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к оси X, перпендикулярной к силовым линиям этого поля, и через некоторое время вновь пересекает эту ось. Напряженность поля $E = 10^4$ В/м. Определить расстояние между точками, в которых электрон пересек ось X, и найти скорость электрона в момент повторного пересечения оси X.

20. Электрон влетает между пластинами плоского конденсатора параллельно пластинам и на выходе из пластин оказывается смещенным на 2 см от направления первоначального движения. Длина пластин 10 см, расстояние между ними 5 см, разность потенциалов между пластинами 20 В. Найти скорость электрона на выходе из пластин.

21. Два параллельно соединенных плоских конденсатора, емкости которых $C_1 = 0,3$ нФ, $C_2 = 0,1$ нФ, заряжены до разности потенциалов $U = 100$ В и отключены от источника. Расстояние между обкладками первого конденсатора ($\varepsilon_1 = 1$) увеличивают в 3 раза. Найти: энергию второго конденсатора ($d_2 = 1$ см; $\varepsilon_2 = 10$) после этой операции; объемную плотность этой энергии.

22. Два параллельно соединенных конденсатора, емкости которых $C_1 = 50$ пФ и $C_2 = 150$ пФ, заряжены до разности потенциалов $U = 50$ В и отключены от источника. После того как первый плоский воздушный конденсатор ($d_1 = 1$ мм) заполнили диэлектриком, разность потенциалов между обкладками конденсаторов стала равной 25 В. Найти: энергию первого конденсатора после заполнения диэлектриком; объемную плотность этой энергии.

23. Первый конденсатор, емкость которого $C_1 = 1$ мкФ, зарядили до разности потенциалов $U_1 = 5$ В, а второй, емкость которого $C_2 = 0,5$ мкФ, до разности потенциалов $U_2 = 20$ В. После этого конденсаторы отключили от источников и соединили между собой одноименно заряженными обкладками. Найти: количество теплоты, выделившееся при соединении конденсаторов; объемную плотность энергии электрического поля во втором плоском конденсаторе ($d_2 = 5$ мкм; $\varepsilon_2 = 10$) после соединения конденсаторов.

24. Два параллельно соединенных плоских конденсатора, емкости которых $C_1 = 200$ пФ и $C_2 = 100$ пФ, зарядили, после чего источник отключили. Затем из первого конденсатора вынули диэлектрик($\varepsilon_1 = 4$). В результате этого напряжение на конденсаторах стало равным 80 В. Найти: энергию второго конденсатора ($d_2 = 2$ мм, $S_2 = 100$ см^2) до вынимания диэлектрика из первого конденсатора; объемную плотность этой энергии.

25. Два параллельно соединенных плоских конденсатора зарядили от источника, после чего источник отключили. Затем расстояние между обкладками первого конденсатора, емкость которого была $C_1 = 300$ пФ, уменьшили в два раза. В результате этого энергия второго конденсатора ($d_2 = 4$ мм; $\varepsilon_2 = 2$) стала равной $W_2 = 1,6 \cdot 10^{-7}$ Дж, а ее объемная плотность $w_2 = 8,85 \cdot 10^{-4}$ Дж/м^3. Найти первоначальную разность потенциалов между обкладками конденсаторов.

26. Напряжение на проводнике ($n = 10^{22}$см$^{-3}$; $\rho = 10^{-4}$ Ом·см; $l = 5$ м; $S = 1$ мм^2) изменяется согласно уравнению $U = 15t^2$ В. Найти: скорость упорядоченного движения электронов в проводнике в момент времени $t_1 = 1$ с; заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за промежуток времени от $t_1 = 1$с до $t_2 = 3$с; количество теплоты, выделившееся в проводнике за тот же промежуток времени.

27. Зависимость от времени напряженности поля в проводе ($u = 10$см^2/(В·с); $n = 2{,}2 \cdot 10^{23}$см$^{-3}$; $S = 1$мм^2)имеет вид $E = 0{,}04t$ В/м. Найти: заряд, прошедший через поперечное сечение провода за промежуток времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 4$ с; количество теплоты, выделившееся в 10 см^3 провода за это время.

28. Плотность тока в проводе ($n = 2{,}2 \cdot 10^{23}$см$^{-3}$; $\rho = 2{,}8 \cdot 10^{-6}$ Ом·см) описывается уравнением $j = e^{-10t}$А/мм^2. Найти: зависимость скорости упорядоченного движения электронов от времени; количество теплоты, выделившееся в 1см^3 провода за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = \infty$.

29. Сила тока в проводе ($u = 35$см^2/(В·с); $n = 1{,}02 \cdot 10^{23}$см$^{-3}$; $l = 40$ м; $S = 0{,}1$ мм^2) растет в соответствии с выражением $I = 0{,}1t$ А. Найти: число электронов, прошедших через поперечное сечение провода за промежуток времени от $t_1 = 1$с до $t_2 = 4$с; количество теплоты, выделившееся в проводе за это время.

30. Скорость упорядоченного движения электронов в проводе ($u = 35$ см^2/(В·с); $n = 1{,}02 \cdot 10^{23}$ см$^{-3}$; $S = 0{,}1$ мм^2) задана уравнением $V = \sqrt{t}$ мм/с. Найти: заряд, прошедший через поперечное сечение провода за промежуток времени от $t_1 = 3$ с до $t_2 = 5$ с; количество теплоты, выделившееся за это время в объеме 3 см^3 провода.

31. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 4550 В, влетает в однородное магнитное поле под углом 30° к линиям магнитной индукции. Со стороны поля на электрон действует сила $9{,}1 \cdot 10^{-15}$ Н. Найти: период обращения электрона, радиус и шаг винтовой траектории.

32. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 100 В, влетает в однородное магнитное поле под углом 30° к линиям магнитной индукции. Сделав 5 оборотов по винтовой траектории, он пролетает область поля длиной 10 см. Найти: радиус и шаг винтовой траектории, а также индукцию магнитного поля.

33. Протон ($m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл) движется в однородном магнитном поле по винтовой линии, шаг которой равен 5 мм, а радиус 1 мм. Индукция поля $B = 0{,}1$ Тл. Найти: скорость протона и угол между скоростью протона и индукцией магнитного поля.

34. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}01$ Тл, движутся по окружности со скоростью 10^7 м/с один за другим 100 электронов. Найти эквивалентную силу тока и магнитный момент кругового контура, образованного этим движением.

35. Электрон влетел в однородное магнитное поле под углом 30° к линиям магнитной индукции и пролетел область поля длиной 15 см за 30 нс, сделав 10 оборотов. Найти: силу, действовавшую на электрон со стороны магнитного поля, и разность потенциалов электрического поля, которой он был ускорен перед попаданием в магнитное поле.

36. Магнитное поле создается двумя параллельными длинными проводами, по которым текут токи $I_1 = 3$ А, $I_2 = 4$ А (рис.12); $a = 10$ см. Найти: индукцию магнитного поля в точке О; угол между вектором магнитной индукции в точке О и прямой ОА.

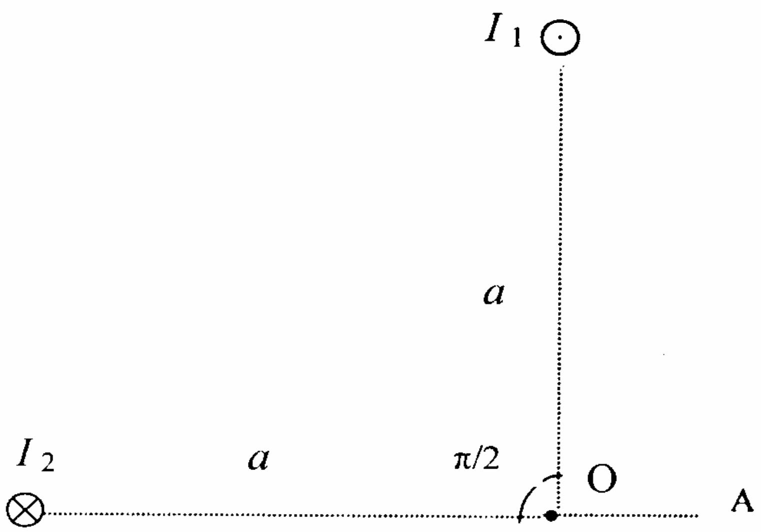

Рис. 12

37. Магнитное поле создается прямым длинным проводом с током $I_1 = 3$ А и круговым контуром радиусом $R = 10$ см, имеющим $N = 10$ витков (рис.13); $a = 20$ см. Найти ток I_2 в контуре, если индукция результирующего магнитного поля в центре контура $B = 5 \cdot 10^{-6}$ Тл.

38. Магнитное поле создается соленоидом с током $I_1 = 2$ мА и прямым длинным проводом с током $I_2 = 3$ А (рис.14); $a = 30$ см. Радиус соленоида $R = 10$ см, число витков, приходящихся на единицу длины, $n = 1000$ м$^{-1}$. Найти отношение магнитных индукций в точках А и С, прилегающих к виткам соленоида, соответственно, с внутренней и внешней стороны.

39 В центре соленоида с током $I_1 = 50$ мА находится круглый контур, по которому течет ток $I_2 = 100$ мА. Длина соленоида $\ell = 50$ см, число витков $N_1 = 1000$. Число витков контура $N_2 = 20$, его радиус $R = 1$ см, плоскость витков контура параллельна оси соленоида. Под каким углом к оси соленоида направлена индукция магнитного поля в центре контура? Найти величину этой индукции.

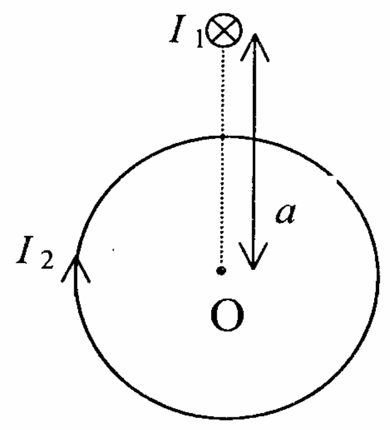

Рис. 13

40. Магнитное поле создается соленоидом с током $I_1 = 100$ мА и прямым длинным проводом с током $I_2 = 50$ А, находящимся на расстоянии $a = 30$ см от оси соленоида и перпендикулярным этой оси (рис. 15). Радиус соленоида $R = 20$ см, плотность намотки $n = 5$ см$^{-1}$. На каком расстоянии от оси соленоида находится ближайшая точка, в которой магнитная индукция равна нулю?

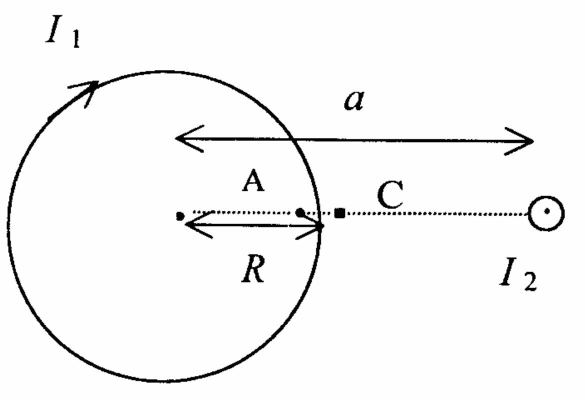

Рис. 14

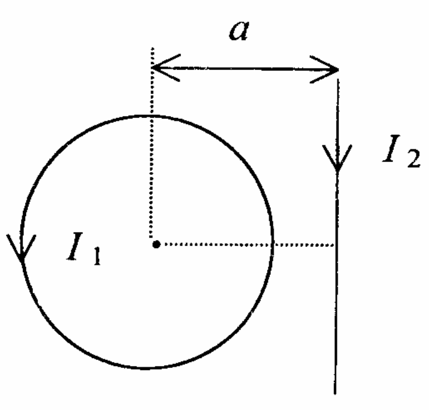

Рис. 15

41. Маленькая рамка площадью 2 см^2, имеющая 200 витков и сопротивление 1 Ом, находится на расстоянии 1 м от длинного прямого провода с переменным током $I = 10 \cdot \sin 100\pi t$ А. Рамка и провод находятся в одной плоскости. Магнитное поле провода в пределах рамки можно считать однородным. Найти: взаимную индуктивность рамки и провода; максимальное значение тока в рамке; заряд, прошедший в рамке при изменении тока в проводе от максимального значения до нуля.

42. Внутри соленоида с током $I = 2$ А и плотностью намотки $n = 5$ см$^{-1}$ вращается с частотой 10 об/с рамка, площадь которой 10 см^2, число витков 100, сопротивление 5 Ом. Ось вращения перпендикулярна линиям индукции магнитного поля соленоида. Найти: максимальную и минимальную взаимные индуктивности рамки и соленоида; зависимость от времени индукционного тока в рамке.

43. Индуктивность первого контура $L_1 = 0{,}1$ Гн, его потокосцепление изменяется вследствие изменения тока этого контура согласно уравнению $\Psi_1 = 0{,}2\,t^2$ Вб. Взаимная индуктивность первого и второго контуров $M = 0{,}001$ Гн. Сопротивление второго контура $R_2 = 2$ Ом. Найти: ток во втором контуре, вызванный явлением взаимной индукции, в момент времени $t_1 = 1$ с; заряд, прошедший по цепи второго контура за промежуток времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с.

44. Площадь квадратной рамки $S = 0{,}25$ м^2, число витков $N = 100$, диаметр медного ($\rho = 1{,}75 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) провода $d = 1$ мм. С какой частотой надо вращать эту рамку вокруг оси, перпендикулярной линиям напряженности магнитного поля Земли ($H = 40$ А/м), чтобы эффективное значение тока в ней было равно $I_{эфф} = 1$ мА?

45. Зависимость от времени индукции однородного магнитного поля имеет вид $B = 0{,}01t^2$ Тл. В этом поле расположен контур так, что нормаль к его плоскости составляет угол $\alpha = 60°$ с линиями магнитной индукции. Площадь контура $S = 0{,}5$ м^2, число витков $N = 500$, сопротивление $R = 50$ Ом. Найти: силу тока в контуре в момент времени $t_1 = 2$ с; заряд, прошедший по цепи контура за промежуток времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 4$ с.

46. На цилиндрический деревянный сердечник длиной 0,5 м и диаметром 10 см плотно намотали провод диаметром 1 мм. Полученный соленоид, сопротивление которого оказалось равным 7 Ом, подключили к источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 14$ В. Затем на такой же сердечник на всю его длину плотно намотали провод диаметром 0,5 мм с тем же удельным сопротивлением и подключили к такому же источнику, как и в первом случае. Найти: энергию магнитного поля и объемную плотность этой энергии в первом и втором случаях. Сопротивления источников тока считать равными нулю.

47. Вдоль оси соленоида с током $I_1 = 0{,}2$ А проходит провод с током $I_2 = 12{,}56$ А. Длина соленоида $\ell = 1$ м, число витков $N = 1000$, площадь витка $S = 10$ см^2. Найти: энергию магнитного поля соленоида; объемную плотность энергии результирующего магнитного поля на расстоянии 1 см от провода.

48. Длина соленоида $\ell = 1$ м, диаметр $D = 10$ см. На соленоид плотно намотан провод диаметром $d = 1$ мм. Какой ток надо пропустить по соленоиду, чтобы энергия его магнитного поля была равна энергии магнитного поля Земли, заключенной в комнате размером 8×4×2,5 м^3? Найти отношение объемных плотностей энергии магнитного поля соленоида и Земли. Напряженность магнитного поля Земли взять равной $H_0 = 40$ А/м.

49. Ток в соленоиде меняется согласно уравнению $I = 4e^{-500t}$ А. Длина соленоида $\ell = 0{,}5$ м, площадь одного витка $S = 100$ см^2, число витков $N = 1000$. Найти: время, за которое энергия магнитного поля соленоида уменьшится в 10 раз; значение этой энергии и ее объемной плотности по истечении этого промежутка времени (время отсчитывать от момента $t = 0$).

50. Два соленоида имеют одинаковую плотность витков, намотанных из одинакового провода. Площади поперечного сечения соленоидов одинаковы, но первый соленоид вдвое короче второго. Соленоиды соединили параллельно друг с другом и подключили к источнику тока. Во сколько раз отличаются энергии магнитного поля соленоидов и объемные плотности этих энергий?