

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

**Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

**В. М. Жуков, А. А. Костин,
В. Б. Федюшин, Л. М. Черных**

ФИЗИКА

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Лабораторный практикум

СПб ГУТ)))

**Санкт-Петербург
2014**

УДК 534(076)
ББК 22.336я73
К60

Рецензент
профессор кафедры физики СПбГУТ
А. Д. Андреев

Рекомендовано к печати редакционно-издательским советом СПбГУТ

К60 Физика. Колебания и волны : лабораторный практикум / В. М. Жуков,
А. А. Костин, В. Б. Федюшин, Л. М. Черных ; СПбГУТ. – СПб., 2014. – 44 с.

Написано в соответствии с программой курса общей физики по разделу «Колебания и волны». Методические указания к каждой лабораторной работе содержат теоретическое введение, описание лабораторной установки и метода измерения, задания к работе и контрольные вопросы.

Предназначено для студентов первого курса всех технических специальностей.

УДК 534(076)
ББК 22.336я73

© Жуков В. М., Костин А. А.,
Федюшин В. Б., Черных Л. М., 2014
© Федеральное государственное образовательное
бюджетное учреждение высшего профессионального
образования «Санкт-Петербургский государственный
университет телекоммуникаций
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2014

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа 5.1. Исследование механических колебаний...	4
Лабораторная работа 5.2. Исследование свободных затухающих колебаний в электрическом контуре.....	11
Лабораторная работа 5.3. Исследование вынужденных электрических колебаний в последовательном контуре.....	20
Лабораторная работа 5.4. Исследование сложения взаимно перпендикулярных колебаний с помощью осциллографа.....	26
Лабораторная работа 5.5. Исследование резонанса в металлической струне.....	34
Лабораторная работа 5.6. Стоячие волны в натянутом шнуре.....	40

Лабораторная работа 5.1

ЗАТУХАЮЩИЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель работы

Изучение затухающих крутильных колебаний.

Введение

Колебания – это такие процессы, при которых физическая величина изменяется во времени от минимального до максимального значения. Колебания называются периодическими, если значения физических величин, характеризующих колебательную систему, повторяются через равные промежутки времени. Наименьший из этих промежутков – период колебаний T . Частота колебаний $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число колебаний за единицу времени. Циклическая (или круговая) частота ω равна числу колебаний за 2π единиц времени: $\omega = 2\pi\nu$. Тогда $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Колебание называется гармоническим, если колеблющаяся величина x изменяется во времени по законам

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0), \text{ или } x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где x_m – наибольшее значение x , или амплитуда колебаний; $\varphi = \omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний (определяет значение и направление изменения колеблющейся величины в момент времени t); φ_0 – начальная фаза. Движение вдоль оси координат OX тела массой m , выведенного из положения равновесия (принятого за начало координат) под действием только упругой силы $F_x = -kx$, обусловленной деформацией пружины x (x – смещение тела от положения равновесия; k – коэффициент упругости пружины), описы-

вается вторым законом Ньютона $ma_x = F_x$, где $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x}$, где F_x и

a_x – проекции силы и ускорения тела на ось OX . Обозначив $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, получим дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (2)$$

решение которого имеет вид

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3)$$

Следовательно, под действием только упругой силы тело совершает гармонические колебания с частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ и периодом $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Амплитуда колебаний $A \equiv x_m$ и начальная фаза φ_0 определяются начальными условиями.

Если на тело кроме упругой силы действует сила сопротивления среды, то второй закон Ньютона записывается в виде $ma_x = F_x + F_{Cx}$, где F_{Cx} – проекция силы сопротивления на ось OX . При малых скоростях движения тела можно считать, что $F_{Cx} = -r v_x$ (r – коэффициент сопротивления, $v_x = \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}$ – проекция скорости тела на ось OX). Тогда соответствующее дифференциальное уравнение имеет вид

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (4)$$

где $\alpha = \frac{r}{2m}$.

При выполнении условия $\omega_0^2 > \alpha^2$ решением уравнения (4) является функция

$$x = A_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, а постоянные величины A_0 и φ_0 зависят от начальных условий. Выражение (5) называют уравнением затухающих колебаний механической системы.

Величина $A(t) = A_0 e^{-\alpha t}$ называется амплитудой затухающих колебаний в момент времени t , A_0 – начальная амплитуда, ω – частота затухающих колебаний, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – период затухающих колебаний, α – коэффициент затухания. Физический смысл α : это величина, обратная времени τ , за которое амплитуда колебаний уменьшается в e раз ($\alpha = \frac{1}{\tau}$), τ называют временем релаксации.

Если $\omega_0^2 \leq \alpha^2$, то колебания не возникают, а система, выведенная из равновесия, медленно возвращается к исходному состоянию (апериодический режим).

Декремент затухания $D = \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\alpha T}$, где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды колебаний, разделенных во времени периодом колебаний T . Логарифмический декремент затухания $\theta = \ln D = \alpha T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$, где N – число колебаний, за которое амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

В настоящей лабораторной работе механическая система (диск, подвешенный на проволоке) совершает крутильные колебания. При этом диск совершает вращательное движение.

Из раздела «Механика» известно, что форма записи основных законов поступательного и вращательного движений аналогичны. При этом аналогами являются: $x \sim \varphi$ (φ – угол поворота относительно оси вращения Z); $\dot{x} \sim \dot{\varphi} \equiv \omega_z$ (ω_z – проекция угловой скорости на ось вращения); $\ddot{x} \sim \ddot{\varphi} \equiv \varepsilon_z$ (ε_z – проекция углового ускорения); $m \sim I_z$ (момент инерции тела относительно оси вращения); $F_x \sim M_z = -K\varphi$ (момент упругой силы при малых углах поворота); $F_{Cx} \sim M_{Cz} = -R\omega_z$ (момент силы сопротивления относительно оси при малых $\dot{\varphi}$, K и R – коэффициенты пропорциональности); $m\ddot{x} = \sum F_{xi}$ (второй закон Ньютона) $\sim I_z\ddot{\varphi} = \sum M_{zi}$ (основное уравнение динамики вращательного движения).

Тогда аналог уравнения (4) имеет вид:

$$\ddot{\varphi} + 2\alpha\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (6)$$

где $\alpha = \frac{R}{2I}$ – коэффициент затухания, $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I}}$ – собственная частота крутильных колебаний системы. Решение уравнения (6) имеет вид:

$$\varphi = \Phi_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (7)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ – частота затухающих колебаний, $\Phi(t) = \Phi_0 \cdot e^{-\alpha t}$ – амплитуда колебаний; Φ_0 и φ_0 – начальные значения амплитуды и фазы.

Описание лабораторной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.

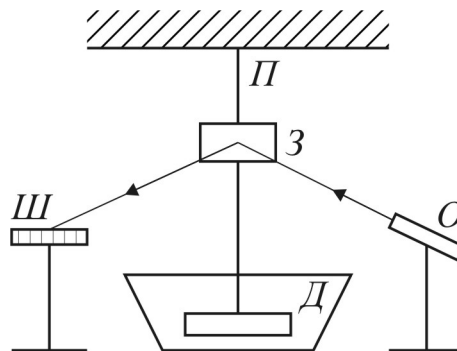


Рис. 1

Подвешенный на проволоке (Π) диск (\mathcal{D}), находящийся в воздухе (или помещенный в воду), совершает крутильные колебания.

Для измерения угла поворота φ (угловое смещение) используется оптическая система. От осветителя (O) идет луч света, отражается от укрепленного на проволоке зеркала (3) и попадает на шкалу (III). Световой «зайчик» на шкале смещается при повороте диска. Это смещение обозначим β – для линейной шкалы, γ – для шкалы, представляющей собой дугу окружности с центром на оси вращения зеркала. Очевидно, смещение γ «зайчика» пропорционально углу поворота $\varphi(t)$. Следовательно, отношение амплитуд $\Phi(t)$ в те моменты времени, когда $\sin(\omega t + \varphi_0) = 1$, равно отношению максимальных значений смещений:

$$\frac{\varphi(t_1)}{\varphi(t_2)} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \quad (8)$$

Определим, как связаны смещения β и γ . Пусть (рис. 2) напротив зеркала (3) расположены две шкалы (III) – дуговая и линейная.

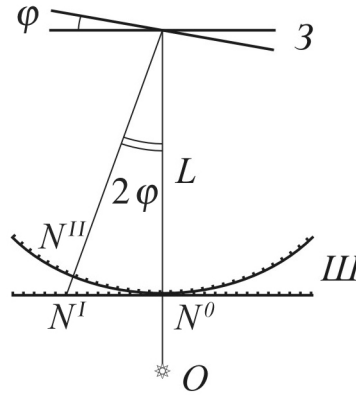


Рис. 2

Деления на обеих шкалах расположены на одинаковых расстояниях друг от друга. Расстояния от оси зеркала до середин обеих шкал также одинаковы и равны L . Тогда отсчет по дуговой шкале

$$N^0 N'' = \gamma = L \cdot 2\varphi, \quad (9)$$

а по линейной

$$N^0 N' = \beta = L \cdot \operatorname{tg}(2\varphi). \quad (10)$$

Из выражений (9) и (10) следует, что

$$\gamma = L \cdot \operatorname{arctg} \frac{\beta}{L}. \quad (11)$$

Разлагая функцию $\operatorname{arctg} \frac{\beta}{L}$ в степенной ряд, получим:

$$\gamma = \beta \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\beta}{L} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{\beta}{L} \right)^4 - \dots \right]. \quad (12)$$

Если $\beta \ll L$ (что и имеет место в настоящей работе), то при расчете γ можно ограничиться двумя первыми членами ряда. Тогда

$$\gamma = \beta \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\beta}{L} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Для уменьшения погрешности экспериментального определения логарифмического декремента $\theta = \alpha T$ измеряют отношения двух амплитуд: $\Phi(t)$ в момент времени t и $\Phi(t + nT)$ в момент времени $t + nT$, где $n \geq 15$.

Тогда $\frac{\Phi(t)}{\Phi(t + nT)} = e^{\alpha nT} = e^{n\theta}$. Поскольку $\frac{\Phi(t)}{\Phi(t + nT)} = \frac{\gamma(t)}{\gamma(t + nT)} = \frac{\gamma_1}{\gamma_n}$, для определения θ получаем выражение

$$\theta = \frac{1}{n} \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_n}. \quad (14)$$

Порядок выполнения работы

I. Свободные колебания диска в воздухе

1. Записать в протокол значение L , массу и размеры диска, которые заданы на рабочем месте.

2. Включить осветитель.

3. Отметить по шкале положение равновесия светового «зайчика». Целесообразно установить $\beta_0 = 0$.

4. В горизонтальной плоскости повернуть диск на угол $\varphi \approx 30^\circ$ и отпустить его. Диск начнет совершать крутильные колебания.

5. При одном из начальных максимальных угловых смещений φ измерить по шкале соответствующий отброс β' светового «зайчика» (единица измерения – «деление», дел.) и одновременно включить секундомер.

6. Пока диск колеблется, записать в протокол значение β' . В момент окончания пятнадцатого колебания ($n_1 = 15$) определить отброс β'' светового «зайчика» и выключить секундомер, измерив промежуток времени Δt_1 , за который диск совершает эти колебания. Записать значения β'' и Δt_1 .

7. Выполнить пп. 3–6 при $n_2 = 20$ и $n_3 = 25$.

II. Свободные колебания диска в воде

Поместить диск в воду и выполнить пп. 3–7.

Обработка результатов измерений

1. При составлении отчета после выполнения стандартных требований начертить табл. 1, в которую для колебаний в воздухе записать значения зафиксированных в протоколе и рассчитываемых величин.

Таблица 1

n	β_1 , дел.	γ_1 , дел.	β_n , дел.	γ_n , дел.	Δt , с	T , с	$\frac{\gamma_1}{\gamma_n}$	$\ln \frac{\gamma_1}{\gamma_n}$	θ
15									
20									
25									
Средние значения \bar{T} и $\bar{\theta}$									

2. Определить значение $\beta_1 = \beta' - \beta_0$ (для $n_1 = 15$).
 3. По формуле (13) рассчитать значение γ_1 .
 4. Определить значение $\beta_n = \beta'' - \alpha_0$.
 5. По формуле (13) рассчитать значение γ_n .
 6. Вычислить период колебаний $T_1 = \frac{\Delta t_1}{n_1}$, отношения $\frac{\gamma_1}{\gamma_n}$, $\ln \frac{\gamma_1}{\gamma_n}$ и значение логарифмического декремента θ_1 .
 7. Выполнить пп. 2–6 для $n_2 = 20$ (получить Δt_2 , T_2 , θ_2) и $n_3 = 25$ (получить Δt_3 , T_3 , θ_3).
 8. Найти средние арифметические значения.
 9. Определить абсолютную $\Delta\theta$ и относительную погрешности $\delta\theta$ логарифмического декремента.
Считается, что θ_1 , θ_2 , θ_3 являются результатами прямых измерений и используется методика их обработки. Тогда $\Delta\theta = \sqrt{\Delta\theta_{\text{случ}}^2 + \Delta\theta_{\text{сист}}^2}$, где $\Delta\theta_{\text{случ}}$ – случайная погрешность, $\Delta\theta_{\text{сист}}$ – систематическая погрешность.
- $$\Delta\theta_{\text{случ}}^2 = t_{0,8;3}^2 \frac{\sum_{i=1}^3 (\bar{\theta} - \theta_i)^2}{3 \cdot 2}, \quad t_{0,8;3} = 1,9 \text{ – коэффициент Стьюдента.}$$
- Погрешность $\Delta\theta_{\text{сист}}$ находится следующим образом. Из трех значений θ_1 , θ_2 и θ_3 берется значение, наиболее близкое к $\bar{\theta}$. Например, это θ_1 . Для выражения (14) выводится формула расчета относительной погрешности $\delta\theta_1$ и определяется ее численное значение. При этом следует считать, что $\Delta\gamma_1 = 1$ дел., $\Delta\gamma_n = 1$ дел. Затем находится $\Delta\theta_1 = \theta_1 \cdot \delta\theta_1$. Систематическая погрешность $\Delta\theta_{\text{сист}}$ берется равной $\Delta\theta_1$.
10. Записать результат для воздуха: $\theta = \bar{\theta} \pm \Delta\theta$, $\delta\theta = \frac{\Delta\theta}{\bar{\theta}}$.
 11. Значения измеренных и рассчитанных величин для колебаний в воде записать в таблицу, аналогичную табл. 1, выполнив также пп. 2–10.

Дополнительное задание к работе

По указанию преподавателя выполнить следующие задания.

1. Для крутильных колебаний диска в воде и воздухе по средним значениям \bar{T} и $\bar{\theta}$ рассчитать коэффициент затухания α ; частоту ω затухающих колебаний; частоту ω_0 собственных колебаний.

2. Написать закон изменения во времени амплитуды крутильных колебаний $\Phi(t)$ для колебаний диска в воздухе и воде; в одной координатной системе построить графики функций $\Phi(t)$; по этим графикам определить промежуток времени τ , в течение которого амплитуда убывает в e раз.

3. Для колебаний в воздухе и воде написать закон изменения во времени угла поворота диска $\varphi(t)$; в одной координатной системе построить графики этих функций $\varphi(t)$.

4. Рассчитать коэффициент затухания α и коэффициент сопротивления R момента силы сопротивления M_C , при которых движение диска становится апериодическим. Масса и размеры диска заданы на рабочем месте.

Контрольные вопросы

1. Какие силы действуют на механическую систему, совершающую свободные затухающие колебания в случаях поступательного и вращательного движений?

2. Напишите дифференциальные уравнения этих колебаний. На основании каких законов они получены?

3. Напишите решения дифференциальных уравнений затухающих колебаний при выполнении условия $\omega_0 > \alpha$.

4. Каков физический смысл коэффициента затухания, декремента затухания, логарифмического декремента?

Лабораторная работа 5.2

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОНТУРЕ

Цель работы

Исследование закономерностей свободных затухающих колебаний в электрическом колебательном контуре, определение их физических характеристик.

Введение

На рис. 1 показана схема, с помощью которой можно получить свободные затухающие колебания в последовательном электрическом контуре. Он состоит из конденсатора C , катушки L и резистора R . В положении 1 ключа K конденсатор C заряжается и приобретает запас энергии. При переключении в положение 2 ключа

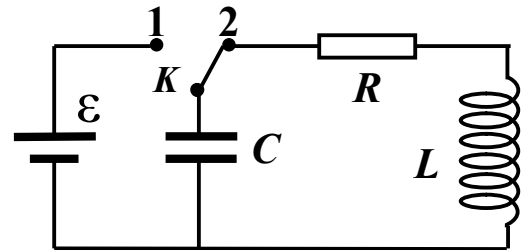


Рис. 1

K образуется последовательный колебательный контур, в котором начинаются колебания. Свободными называются колебания, которые совершаются в системе за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий. В процессе колебаний происходит периодическое превращение энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и обратно. Из-за наличия в контуре сопротивления R энергия этих полей постепенно расходуется на нагревание элементов контура, т. е. переходит во внутреннюю энергию. Вследствие этого энергия электрического и магнитного полей контура будет убывать и колебания будут затухающими.

В процессе колебаний в контуре возникает ЭДС самоиндукции ε_i , которая связана законом Ома с напряжением на конденсаторе U_c и силой тока I в контуре

$$\varepsilon_i = IR + U_c. \quad (1)$$

Величины U_c , I и ε_i связаны с зарядом конденсатора q соотношениями

$$U_c = \frac{q}{C}, \quad I = \frac{dq}{dt}, \quad \varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}, \quad (2)$$

где C – емкость конденсатора, L – индуктивность катушки, R – сопротивление резистора. Подставляя формулы (2) в равенство (1), деля обе части получившегося уравнения на L и вводя обозначения

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad \alpha = \frac{R}{2L}, \quad (3)$$

получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\alpha \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (4)$$

Решение этого уравнения при $\omega_0 > \alpha$ имеет вид

$$q(t) = q_{m0} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (6)$$

Величина $\varphi = \omega t + \varphi_0$ называется фазой колебаний, а φ_0 начальной фазой. Величина ω в выражении (5) определяет скорость изменения фазы и называется циклической частотой затухающих колебаний, а величина α определяет быстроту затухания и называется коэффициентом затухания. Период колебаний T , т. е. время, за которое фаза колебания меняется на 2π , (за это время совершается одно полное колебание), связан с циклической частотой формулой $T = 2\pi / \omega$. Частота колебаний ν , т. е. число колебаний в единицу времени, связана с этими величинами формулами $\nu = 1 / T = \omega / 2\pi$.

Величину

$$q_m(t) = q_{m0} e^{-\alpha t} \quad (7)$$

называют амплитудой колебаний, q_{m0} – начальной амплитудой колебаний. Так как напряжение U_c на конденсаторе и сила тока I в контуре связаны с зарядом q соотношениями (2), то для них получаются формулы, аналогичные формуле (5) (для силы тока I – с другой начальной фазой). В частности формулу для амплитуды колебаний любой из величин – заряда, тока, напряжения – можно представить в виде

$$A(t) = A_0 e^{-\alpha t} = A_0 e^{-t/\tau}, \quad (8)$$

где $A(t)$ – амплитуда колебаний в момент времени t , A_0 – амплитуда в начальный момент времени. Время τ называется временем релаксации. При $\alpha = 0$ колебания становятся незатухающими, гармоническими; при этом $\omega = \omega_0$ – циклическая частота колебаний при отсутствии затухания. Она называется собственной частотой колебательного контура. На рис. 2 показаны зависимости от времени мгновенного значения заряда $q(t)$ (сплошная кривая) и амплитуды колебаний $q_m(t)$ (пунктирная кривая).

Рассмотрим физический смысл величин, характеризующих затухание колебаний в контуре. Из формулы (8) видим, что коэффициент затухания α есть величина обратная времени τ , за которое амплитуда убывает в e раз.

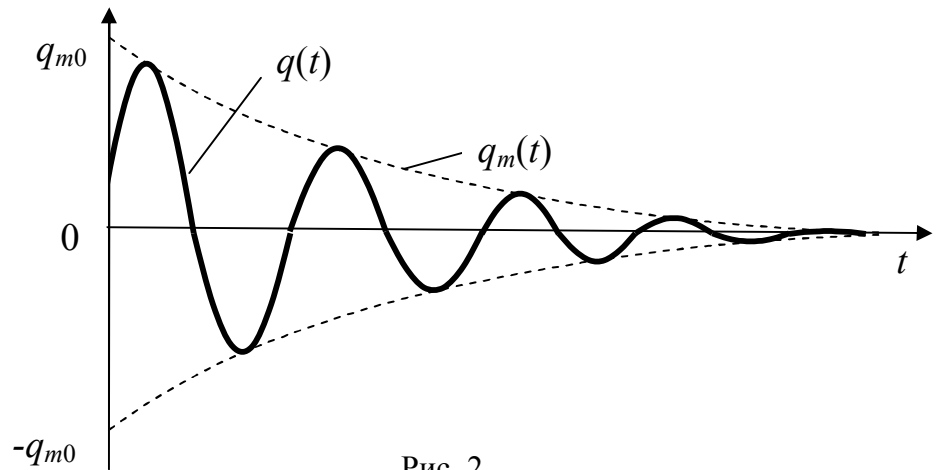


Рис. 2

Для характеристики затухания вводится также декремент затухания, показывающий, во сколько раз убывает амплитуда за один период колебаний:

$$D = \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\alpha T}. \quad (9)$$

Вводится также логарифмический декремент затухания:

$$\theta = \ln D = \alpha T. \quad (10)$$

Так как $\alpha = 1/\tau$, то $\theta = T/\tau = 1/N_e$, где $N_e = \tau/T$. Таким образом, логарифмический декремент затухания – это величина, обратная числу колебаний, в течение которых амплитуда убывает в e раз.

Если $\omega_0 \leq \alpha$, то колебания не возникают. Процесс становится аperiодическим, при этом величина (заряд, ток, напряжение) с течением времени асимптотически стремится к нулю. Сопротивление $R_{кр}$, при котором колебательный режим переходит в аperiодический, найдем из условия $\omega_0 = \alpha$. Режим, соответствующий последнему условию, называется критическим. Сопротивление $R_{кр}$ также называется критическим. Подставляя в это условие формулы (2), для критического сопротивления получаем

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (11)$$

Описание лабораторной установки

Схема лабораторной установки показана на рис. 3.

С помощью устройства коммутации УК электронный ключ К периодически переводится из левого положения в правое и обратно. В левом положении ключа К происходит зарядка конденсатора C колебательного контура. В правом положении этого ключа конденсатора C разряжается через сопротивление магазина R_m и катушку индуктивности L . При этом в коле-

батальном контуре $CR_M L$ возникают свободные затухающие колебания. Напряжение с катушки L , имеющее при таких колебаниях вид

$$U_L = U_{m0} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (12)$$

подается на вертикально отклоняющие пластины осциллографа 2 (вход «у» на рис. 3). Поэтому вертикальное смещение от нулевого положения электронного луча на экране осциллографа будет пропорционально напряжению на катушке. На горизонтально отклоняющие пластины в этот промежуток времени подается линейно изменяющееся со временем напряжение развертки (от генератора пилообразного напряжения, имеющегося в осциллографе). Поэтому одновременно с колебаниями в вертикальной плоскости электронный луч на экране осциллографа будет равномерно с течением времени смещаться от левого края экрана к правому. Следовательно, на экране осциллографа увидим зависимость напряжения (12) от времени. На экране осциллографа имеется сетка, позволяющая проводить отсчеты как величины напряжения (по вертикальной оси) так и времени (по горизонтальной оси). Значения сопротивления контура R можно менять с помощью магазина сопротивлений R_M и тем самым можно менять степень затухания в контуре.

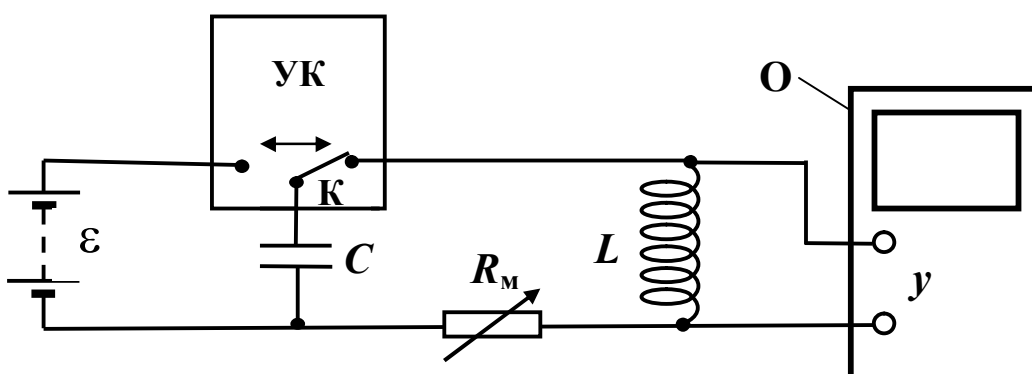


Рис. 3

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему, показанную на рис. 3.
2. Занести в протокол указанные на рабочем месте значения емкости C и сопротивления катушки R_L колебательного контура, а также погрешности этих величин.
3. Установить указанное на рабочем месте первое из значений дополнительного сопротивления R_M колебательного контура с помощью магазина сопротивлений.
4. Включить осциллограф. Получить на экране картину затухающих колебаний (рис. 2). Установить эту картину симметрично относительно горизонтальной оси.

5. Заполнить таблицу измерительных приборов. Отсчеты величин в этой работе проводятся на вертикальной и горизонтальной осях на экране осциллографа. Горизонтальная ось – это ось времени. Надо установить такую цену деления на оси времени, чтобы на экране осциллографа поместилось 6–8 полных колебаний. Записать значение этой цены деления в таблицу измерительных приборов. Отсчет величины амплитуд проводить по вертикальной оси.

Таблица 1

R_M , Ом																					
k	0	1	2	3	.	.	.	0	1	2	3	.	.	.	0	1	2	3	.	.	.
U_{mk} , дел. или мм																					
t_k , мкс	0							0							0						

6. Указать в табл. 1 значение установленной величины R_M . Занести в табл. 1 значения амплитуд колебаний напряжения U_{mk} на катушке и соответствующие им моменты времени t_k (k – номер амплитуды и момента времени). При этом наибольшую амплитуду следует принять за U_{m0} , соответствующий ей момент времени принять за начало отсчета времени, т. е. за $t = 0$.

Примечание. Некоторые студенты предпочитают перенести полученную на экране зависимость $U(t)$ на кальку, или переснять ее на мобильник. Это уменьшает время выполнения работы в лаборатории, но заметно увеличит время обработки результатов в домашних условиях. При таком способе следует тщательно зафиксировать на кальке среднюю линию зависимости, соответствующую значению $U = 0$ и отметить на ней масштаб времени, т. е. указать в миллиметрах длину, соответствующую одному большому делению горизонтальной шкалы.

7. Выполнить п. 6 для других значений сопротивления магазина R_M , указанных на рабочем месте.

8. Увеличивая сопротивление магазина R_M , найти то его значение $R_{мкр}$, при котором колебательный режим переходит в апериодический. При апериодическом режиме кривая $U(t)$ пересекает ось времени не более одного раза. Записать значение $R_{мкр}$ в табл. 2.

9. Повторить п. 8 еще 4 раза.

10. Показать результаты измерений преподавателю.

11. Выключить осциллограф.

Таблица 2

№ изм.	1	2	3	4	5
$R_{мкр}$, Ом					

Обработка результатов измерений

1. Если зависимость $U(t)$ была переснята на кальку, то следует указать на ней начало отсчета времени, соответствующее наибольшей амплитуде.

2. Далее следует занести в табл. 3 значения амплитуд (в данном случае это удобно делать в миллиметрах) и соответствующих им моментов времени. При этом моменты времени следует переводить из миллиметров в микросекунды, пользуясь записанным масштабом времени (примечание в п. 6 предыдущего раздела). Студенты, выполнившие работу как было указано в начале п. 6 предыдущего раздела, переносят значения U_{mk} и t_k из протокола в табл. 3 отчета.

Таблица 3

R_M , Ом																		
k	0	1	2	3	.	.	0	1	2	3	.	.	0	1	2	3	.	.
U_{mk} , дел. или мм																		
$\frac{U_{m0}}{U_{mk}}$																		
$z_k = \ln \frac{U_{m0}}{U_{mk}}$																		
t_k , мкс	0						0						0					

3. Вычислить отношения $\frac{U_{m0}}{U_{mk}}$ и величины $z_k = \ln \frac{U_{m0}}{U_{mk}}$.

4. Как следует из формулы (8), зависимости

$$z = \ln \frac{A_0}{A(t)} = \alpha t \quad (13)$$

представляют собой прямые линии, проходящие через точку $t = 0$. Поэтому графики зависимостей z_k от t_k должны проходить через эту точку. Построить эти прямые так, чтобы число экспериментальных точек выше и ниже прямых было примерно равным. Объяснить наличие отклонений экспериментальных точек от проведенных прямых.

5. Согласно (13), угловой коэффициент $\frac{\Delta z}{\Delta t}$ построенных прямых равен коэффициенту затухания α (рис. 4). Найти для каждой прямой величину α графическим способом. Вычислить время релаксации τ , за которое амплитуда колебаний убывает в e раз. Записать эти значения в табл. 4. Другой способ определения α изложен в п. 14. Использовать его по указанию преподавателя.

6. Вычислить значение сопротивления контура R , а также индуктивности катушки L для каждого значения R_M :

$$R = R_M + R_L, \quad L = \frac{R}{2\alpha}. \quad (14)$$

Занести эти значения в табл. 4.

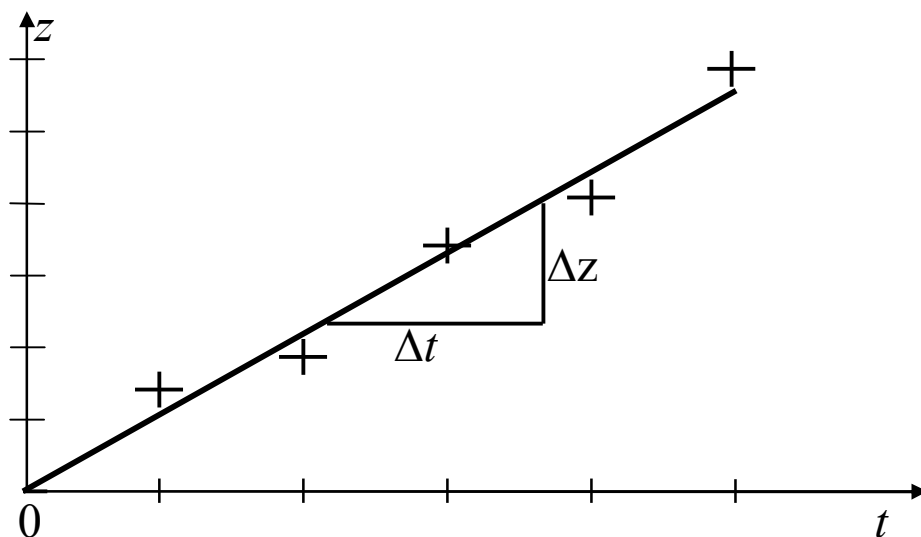


Рис. 4

Таблица 4

$R, \text{Ом}$	$\alpha, \text{с}^{-1}$	$\tau, \text{с}$	$L, \text{Гн}$	$T, \text{с}$	$\omega, \text{с}^{-1}$	D	θ	N_e

7. Определить среднее значение индуктивности \bar{L} . Задав доверительную вероятность и, пренебрегая систематической погрешностью, найти случайные погрешности ΔL и δL и записать доверительный интервал $\bar{L} \pm \Delta L$. Рядом указать доверительную вероятность.

8. Вычислить с помощью первой из формул (3) собственную циклическую частоту ω_0 , используя для этого среднее значение \bar{L} .

9. Вычислить для всех значений сопротивления контура R период затухающих колебаний T и циклическую частоту ω этих колебаний:

$$T = \frac{t_k}{k}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (15)$$

взяв в качестве k наибольшее из значений из табл. 3.

10. Для всех значений R вычислить по второй из формул (10) логарифмический декремент затухания θ , а по второй из формул (9) декремент затухания D . Найти число колебаний N_e , в течение которых амплитуда убывает в e раз. Занести эти значения в табл. 4.

11. По результатам измерений при критическом режиме найти значения критического сопротивления $R_{кр} = R_{м\ кр} + R_L$. Вычислить среднее значение этого сопротивления, случайные погрешности $\Delta R_{кр}$, $\delta R_{кр}$ и записать доверительный интервал $R_{кр} \pm \Delta R_{кр}$, указав рядом доверительную вероятность.

12. Вычислить $R_{кр}$ по формуле (11) и сравнить с найденным в п. 11. В качестве L в формуле (11) взять среднее значение индуктивности.

13. Написать для одного из значений сопротивления контура уравнение затухающих колебаний напряжения, взяв $U_{m0} = 5\text{ В}$, $\varphi_0 = 0$.

14. Для более строгого определения коэффициента затухания можно применить метод наименьших квадратов (МНК). При этом коэффициент затухания вычисляется по формуле

$$\alpha = \frac{\left(\sum_{k=1}^n t_k z_k \right)}{\left(\sum_{k=1}^n t_k^2 \right)}, \quad (16)$$

где n – число измерений. Доверительный интервал $\alpha \pm \Delta\alpha$ определяется в МНК с помощью формулы

$$\Delta\alpha = \frac{t_{\tilde{\alpha},n}}{n-1} \left(\frac{\sum_{k=1}^n z_k^2}{\sum_{k=1}^n t_k^2} - \alpha^2 \right), \quad (17)$$

где $t_{\tilde{\alpha},n}$ – коэффициент Стьюдента. Так как α есть угловой коэффициент прямой $z = \alpha t$, по найденному значению α можно провести эту прямую.

Согласно МНК она обладает тем свойством, что сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от этой прямой будет наименьшей по сравнению с любой другой прямой.

Найдите с помощью МНК значение α для одного из проведенных опытов (по указанию преподавателя).

Контрольные вопросы

1. Нарисуйте колебательный контур, в котором происходят свободные затухающие колебания.

2. Какие колебания называются свободными?

3. Выведите дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.

4. Напишите зависимости от времени заряда на обкладках конденсатора, напряжения между обкладками, силы тока в контуре при свободных затухающих колебаниях.

5. Нарисуйте графики зависимости от времени величины U_L и ее амплитуды при свободных затухающих колебаниях.

6. Что называется частотой и периодом колебаний?

7. От чего зависят частота и период колебаний в электрическом колебательном контуре?

8. Что такое собственная частота колебаний контура?

9. Что называют фазой и амплитудой свободных затухающих колебаний?

10. При каком условии свободные затухающие колебания становятся незатухающими?

11. В чем физический смысл коэффициента затухания, декремента затухания, логарифмического декремента затухания? Что такое время релаксации?

12. Что такое критический режим? Что такое критическое сопротивление?

13. В конечном счете свободные колебания в контуре затухнут. В какой вид энергии перешла первоначально запасенная в контуре энергия?

14. Какой процесс изображается на экране осциллографа на схеме, приведенной на рис. 3?

15. Как установить критический режим в контуре?

Лабораторная работа 5.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Цель работы

Исследование зависимости резонансной частоты и вида резонансной кривой от параметров контура.

Введение

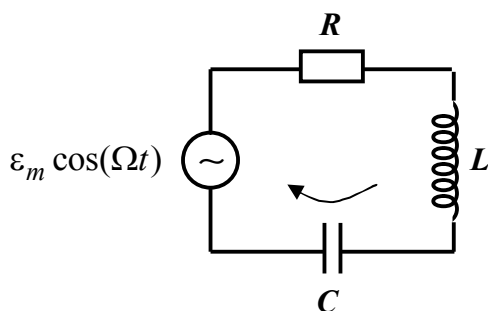


Рис. 1

Принципиальная схема установки для изучения вынужденных колебаний в последовательном колебательном контуре, приведена на рис. 1. Контур состоит из катушки с индуктивностью L , конденсатора емкостью C , проводника с сопротивлением R и источника, ЭДС которого меняется по закону

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \cos(\Omega t), \quad (1)$$

где ε_m – амплитуда электродвижущей силы источника, Ω – циклическая частота колебаний ЭДС источника.

Для определения знака физических величин выбирается так называемое положительное направление обхода (на рис. 1 оно обозначено стрелкой). Значение тока считается положительным, если его направление совпадает с положительным направлением обхода и отрицательным в противном случае. Значение напряжения считается положительным, если потенциал убывает в положительном направлении обхода цепи, зарядом конденсатора будем называть заряд той обкладки, которая встречается первой при обходе контура в положительном направлении.

При таком определении знаков физических величин закон Ома для проводника записывается обычным образом:

$$U_R(t) = I(t)R,$$

заряд на конденсаторе связан с током соотношением

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt},$$

напряжение на конденсаторе $U_C(t) = \frac{q(t)}{C}.$

Применяя закон Ома для активной цепи (т. е. электрической цепи, содержащей сторонние силы), получаем дифференциальное уравнение, определяющее зависимость заряда конденсатора от времени:

$$\varepsilon - L \frac{dI}{dt} = IR + \frac{q}{C}.$$

После введения стандартных обозначений

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \frac{dq}{dt} \equiv \dot{q}, \quad \frac{dI}{dt} \equiv \dot{q}$$

уравнение колебаний записывается так

$$\ddot{q} + 2\alpha\dot{q} + \omega_0^2 = \frac{\varepsilon_m}{L} \cos(\Omega t).$$

Это неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение уравнения является суммой экспоненциально убывающего слагаемого и частного решения – гармонического колебания с той же частотой, что и частота источника. Для задач электротехники и радиотехники наибольший интерес представляет именно частное решение, которое записывается в виде

$$q(t) = q_m(\Omega) \cos(\Omega t - \Psi).$$

Амплитуда q_m и начальная фаза Ψ этого колебания зависят от амплитуды и частоты колебаний источника

$$q_m(\Omega) = \frac{\varepsilon_m}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\alpha^2 \Omega^2}}, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}(\Psi) = \frac{2\alpha\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}, \quad (3)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная частота колебаний, $\alpha = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания.

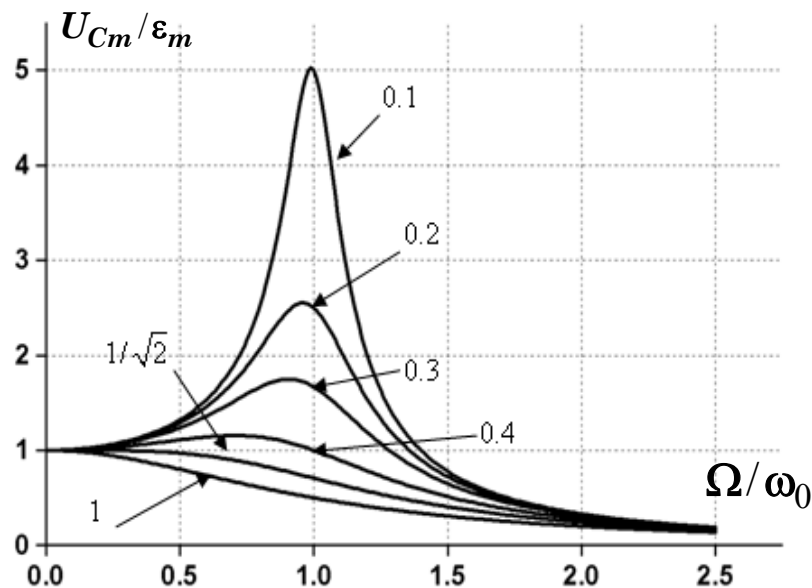


Рис. 2

В лабораторной работе исследуется зависимость амплитудного значения напряжения на конденсаторе $U_{Cm} = q_m / C$ от частоты генератора Ω (амплитуда ЭДС при измерениях поддерживается постоянной). График этой зависимости называется резонансной кривой, ее характерный вид приведен на рис. 2. По горизонтальной оси отложены значения отношения частоты генератора к собственной частоте колебаний контура, по вертикальной оси – отношение амплитуды напряжения на конденсаторе к ЭДС генератора. Цифрами у кривых обозначены значения отношения α / ω_0 .

При условии $\omega_0^2 > 2\alpha^2$ зависимость $u_{Cm}(\Omega)$ немонотонна, амплитуда напряжения достигает максимума при $\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}$. Это явление называется резонансом, а частота, при которой наблюдается максимум, называется резонансной частотой. При малом затухании в контуре ($\omega_0^2 \gg 2\alpha^2$) резонансное напряжение может в десятки и сотни раз превышать ЭДС источника.

Описание лабораторной установки

Схема лабораторной установки приведена на рис. 3.

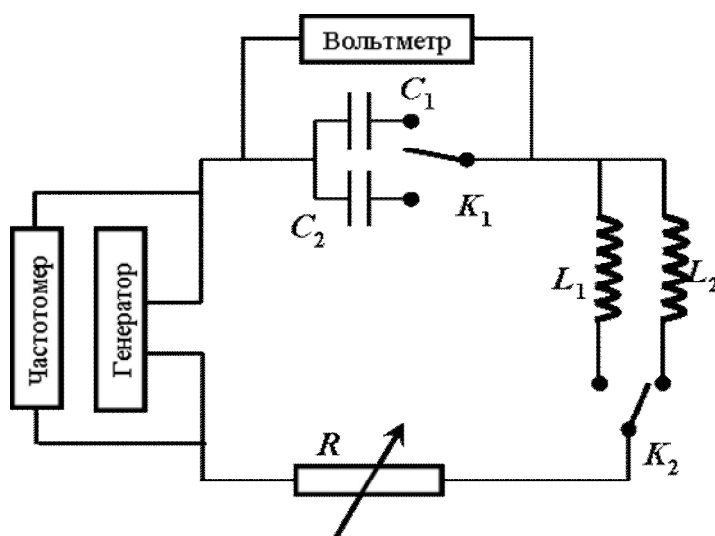


Рис. 3

Источником ЭДС является генератор синусоидальных колебаний, частоту которых можно изменять в широком диапазоне. Магазин сопротивлений R , набор конденсаторов C_1, C_2 и набор катушек L_1, L_2 дают возможность изменять параметры контура. Для измерения частоты используется частотомер, для измерения напряжения на конденсаторе – вольтметр переменного тока.

Порядок выполнения работы

Часть I. Измерение резонансных частот

В этой части работы исследуется зависимость резонансной частоты от параметров контура.

1. Собрать схему, показанную на рис. 3 включив в нее контур № 1 с параметрами R_1, C_1, L_1 (они указаны на рабочем месте).

2. Установить на выходе генератора значение ЭДС, указанное на рабочем месте, в процессе измерений эта величина должна поддерживаться постоянной. Эффективное значение ЭДС $\varepsilon_{\text{эфф}}$ связано с максимальным значением

соотношением $\varepsilon_{\text{эфф}} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}}$, шкалы приборов для измерения переменных токов и напряжений градуируются именно в эффективных значениях.

3. Изменяя частоту ν генератора, добиться наибольшего значения напряжения на конденсаторе. Записать значения напряжения и резонансной частоты в табл. 1, измерения произвести три раза.

4. Исследовать зависимость резонансной частоты от сопротивления контура. Для этого, включив в схему R_1, C_1, L_1 . Для контура № 2 сделать измерения, указанные в пп. 1–3.

5. Исследовать зависимость резонансной частоты от емкости или индуктивности контура (по указанию преподавателя), включив в схему, соответственно, R_2, C_2, L_1 или R_2, C_1, L_2 . Для контура № 3 сделать измерения, указанные в пп. 1–3.

6. Результаты измерений внести в табл. 1.

Таблица 1

Номер измерения	Напряжение на выходе генератора $\varepsilon_{\text{эфф}} =$					
	Контур № 1		Контур № 2		Контур № 3	
	$R =$	$C =$	$L =$	$R =$	$C =$	$L =$
	$\nu_{\text{рез}}, \text{Гц}$	$U_{\text{эфф}}, \text{В}$	$\nu_{\text{рез}}, \text{Гц}$	$U_{\text{эфф}}, \text{В}$	$\nu_{\text{рез}}, \text{Гц}$	$U_{\text{эфф}}, \text{В}$
1						
2						
3						
Средние значения						

Обработка результатов измерений

1. По данным измерений рассчитать относительную и абсолютную погрешности измерений $\Omega_{\text{рез}}$ для одного из контуров.

2. Для каждого контура рассчитать:

1) собственные частоты $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

2) коэффициенты затухания $\alpha = \frac{R}{2L}$,

3) резонансные частоты $\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}$.

Сравнить результаты расчета с результатами измерений. Обратите внимание, что приведенные выше формулы определяют **циклические** частоты колебаний, а шкалы генератора и частотомера проградуированы в Гц:

$$\Omega_{\text{рез}} = 2\pi \cdot \nu_{\text{рез}}.$$

Часть II. Снятие резонансных кривых

1. Собрать схему (рис. 3), включить в нее контур № 1.
2. Установить на выходе генератора напряжение $\varepsilon_{\text{эфф}}$, указанное на рабочем месте и поддерживать его постоянным в процессе измерений.
3. Установить частоту генератора равной $\nu_{\text{рез}}$. **Уменьшая** частоту генератора таким образом, чтобы напряжение на конденсаторе уменьшалось примерно на одну и ту же величину (равную примерно одной десятой части резонансного напряжения) записать напряжения и соответствующие им частоты. Результаты занести в табл. 2.
4. Еще раз установить частоту генератора равной $\nu_{\text{рез}}$. **Увеличивая** частоту генератора таким образом, чтобы напряжение на конденсаторе уменьшалось примерно на одну и ту же величину, записать напряжения и соответствующие им частоты. Результаты занести в табл. 2.
5. Сделать измерения пп. 2–5 для контуров № 2 и 3.

Таблица 2

Номер измерения	Напряжение на выходе генератора $\varepsilon_{\text{эфф}} =$					
	Контур № 1		Контур № 2		Контур № 3	
	$R = \quad C = \quad L =$		$R = \quad C = \quad L =$		$R = \quad C = \quad L =$	
	$\nu, \text{Гц}$	$U_{\text{эфф}}, \text{В}$	$\nu, \text{Гц}$	$U_{\text{эфф}}, \text{В}$	$\nu, \text{Гц}$	$U_{\text{эфф}}, \text{В}$
1						
2						
3						
4						
5						
6 $\nu_{\text{рез}}, \text{Гц}$						
7						
8						
9						
10						
11						

Обработка результатов измерений

По данным измерений построить резонансные кривые – зависимости $U_{\text{эфф}}$ от ν .

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются вынужденными?
2. Выведите выражение для резонансной частоты напряжения на конденсаторе.
3. Определить резонансную частоту для тока в цепи.
4. При каком соотношении между параметрами контура резонанса напряжения на конденсаторе нет?

Лабораторная работа 5.4
ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖЕНИЯ
ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ
КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы

1. Ознакомление с помощью осциллографа с видом траектории точки, участвующей в двух колебательных движениях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях.

2. Определение амплитуд и разности фаз двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты.

Введение

Если материальная точка совершает два колебания во взаимно перпендикулярных направлениях, ее координаты зависят от времени согласно соотношениям

$$x = x_m \cos(\omega_x t), \quad (1)$$

$$y = y_m \cos(\omega_y t + \varphi). \quad (2)$$

Траекторией движения точки, вообще говоря, является весьма сложная кривая, точки которой принадлежат прямоугольнику на плоскости, определенному неравенствами $-x_m \leq x \leq x_m$, $-y_m \leq y \leq y_m$ (рис. 1). Однако в том случае, когда частоты колебаний ω_x, ω_y соизмеримы, т. е. когда их отношение равно отношению целых чисел $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{n_x}{n_y}$, траектория является замкнутой.

Самый простой вид траектории получается тогда, когда частоты колебаний одинаковы $\omega_x = \omega_y = \omega$. Для получения уравнения траектории необходимо исключить из уравнений (1), (2) время. Разделив обе части уравнений, соответственно на x_m и y_m , а также используя тригонометрическую формулу (косинус суммы), получаем

$$\frac{x}{x_m} = \cos(\omega t), \quad (3)$$

$$\frac{y}{y_m} = \cos(\omega t) \cos(\varphi) - \sin(\omega t) \sin(\varphi), \quad (4)$$

$$\frac{y}{y_m} - \frac{x}{x_m} \cos(\varphi) = -\sin(\varphi) \sqrt{1 - \frac{x^2}{x_m^2}}. \quad (5)$$

После возведения в квадрат обеих частей уравнения (5) получаем уравнение траектории

$$\left(\frac{x}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_m}\right)^2 - 2\frac{x}{x_m}\frac{y}{y_m}\cos(\varphi) = \sin^2(\varphi). \quad (6)$$

Это уравнение эллипса. Его ориентация относительно координатных осей зависит от амплитуд x_m , y_m и от разности фаз колебаний φ .

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Разность фаз $\varphi = 0$. Тогда уравнение (6) принимает вид

$$\left(\frac{x}{x_m} - \frac{y}{y_m}\right)^2 = 0, \text{ или } y = \frac{y_m}{x_m}x. \quad (7)$$

Точка движется по диагонали прямоугольника (рис. 1, кривая 1), ее расстояние от начала координат $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ меняется по закону

$$r = \sqrt{x_m^2 + y_m^2} |\cos(\omega t)|. \quad (8)$$

2. Разность фаз $\varphi = \pm\pi$. В этом случае уравнение (6) принимает вид

$$\left(\frac{x}{x_m} + \frac{y}{y_m}\right)^2 = 0, \text{ или } y = -\frac{y_m}{x_m}x, \quad (9)$$

и точка движется по другой диагонали прямоугольника (рис. 1, кривая 2).

3. Разность фаз $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$. В этом случае уравнение (6) имеет вид

$$\left(\frac{x}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_m}\right)^2 = 1. \quad (10)$$

Это уравнение эллипса с осями параллельными координатным осям, его полуоси равны x_m и y_m (рис. 1, кривая 3).

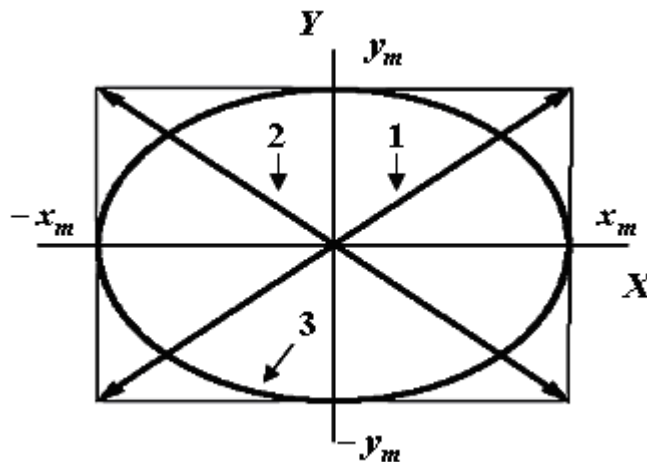


Рис. 1

При равенстве амплитуд эллипс вырождается в окружность. Случаи $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ отличаются направлением движения точки по эллипсу. При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ зависимости координат точки от времени имеют вид

$$x = x_m \cos(\omega t), \quad y = -y_m \sin(\omega t).$$

В момент времени $t = 0$ точка находится в положении 1 (рис. 2). При увеличении t координата x уменьшается, а координата y становится отрицательной и увеличивается по абсолютной величине, что соответствует движению точки по часовой стрелке. При $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ направление движения меняется на противоположное.

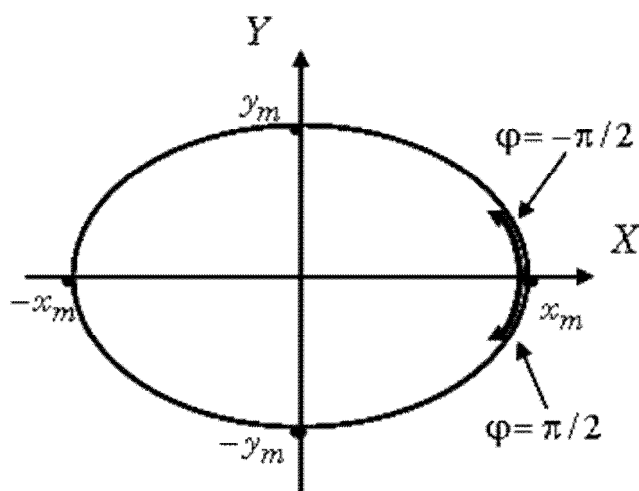


Рис. 2

Если разность фаз отлична от рассмотренных значений, эллипс может быть произвольно ориентирован относительно координатных осей (рис. 3).

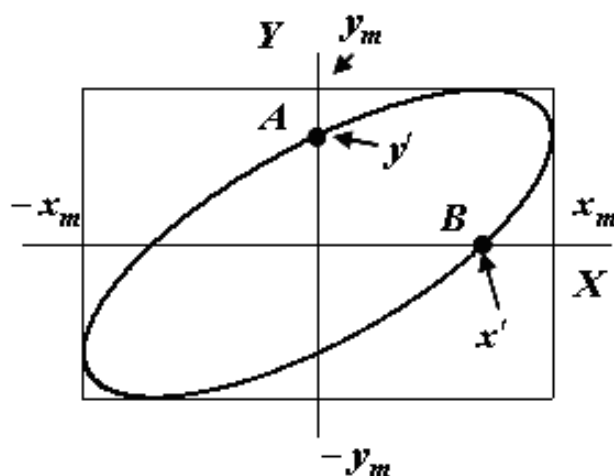


Рис. 3

Разность фаз колебаний можно определить по тем отрезкам, которые эллипс отсекает на осях координат. Действительно, y' – координата точки A ($x=0$), согласно (6), равна $y' = y_m \sin(\varphi)$, а x' – координата точки B ($y=0$) равна $x' = x_m \sin(\varphi)$. Из этих уравнений определяется сдвиг фаз:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{x'}{x_m}\right), \text{ или } \varphi = \arcsin\left(\frac{y'}{y_m}\right). \quad (11)$$

Рассмотрим теперь случай кратных частот. Например, при $\omega_y = 2\omega_x$ уравнения колебаний имеют следующий вид:

$$x = x_m \cos(\omega t), \quad y = y_m \cos(2\omega t + \varphi).$$

Траектории результирующего движения для $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$ приведены, соответственно, на рис. 4 и 5.

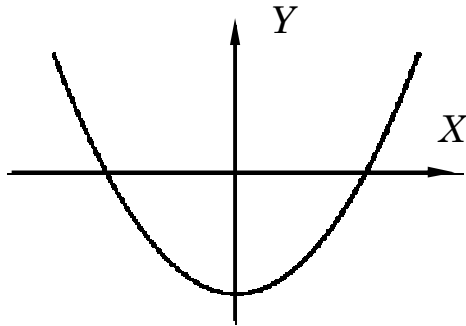


Рис. 4

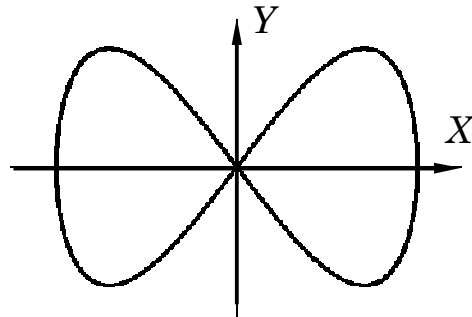


Рис. 5

При других соотношениях частот могут получаться более сложные траектории. Например, на рис. 6 отношение частот складываемых колебаний $\omega_y / \omega_x = 5$, а на рис. 7 – $\omega_y / \omega_x = 5/3$.

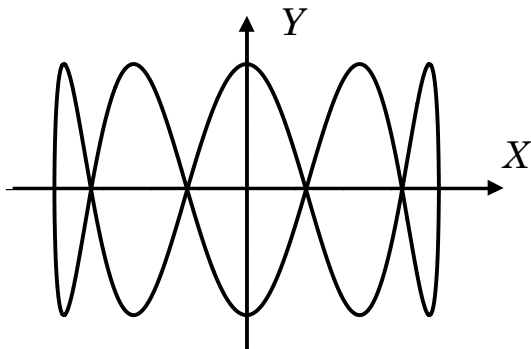


Рис. 6

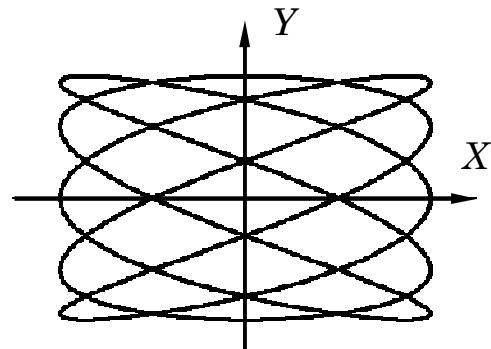


Рис. 7

Эти траектории называются фигурами Лиссажу. С их помощью можно просто определить отношение частот колебаний. С их помощью, зная частоту одного колебания, можно определить частоту другого. Через фигу-

ру Лиссажу проводят две прямые, перпендикулярные осям координат (эти прямые не должны проходить через точки самопересечения фигур Лиссажу) (рис. 8). Подсчитывая число точек пересечения прямой, перпендикулярной оси X (n_x) и перпендикулярной оси Y (n_y) определяем отношение частот $\omega_y / \omega_x = n_y / n_x$. Отсюда при одной известной частоте находится другая.

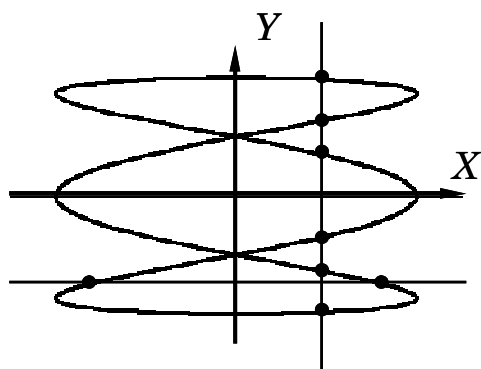


Рис. 8

Например, для случая, изображенного на рис. 7, $n_x = 6$, $n_y = 2$ и отношение частот $\omega_y / \omega_x = 1 / 3$.

Описание лабораторной установки

В установку входят два генератора синусоидальных электрических колебаний звуковых и ультразвуковых частот, и осциллограф (рис. 9). На горизонтально отклоняющие пластины осциллографа подается напряжение u_x с частотой ν_x , на вертикально отклоняющие пластины – напряжение u_y с частотой ν_y . Смещение луча на экране осциллографа определяется выражениями $x = x_m \cos(\omega_x t)$,

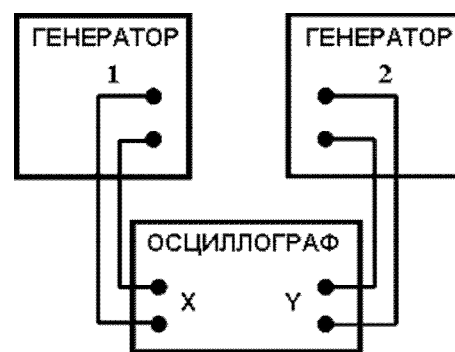


Рис. 9

$y = y_m \cos(\omega_y t + \phi)$, где ω_x и ω_y – циклические частоты колебаний: $\omega_x = 2\pi\nu_x$, $\omega_y = 2\pi\nu_y$. Смещение луча на экране связано с напряжением на входе осциллографа чувствительностью: $S_x = \frac{x}{u_x}$, $S_y = \frac{y}{u_y}$.

Порядок выполнения работы

Включить приборы и дать им прогреться в течение 10–15 мин.

I. Определение чувствительности пластин осциллографа по переменному напряжению

1. Подключить выход генератора, имеющего вольтметр для измерения выходного напряжения, к горизонтально отклоняющим пластинам осциллографа.

2. Установить частоту генератора равной 100 Гц.

3. Изменять величину выходного напряжения от 0 до максимально возможного (4–5 значений) и для каждого значения напряжения измерить

по координатной сетке L_x . Для каждого значения напряжения измерения выполнить три раза, результаты измерений записать в табл. 1. Величина L_x прямо пропорциональна удвоенной амплитуде напряжения, чувствительность определяется выражением

$$S_x = \frac{\bar{L}_x}{2U_{x,\text{эфф}}\sqrt{2}}. \quad (11)$$

Здесь \bar{L}_x – среднее значение L_x , $U_{x,\text{эфф}}$ – действующее значение напряжения генератора (это значение показывает вольтметр, $U_{\text{эфф}} = U_m / \sqrt{2}$, U_m – амплитудное значение напряжения).

Таблица 1

№ измерения	$U_{x,\text{эфф}}$	L_x			\bar{L}_x	S_x
		1	2	3		
	В	мм	мм	мм	мм	мм/В
1						
2						
3						
4						
5						
$\bar{S}_x =$						

4. Подать напряжение генератора на вертикально отклоняющие пластины.

5. На той же частоте генератора выполнить измерения п. 3 для вертикально отклоняющих пластин. Результаты измерений записать в табл. 2. Чувствительность вертикально отклоняющих пластин определяется выражением

$$S_y = \frac{\bar{L}_y}{2U_{y,\text{эфф}}\sqrt{2}}.$$

Таблица 2

№ измерения	$U_{y,\text{эфф}}$	L_y			\bar{L}_y	S_y
		1	2	3		
	В	мм	мм	мм	мм	мм/В
1						
2						
3						
4						
5						
$\bar{S}_y =$						

II. Определение разности фаз и амплитуд складываемых колебаний

1. Подключить к осциллографу оба генератора. Установить на обоих генераторах нулевое напряжение – на экране осциллографа должна появиться светлая точка. Вращая ручки осциллографа ($X \updownarrow$, $Y \updownarrow$) установить эту точку в середине координатной сетки осциллографа.

2. Установить на выходе генераторов одинаковые частоты (например, 100 Гц). Подав напряжение на обе пары отклоняющих пластин, плавно изменяя частоту одного из генераторов (это можно сделать, вращая ручку с надписью «расстройка») добиться устойчивого положения эллипса. Изменяя выходные напряжения генераторов, получить наибольшие размеры эллипса.

4. Перенести картинку с экрана осциллографа на кальку, или сфотографировать ее.

5. Измерить величины y' , y_m (рис. 4).

6. Установить амплитуду сигнала по вертикали равной нулю. На экране осциллографа получится прямая, длина которой, $2x_m$ равна длине проекции эллипса на горизонтальную ось.

7. Восстановить прежнюю картинку, установить амплитуду сигнала равной нулю. Измерить длину проекции эллипса на вертикальную ось $2y_m$.

Исследование фигур Лиссажу

1. Собрать схему (рис. 9).

2. Установить на генераторах произвольные значения частот, при этом на экране осциллографа должна появиться хаотически меняющая свою форму кривая, практически полностью заполняющая прямоугольник.

3. Изменяя напряжения на выходах генераторов добиться наибольших размеров прямоугольника.

4. Изменяя частоты генераторов получить фигуры Лиссажу, соответствующие отношениям частот $\nu_x:\nu_y = 1:2, 2:1, 1:3, 3:1, 2:3, 3:2$. Зарисовать (или сфотографировать с последующей распечаткой) полученные кривые, и на каждом рисунке записать значения частот генераторов.

Обработка результатов измерений

1. Построить графики зависимостей \bar{L}_x от $U_{x,эфф}$ и \bar{L}_y от $U_{y,эфф}$. Рассчитать чувствительности отклоняющих пластин и погрешности их определения.

2. Определить разность фаз складываемых колебаний равной частоты и погрешность ее измерения.

3. Вычислить амплитуды напряжений u_{mx} и u_{my} , приложенных к горизонтально и вертикально отклоняющим пластинам осциллографа.

4. Записать уравнения колебаний, в результате которых был получен эллипс.

Контрольные вопросы

1. От каких величин зависит форма траектории частицы, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях?
2. Каково условие замкнутости траектории?
3. Определите из (6) вид траектории при $\varphi = 0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi$.
4. Что называется фигурой Лиссажу?
5. Каким образом по фигуре Лиссажу определить отношение частот складываемых колебаний?
6. Что называется чувствительностью осциллографа по напряжению? В каких единицах она выражается?
7. Нарисуйте траектории, получающиеся при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одной частоты в следующих случаях:
 - а) $x_m = y_m, \varphi = \pi / 2$;
 - б) $x_m = 2y_m; \varphi = -\pi / 2$;
 - в) $x_m = y_m / 2$;
 - г) $x_m = 0; y_m \neq 0$.

Лабораторная работа 5.5

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА В МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУНЕ

Цель работы

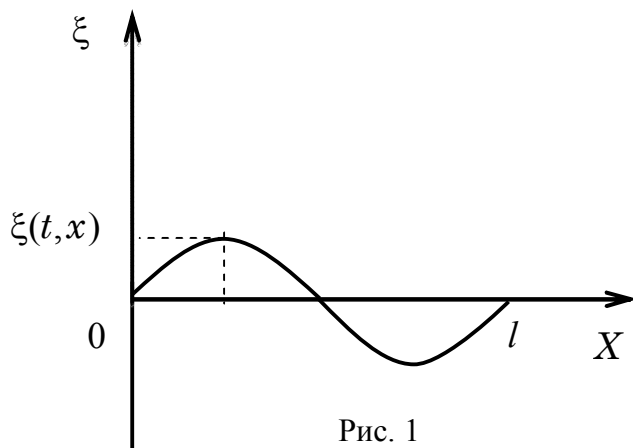
1. Определение собственных частот колебаний струны.
2. Построение резонансной кривой, т. е. зависимости амплитуды вынужденных колебаний точек струны от частоты вынуждающей силы.

Введение

В лабораторной работе изучаются поведение натянутой струны с обоими закрепленными концами. При кратковременном выводе из равновесия части струны в ней возникнут свободные колебания. Эти колебания распространяются по струне и образуются поперечные бегущие волны, движущиеся к концам струны. Скорость распространения бегущих волн v зависит от силы натяжения струны F и от массы единицы длины, другими словами от линейной плотности струны $\rho = \frac{m}{l}$:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}. \quad (1)$$

В точках закрепления струны волны отражаются. В результате интерференции двух бегущих волн, одна из которых распространялась к точке закрепления, а другая отразилась от этой точки, возникает стоячая волна.



Введем систему координат $(XO\xi)$, направив ось OX вдоль струны, а ось $O\xi$ в направлении колебаний точек струны (рис. 1).

Смещение точки струны, имеющей координату x в момент времени t , обозначим $\xi(t, x)$. Левый край струны имеет координату $x = 0$, а правый

$x = l$, где l – длина струны. Если не учитывать затухание, то зависимость $\xi(t, x)$ будет иметь вид уравнения стоячей волны:

$$\xi(t, x) = 2a \cdot \sin(kx) \sin(\omega t). \quad (2)$$

В уравнении (2) введены следующие обозначения: a – амплитуда бегущих волн; ω – циклическая частота колебаний струны; k – волновое число, связанное с длиной бегущих волн λ соотношением

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}. \quad (3)$$

Формулу (2) можно рассматривать как уравнение колебаний с амплитудой

$$A(x) = |2a \cdot \sin(kx)|. \quad (4)$$

Амплитуда стоячей волны $A(x)$ зависит от координаты точки струны. Точки струны, совершающие колебания с максимальной амплитудой, равной $2a$, называются пучностями. Точки струны, в которых колебания отсутствуют, называются узлами. Координаты узлов и пучностей можно вычислить, приравняв $\sin(kx)$ из формулы (4) нулю и единице соответственно. Расстояние между соседними узлами равно $\lambda/2$. Поскольку крайние точки струны являются узлами, на длине струны должно укладываться целое число n полуволн:

$$l = \frac{\lambda}{2} n. \quad (5)$$

На рис. 2 представлены «портреты» стоячей волны для нескольких значений n . Выражая из (3) циклическую частоту через длину волны и подставляя λ из (5), получим

$$\omega_n = \frac{\pi v}{l} n. \quad (6)$$

Нижний индекс у ω_n подчеркивает, что циклическая частота колебаний струны не может быть любой. Набор частот имеет дискретный характер, т. е. может быть пронумерован: $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots$. Совокупность частот, выражающаяся формулой (6) называется набором собственных частот или спектром частот.

В практических измерениях вместо циклической частоты удобнее использовать частоту $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$. Тогда вместо (6)

получаем

$$\nu_n = \frac{v}{2l} n. \quad (7)$$

Наименьшая частота из спектра частот ($\nu_1 = \frac{v}{2l}$) называется основной частотой. При основной частоте на длине струны укладывается половина дли-

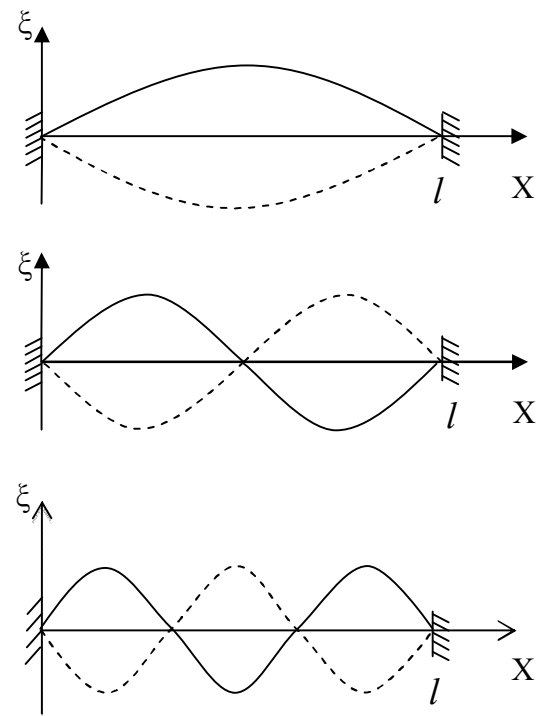


Рис. 2

ны волны. Остальные частоты ($n = 2, 3, \dots$) кратны основной и называются обертонами.

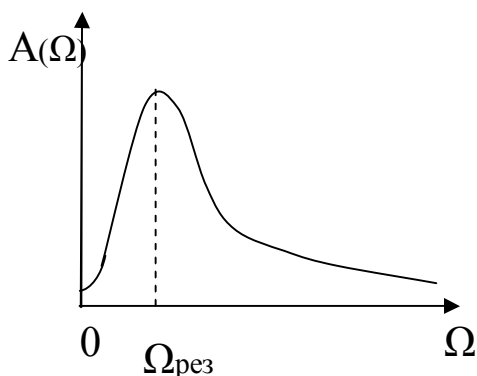


Рис. 3

В реальных условиях стоячая волна, возникшая в струне после однократного вывода струны из состояния равновесия, будет затухать. Это означает, что в выражении для амплитуды волны (4) появится множитель, убывающий с течением времени. Для поддержания незатухающих колебаний необходима периодически изменяющаяся внешняя сила. Обозначим циклическую частоту колебаний этой силы Ω . Вы-

нужденные колебания струны под воздействием такой силы происходят с частотой Ω независимо от точки приложения силы к струне. Амплитуда колебаний также зависит от Ω . График этой зависимости, изображенный на рис. 3, имеет максимум.

Это означает наличие резонанса – явления резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты внешнего воздействия к некоторой частоте, называемой резонансной. Можно показать, что имеется набор резонансных частот, и все они совпадают с частотами собственных колебаний струны:

$$\Omega_{\text{рез},n} = \omega_n = \frac{\pi v}{l} n. \quad (8)$$

Описание лабораторной установки

Схема установки показана на рис. 4. Натянутая струна закреплена на концах.

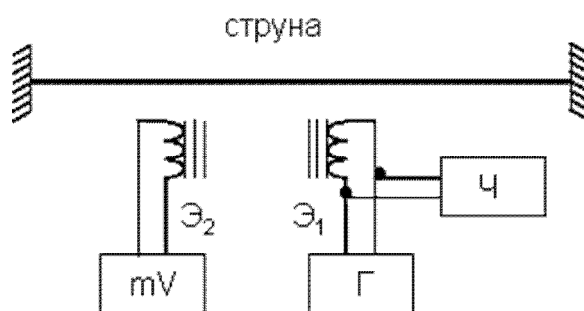


Рис. 4

Электромагнит \mathcal{E}_1 подключен к генератору Γ и служит для возбуждения колебаний струны, частота которых измеряется с помощью частотометра \mathcal{C} . Устройство электромагнита \mathcal{E}_1 показано на рис. 5. В пластмассовом

корпусе закреплен подковообразный постоянный магнит, на полюсах которого расположены соединенные последовательно катушки. Струна слегка натянута магнитным полем постоянного магнита, а при подаче на катушки переменного напряжения генератора на постоянное поле магнита накладывается переменное поле катушек, и участок струны, расположенный над магнитом, совершает колебательное движение в вертикальном направлении. Постоянная составляющая магнитного поля необходима для того, чтобы колебания струны происходили с частотой напряжения генератора.

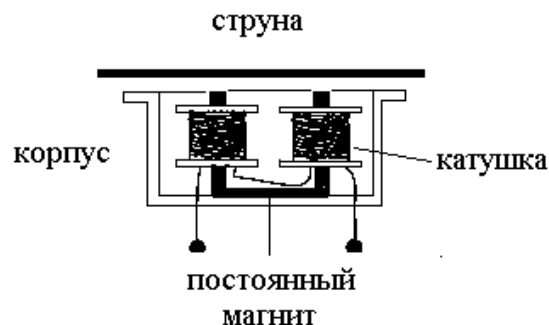


Рис. 5

Конструкция электромагнита

\mathcal{E}_2 такая же, как и \mathcal{E}_1 . Можно показать, что при приближении струны к полюсам магнита увеличивается магнитный поток через катушку. В катушке возникает ЭДС, амплитуда которой пропорциональна амплитуде колебаний струны. Эта ЭДС измеряется вольтметром переменного тока mV.

Порядок выполнения работы

1. Измерение спектра собственных частот струны

1. Соберите схему, показанную на рис. 4.
2. Запишите указанные на рабочем месте значения l , S , ρ .
3. Установив на генераторе напряжение, указанное на рабочем месте, подключите к нему клеммы электромагнита \mathcal{E}_1 . Во время измерений поддерживайте напряжение постоянным.
4. Изменяя частоту генератора, найдите минимальную собственную частоту струны $\nu_{\text{рез1}}$ (основной тон). При частоте генератора равной собственной частоте колебаний струны амплитуда вынужденных колебаний точек струны максимальна. Следовательно, максимально и значение напряжения на измерительной катушке \mathcal{E}_2 $U_{\text{рез1}}$, фиксируемое вольтметром mV. О наличии резонанса также свидетельствует усиление громкости звука, издаваемого вибрирующей струной.
5. Измерьте резонансную частоту по частотомеру, а напряжение по милливольтметру. Результаты запишите в табл. 1.
6. Повторите п. 4 и 5 пять раз, каждый раз заново находя резонансную частоту и соответствующее ей напряжение.
7. Зарисуйте вид колеблющейся струны.
8. Повторите пп. 5–7 для двух обертонов $\nu_{\text{рез2}}$ и $\nu_{\text{рез3}}$. При поиске резонансных частот учтите свойство кратности (7).

Таблица 1

n	№ измерения	1	2	3	4	5	Среднее значение	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
1	$\nu_{рез1}, \text{Гц}$								
	$U_{рез1}, \text{В}$								
2	$\nu_{рез2}, \text{Гц}$								
	$U_{рез2}, \text{В}$								
3	$\nu_{рез3}, \text{Гц}$								
	$U_{рез3}, \text{В}$								

II. Построение резонансной кривой

Исследуйте зависимость напряжения $U_{эфф}$ на измерительной катушке от частоты ν колебаний струны. Измерения проводите в интервале от $0,5\nu_{рез1}$ до $1,5\nu_{рез1}$. При этом удобно измерения начинать с частоты $\nu_{рез1}$, уменьшая ее постепенно до $0,5\nu_{рез1}$; затем, установив снова $\nu_{рез1}$, увеличивать ее до $1,5\nu_{рез1}$. Следует учесть, что резонансный пик является узким. Поэтому в окрестности $\nu_{рез1}$ следует изменять частоту так, чтобы напряжение $U_{эфф}$ уменьшалось на 5–10 % при очередном изменении частоты.

Частоту изменяйте с помощью генератора, а измеряйте частотомером. Напряжение $U_{эфф}$ измеряйте милливольтметром. Напряжение генератора поддерживайте постоянным.

Результаты измерений запишите в табл. 2

Таблица 2

№ измерения	1	2	3	4	5
$\nu, \text{Гц}$					
$U_{эфф}, \text{В}$					
$U_{эфф} / U_{рез1}$					

Обработка результатов измерений

1. Вычислите среднее значение собственных частот струны $\nu_{резn}$.
2. Проверьте выполнение соотношения $\nu_{резn} = n\nu_{рез1}$, рассчитав $\nu_{резn} / \nu_{рез1}$.
3. Задав доверительную вероятность α , вычислите абсолютную и относительную погрешности измерения собственных частот.

4. Считая, что напряжение $U_{\text{эфф}}$ пропорционально амплитуде колебаний струны A , т. е. $\frac{A}{A_{\text{рез}}} = \frac{U_{\text{эфф}}}{U_{\text{рез}}}$, постройте график зависимости амплитуды колебаний струны от частоты $\frac{A}{A_{\text{рез}}} = f(\nu)$.
5. Вычислите скорость распространения упругой волны в струне с помощью формулы (7).
6. Используя формулу (1), вычислите величину силы натяжения струны.

Контрольные вопросы

1. Напишите уравнение бегущей волны и дайте определения входящих в него величин.
2. Как образуется стоячая волна? Напишите уравнение стоячей волны, укажите в нем амплитуду.
3. Нарисуйте портреты бегущих и стоячих волн в последовательные моменты времени.
4. Перечислите отличия стоячей волны от бегущей.
5. Дайте определения пучностей и узлов в стоячей волне.
6. Что такое собственные частоты колебаний струны?
7. Какой длины могут возникать стоячие волны в закрепленной с обоих концов струне длиной 1 м?
8. Рассчитайте спектр собственных частот струны длиной 1 м, по которой может распространяться бегущая волна со скоростью 30 м/с.
9. Как можно создать собственные колебания струны? Как можно создать вынужденные колебания струны?
10. Что такое резонанс?
11. Объясните назначение каждого устройства в схеме лабораторной установки, представленной на рис. 4.

Лабораторная работа 5.6

СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ В НАТЯНУТОМ ШНУРЕ

Цель работы

1. Исследование стоячих волн в горизонтальном натянутом шнуре.
2. Измерение частоты источника методом стоячих волн.

Введение

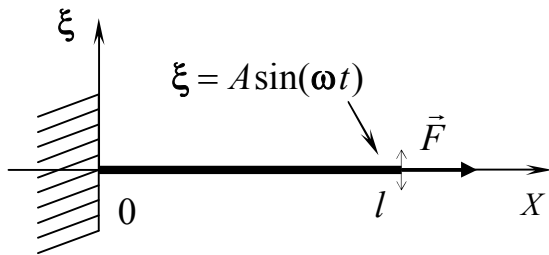


Рис. 1

Рассмотрим расположенную горизонтально однородную струну длины l и массы m , один из концов которой закреплён, а другой совершает колебания в вертикальном направлении по закону $\xi(t, l) = A \sin(\omega t)$. Действием силы тяжести пренебрегаем.

Волновое уравнение для малых отклонений точек струны от положения равновесия имеет вид

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где $\xi(t, x)$ – вертикальная координата точки струны, находящейся на расстоянии x от левого конца в положении равновесия, в момент времени t ,

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}} - \quad (2)$$

скорость распространения волны (F – сила натяжения струны, $\rho = \frac{m}{l}$ – ее линейная плотность).

Для решения задачи нужно найти решение волнового уравнения (1) с граничными условиями

$$\xi(t, 0) = 0, \quad (3)$$

$$\xi(t, l) = A \sin(\omega t). \quad (4)$$

Будем рассматривать *установившиеся колебания* в виде суперпозиции двух волн с частотой ω , распространяющихся в противоположных направлениях:

$$\xi(t, x) = a \cos(\omega t - kx) + b \cos(\omega t + kx), \quad (5)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число (λ – длина волны). Первое слагаемое в формуле (5) описывает волну, распространяющуюся в положительном направлении оси X , второе – в отрицательном направлении. Такая функция, очевид-

но, является решением волнового уравнения. Постоянные a и b определяются из граничных условий. На левом конце струны ($x = 0$)

$$\xi(t, 0) = a \cos(\omega t) + b \cos(\omega t) = 0, \quad (6)$$

откуда $b = -a$ и

$$\xi(t, x) = a(\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)). \quad (7)$$

После преобразования суммы тригонометрических функций в произведение получаем уравнение стоячей волны:

$$\xi(t, x) = 2a \sin(\omega t) \cdot \sin(kx). \quad (8)$$

Согласно второму граничному условию ($x = l$)

$$\xi(t, l) = 2a \sin(\omega t) \cdot \sin(kl) = A \sin(\omega t); \quad (9)$$

это равенство выполняется если

$$a = \frac{A}{2 \sin(kl)}. \quad (10)$$

Из этого выражения видно, что амплитуда колебаний в пучности стоячей волны (она равна $2|a|$) зависит от соотношения между длиной волны λ и длиной струны. В частности, при выполнении условия $kl = \pi n$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ – целое число, величина a обращается в бесконечность. Обращение амплитуды в бесконечность – это, конечно, идеализация, связанная с тем, что использованное волновое уравнение не учитывает сил сопротивления, действующих на струну. Однако при учете сопротивления, в этих условиях наблюдается резкое увеличение амплитуды колебаний, т. е. резонанс. Условие возникновения резонанса можно записать в другом виде. Учитывая, что волновое число k связано с длиной волны λ соотношением $k = 2\pi / \lambda$, условие резонанса записывается в виде

$$l = \frac{\lambda}{2} n, \quad (11)$$

другими словами, *на длине струны укладывается целое число полуволн.*

Чтобы получить выражение для резонансных частот, вспомним связь между скоростью, периодом и длиной волны ($\lambda = vT$):

$$v_n = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l} n. \quad (12)$$

В отличие, например, от вынужденных колебаний пружинного маятника, при вынужденных колебаниях струны имеется не одна резонансная частота, а целый набор резонансных частот, величины которых определяются формулой (11). Наименьшая частота ($v_1 = \frac{v}{2l}$) называется основной частотой, остальные частоты кратны основной, их называют обертонами.

Описание лабораторной установки

Схема лабораторной установки приведена на рис. 2.

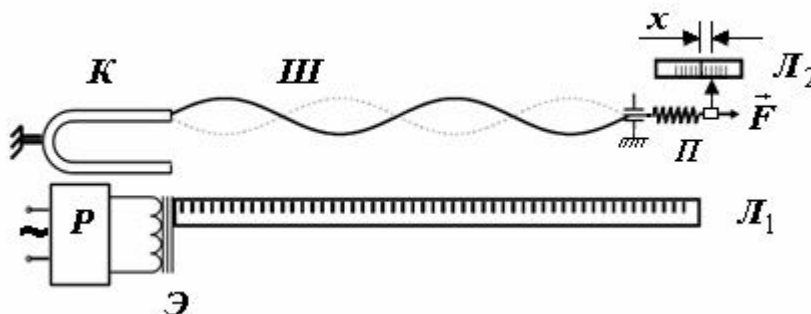


Рис. 2

Горизонтальный шнур *III* длиной *l* одним концом прикреплен к камертону *K*, а другим к пружине *II*. Сила натяжения шнура *F* зависит от растяжения пружины Δx

$$F = \kappa \cdot \Delta x, \quad (13)$$

здесь κ – коэффициент упругости пружины. В установке имеется возможность изменять растяжение Δx , а следовательно, и скорость распространения *v* волн в шнуре и частоты собственных колебаний шнура.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}} = \sqrt{\frac{l \kappa \Delta x}{m}}, \quad (14)$$

$$v_n = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\kappa \cdot \Delta x}{l m}}. \quad (15)$$

Камертон *K*, являющийся источником волн, приводится в движение с помощью электромагнита *Э*. Переменное магнитное поле электромагнита приводит к периодическому намагничиванию камертона. При этом на обращенной к электромагниту стороне камертона возникает полюс, противоположный ближайшему полюсу электромагнита. Дважды за период изменения поля камертон притягивается к электромагниту. Таким образом, частота колебаний камертона и шнура равна удвоенной частоте тока электромагнита. Поле электромагнита регулируется с помощью регулятора напряжения *P*.

Частота тока, следовательно, и частота внешнего воздействия на колебательную систему (шнур) в ходе опыта остаются постоянными. В то же время, изменяя силу натяжения шнура, мы получаем каждый раз новую колебательную систему со своим спектром собственных частот. Если при каком-то определенном удлинении шнура Δx одна из собственных частот (основной тон или обертона) совпадает с частотой внешнего воздействия, то возникает резонанс и устанавливаются стоячие волны с относительно

большой амплитудой. При этом на длине шнура l укладывается целое число n полуволин с отчетливо чередующимися пучностями и узлами.

Порядок выполнения работы

1. Получить у лаборанта линейку для измерения амплитуды стоячей волны.
2. Записать численные значения массы шнура m , коэффициента упругости пружины K и погрешностей этих величин.
3. Определить по линейке L_1 длину шнура l .
4. Установить указанное на рабочем месте значение напряжения на регуляторе напряжения P .
5. Изменяя натяжение шнура с помощью пружины Π , установить максимальную амплитуду колебаний точек шнура для случая, когда на шнуре укладывается заданное число n полуволин $n = 1, 2, 3, 4$.
6. При каждом значении n измерить по 5 раз растяжение пружины и удвоенную амплитуду $2a$ стоячей волны в пучностях, заново устанавливая максимальную амплитуду при каждом измерении. Результаты занести в табл. 1.

Таблица 1

n		1	2	3	4	5	Среднее значение	Абсолютная погрешность	v , м/с	ν , Гц
1	Δx , мм									
	$2a$, мм									
2	Δx , мм									
	$2a$, мм									
3	Δx , мм									
	$2a$, мм									
4	Δx , мм									
	$2a$, мм									

Обработка результатов измерений

1. Рассчитать средние значения растяжения пружины Δx и амплитуды стоячей волны $2a$ в пучности. Задав доверительную вероятность α , определить их погрешности.
2. Найти скорости распространения v волн в шнуре по формуле (14) для различных натяжений шнура, соответствующих указанным в таблице значениям n .
3. Вывести формулу погрешности косвенного измерения для скорости v и рассчитать эту погрешность для одного из значений n (по указанию преподавателя).

4. Рассчитать частоту колебаний ν источника волн по формуле (15) при различных натяжениях шнура (т. е. при каждом значении n). С помощью второй методики расчета погрешности ([1]) найти погрешность измерения частоты.

5. Написать уравнение стоячей волны для одного из значений n (по указанию преподавателя).

6. Для этого же значения n написать уравнение волны, бегущей от источника по шнуру, а также уравнения колебательной скорости $\dot{\xi}$ и относительной деформации ϵ для бегущей и стоячей волн.

Контрольные вопросы

1. От каких величин зависит форма траектории частицы, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях?

2. Каково условие замкнутости траектории?

3. Определите из (6) вид траектории при $\varphi = 0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi$.

4. Что называется фигурой Лиссажу?

5. Каким образом по фигуре Лиссажу определить отношение частот складываемых колебаний?

6. Что называется чувствительностью осциллографа по напряжению? В каких единицах она выражается?

7. Нарисуйте траектории, получающиеся при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одной частоты в следующих случаях:

а) $x_m = y_m$, $\varphi = \pi / 2$;

б) $x_m = 2y_m$; $\varphi = -\pi / 2$;

в) $x_m = y_m / 2$;

г) $x_m = 0$; $y_m \neq 0$.

Жуков Владимир Михайлович
Костин Анатолий Алексеевич
Федюшин Владимир Борисович
Черных Леонид Михайлович

ФИЗИКА

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Лабораторный практикум

Ответственный редактор *А. А. Костин*
Редактор *Л. К. Паршина*
Компьютерная верстка *Е. А. Головинской*

План 2014–2015 гг., доп. п. 11

Подписано к печати 25.09.2014 г.
Объем 2,75 усл.-печ. л. Тираж 20 экз. Заказ 516

Редакционно-издательский центр СПбГУТ
191186 СПб., наб. р. Мойки, 61
Отпечатано в СПбГУТ

ФИЗИКА

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Лабораторный практикум

**Санкт-Петербург
2014**