



МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЕМА ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ СИГНАЛОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОБЕЛЯЮЩЕГО ФИЛЬТРА И АЛГОРИТМА ВИТЕРБИ

В. А. Вершинин

Ярославская область, г. Рыбинск, 152909, Российская Федерация

Адрес для переписки: vershinin-vladimir@yandex.ru

Аннотация—Частотная эффективность, помехоустойчивость и сложность реализации являются важнейшими параметрами передачи двоичных сообщений. Одним из направлений повышения частотной эффективности является сознательное или контролируемое введение в передаваемый сигнал межсимвольной интерференции при приемлемом снижении помехоустойчивости. Целью работы является моделирование одного из способов реализации этого направления. Рассмотрено формирование передаваемого сигнала, получение и обработка отсчетов при приеме с использованием обеляющего фильтра и алгоритма Витерби. Произведена оценка помехоустойчивости передачи при воздействии помехи в виде белого шума. Рассматриваемый способ передачи двоичных сообщений обеспечивает хорошую частотную эффективность без использования формирователя спектра при достаточно высокой помехоустойчивости.

Ключевые слова—Моделирование, перекрывающиеся сигналы, межсимвольная интерференция, частотная эффективность, комплексная огибающая, обеляющий фильтр, алгоритм Витерби, помехоустойчивость.

Информация о статье

УДК 621.391

Язык статьи – русский.

Поступила в редакцию 24.10.2022, принята к печати 27.12.2022.

Для цитирования: Вершинин В. А. Моделирование приема перекрывающихся сигналов при использовании обеляющего фильтра и алгоритма Витерби // Информационные технологии и телекоммуникации. 2022. Том 10. № 4. С. 59–68. DOI 10.31854/2307-1303-2022-10-4-59-68.



SIMULATION OF THE RECEPTION OF OVERLAPPING SIGNALS USING A WHITEWASHING FILTER AND THE VITERBI ALGORITHM

V. Vershinin

Yaroslavl region, Rybinsk, 152909, Russian Federation

Corresponding author: vershinin-vladimir@yandex.ru

Abstract—Frequency efficiency, noise immunity and implementation complexity are the most important parameters of binary message transmission. One of the ways to increase frequency efficiency is the conscious or controlled introduction of intersymbol interference into the transmitted signal with an acceptable reduction in noise immunity. The purpose of the work is to model one of the ways to implement this direction. The formation of the transmitted signal, receiving and processing of samples during reception using a whitewashing filter and the Viterbi algorithm are considered. The noise immunity of the transmission under the influence of interference in the form of white noise is evaluated. The considered method of transmitting binary messages provides good frequency efficiency without using a spectrum shaper with sufficiently high noise immunity.

Keywords—Modeling, overlapping signals, intersymbol interference, frequency efficiency, complex envelope, whitewashing filter, Viterbi algorithm, noise immunity.

Article info

Article in Russia.

Received 24.10.2022, accepted 27.12.2022.

For citation: Vershinin V.: Simulation of the Reception of Overlapping Signals Using a Whitewashing Filter and the Viterbi Algorithm // Telecom IT. 2022. Vol. 10. Iss. 4. pp. 59–68. DOI 10.31854/2307-1303-2022-10-4-59-68.



Введение

Сознательное или контролируемое введение в передаваемый сигнал межсимвольной интерференции является одним из направлений повышения частотной эффективности передачи двоичных сообщений. Межсимвольная интерференция приводит к ухудшению помехоустойчивости передачи и усложнению алгоритма приема.

Определим на интервале $-\pi/2 \leq t < \pi/2$ сигналы:

$$\begin{aligned}c(t) &= \cos(2\pi Kt/T) + \cos[2\pi(K+1)t/T]; \\s(t) &= \sin(2\pi Kt/T) + \sin[2\pi(K+1)t/T].\end{aligned}\quad (1)$$

Вне указанного интервала сигналы равны нулю. Здесь K – целое положительное число. На рис. 1 показан в нормированном виде сигнал $c(t)$, а на рис. 2 – сигнал $s(t)$ при $K = 5$.

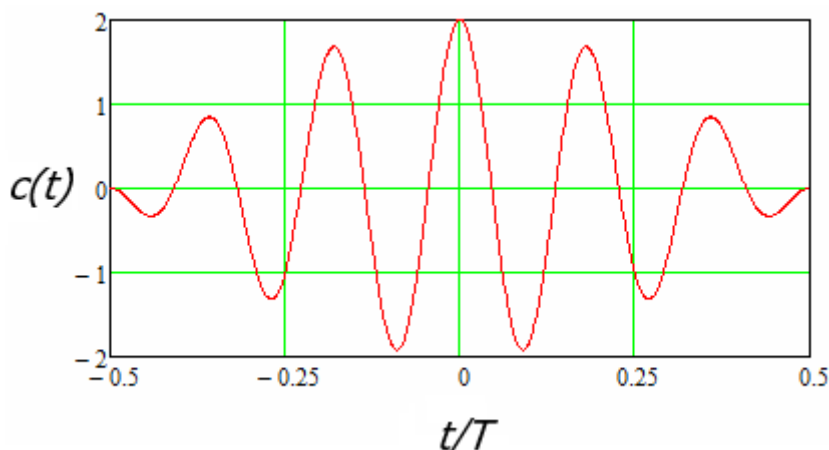


Рис. 1. Нормированный сигнал $c(t)$

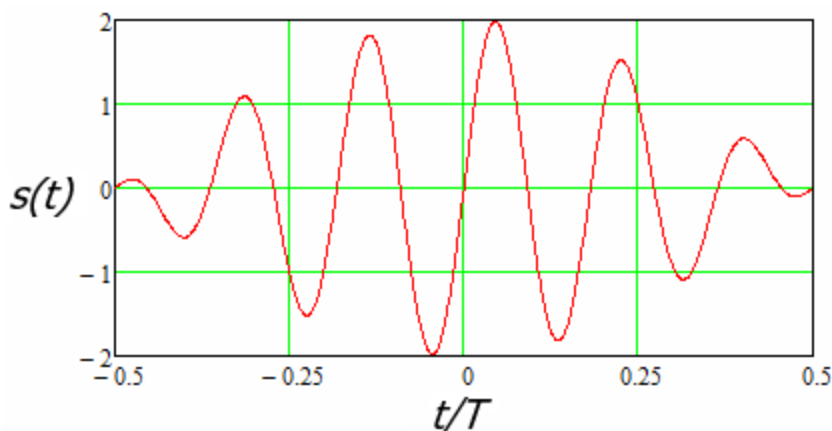


Рис. 2. Нормированный сигнал $s(t)$

Пусть передаваемому сообщению соответствует сигнал на интервале $0 \leq t < (M+1)\pi/2$:



$$y(t) = \sum_{m=1}^M \{A[a_m c(t - mT/2) + b_m s(t - mT/2)]\}, \quad (2)$$

где $A[a_m c(t - mT/2) + b_m s(t - mT/2)]$ – сигнал, соответствующий одновременной передаче пары элементов сообщения; M – число пар элементов в сообщении; a_m и b_m принимают значения 1 или -1 в зависимости от значений 1 или 0 элемента сообщения; A – постоянный коэффициент.

Из (2) следует, что одновременно передаются два элемента сообщения (пара элементов) с помощью сигналов (1) длительностью T . Сигналы, соответствующие последовательно передаваемым парам элементов, частично перекрываются во времени на величину $T/2$. В результате при приеме имеется межсимвольная интерференция.

Применение сигнала вида (2) для передачи двоичных сообщений рассматривалось в [1] с использованием алгоритма Витерби без обеляющего фильтра. Средняя мощность сигнала (2) равна $P = 4A^2$, его амплитуда $4A$, а пик-фактор $\frac{4A}{\sqrt{P}} = 2$. Полоса частот, в которой сосредоточено 99 % мощности сигнала $\chi(t)$, $F \approx 2,36/T$. Удельные затраты полосы $F/R \approx 0,59$, где $R = 1/T_0 = 4/T$ – скорость передачи элементов двоичного сообщения (бит/с).

Таким образом, использование сигнала (2) обеспечивает хорошие удельные затраты полосы без использования формирователя спектра. При оптимизации приема таких сигналов может использоваться алгоритм Витерби с обеляющим фильтром [2]. Целью данной работы является моделирование приема сигнала с применением обеляющего фильтра для отсчетов сигнала и алгоритма Витерби. Рассматривается реализация алгоритма Витерби в виде функции `mlseeq` пакета Matlab.

Формирование сигнала

Формирование передаваемого сигнала можно осуществить непосредственно по формуле (2). Однако при больших значениях K целесообразно исходить из комплексной огибающей этого сигнала. Заметим, что K определяет положение полосы частот, занимаемой передаваемым сигналом.

Комплексную огибающую сигнала (2) определим следующим образом:

$$y_c(t) = y_a(t)r(t), \quad (3)$$

где $r(t) = \begin{cases} e^{-j2\pi Kt/T} & \text{для четных } K \\ e^{-j2\pi(K+1)t/T} & \text{для нечетных } K \end{cases}$; $y_a(t)$ – аналитический сигнал, соответствующий

сигналу $\chi(t)$. Здесь и далее j – мнимая единица. Комплексную огибающую (3) можно записать в виде [1]:

$$y_c(t) = y_a(t)r(t) = \sum_{m=1}^M [A(b_m + ja_m)g(t - mT/2)], \quad (4)$$



$$\text{где } g(t) = \begin{cases} -j(e^{j2\pi t/T} + 1) = \sin(2\pi t/T) - j[1 + \cos(2\pi t/T)] & \text{четные } K \\ -j(e^{-j2\pi t/T} + 1) = -\sin(2\pi t/T) - j[1 + \cos(2\pi t/T)] & \text{нечетные } K \end{cases}.$$

Сигнал $g(t)$ определен на интервале $-T/2 \leq t < T/2$, вне этого интервала он равен нулю.

Имея в виду (3), можно получить, что

$$y(t) = \text{Re}[y_c(t)r^*(t)],$$

где $r^*(t)$ – величина, комплексно сопряженная по отношению к $r(t)$. На практике $y(t)$ получается с помощью квадратурного модулятора [1].

Предварительная обработка

Пусть на входе приемника на интервале $0 \leq t < (M + 1)T/2$ имеет место сигнал:

$$z(t) = y(t) + n(t), \quad (5)$$

где $n(t)$ – помеха с односторонней спектральной плотностью мощности N в диапазоне частот, который включает полосу частот, занимаемую сигналом $y(t)$. Значения помехи имеют нормальное распределение.

Рассмотрим обработку сигнала (5) путем перехода к комплексной огибающей этого сигнала:

$$z_c(t) = y_c(t) + n_c(t),$$

где $n_c(t)$ – комплексная огибающая, соответствующая помехе $n(t)$.

Комплексную огибающую можно определить с помощью преобразования Гилберта. На практике ее определяют несколько иначе с использованием квадратурного демодулятора и фильтров нижних частот [1].

Сигнал $z_c(t)$ поступает на вход согласованного фильтра. Импульсную характеристику фильтра, согласованного с сигналом $g(t - T/2)$ представим в виде $g^*(-t + T/2)$. На выходе согласованного фильтра:

$$z_v(t) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} z_c(\tau) g^*(\tau - t + T/2) d\tau = \frac{1}{T} \int_0^T z_c(\tau + t - T) g^*(\tau - T/2) d\tau.$$

Отсчеты сигнала $z_c(t)$ на выходе согласованного фильтра при $t = (k + 1)T/2$, $k = 1, 2, \dots, M$:

$$z_k^v = \frac{1}{T} \int_0^T z_c[\tau + (k - 1)T/2] g^*(\tau - T/2) d\tau. \quad (6)$$

Последовательность этих отсчетов поступает на вход дискретного обесцараивающего фильтра.



Обеляющий фильтр

С учетом (4) представим (6) следующим образом:

$$z_k^v = \sum_{m=1}^M \left\{ (b_m + ja_m) x \left[(k-m)T/2 \right] \right\} + n_k^c,$$

где $x(t) = \frac{A}{T} \int_0^T g[\tau - T/2 + t] g^*(\tau - T/2) d\tau$ – автокорреляционная функция сиг-

нальной посылки; $n_k^c = \frac{1}{T} \int_0^T n_c[\tau + (k-1)T/2] g^*(\tau - T/2) d\tau$ – отсчеты комплексной огибающей помехи.

Имея в виду, что ненулевые значения $x[(k-m)T/2]$ имеют место при $k-m = -1, 0, 1$, можно записать, что

$$z_k^v = \sum_{l=-1}^1 \left\{ (b_{k-l+1} + ja_{k-l+1}) x(lT/2) \right\} + n_k^c.$$

Отсчеты помехи n_k^c коррелированы, для исключения корреляции используется обеляющий фильтр.

Для определения передаточной функции обеляющего фильтра согласно [2] осуществляется двустороннее z -преобразование последовательности отсчетов автокорреляционной функции $x(lT/2)$:

$$X(z) = \sum_{l=-1}^1 x(lT/2) z^{-l} = qz + 2A + q^* z^{-1}, \text{ где } q = \begin{cases} -0,637Aj & \text{четные } K \\ 0,637Aj & \text{нечетные } K \end{cases}.$$

$$\text{Корни } X(z): z_1 = \begin{cases} -2,78j & \text{четные } K \\ 2,78j & \text{нечетные } K \end{cases}; z_2 = \begin{cases} -0,360j & \text{четные } K \\ 0,360j & \text{нечетные } K \end{cases}.$$

Они имеют симметрию ($z_2 = 1/z_1^*$), следовательно, $X(z)$ можно факторизовать:

$$X(z) = F(z) F^*(z^{-1}), \text{ где}$$

$$F(z) = (1 - z_1 z^{-1}) = \begin{cases} 1 + 2,78j z^{-1} & \text{четные } K \\ 1 - 2,78j z^{-1} & \text{нечетные } K \end{cases}; \quad (7)$$

$$F^*(z^{-1}) = q(z - z_2).$$



Тогда передаточная функция обеляющего фильтра:

$$\frac{1}{F^*(z^{-1})} = \frac{1}{q(z-z_2)} = \frac{z^{-1}}{q(1-z_2z^{-1})} = \begin{cases} \frac{(1,57j/A)z^{-1}}{1+0,360jz^{-1}} & \text{четные } K \\ \frac{(-1,57j/A)z^{-1}}{1-0,360jz^{-1}} & \text{нечетные } K \end{cases}.$$

При использовании обеляющего фильтра (7) можно считать эквивалентной передаточной функцией канала.

Выходная последовательность отсчетов обеляющего фильтра z_i^w , $i = 1, 2, \dots, M+2$ является входной для алгоритма Витерби. В алгоритме Витерби используются коэффициенты эквивалентной передаточной функции канала (7).

Результатом алгоритма Витерби являются комплексные величины $v_m = b_m^v + ja_m^v$, $m = 1, 2, \dots, M$; a_m^v и b_m^v принимают значения 1 или -1 и могут отличаться от соответствующих значений a_m и b_m из-за действия помехи.

Моделирование

Моделирование процесса передачи с использованием временной и фазовой синхронизации проводится в среде Matlab. При этом сигналы рассматриваются на интервале $0 \leq t < (M+1)/T_2$, вводится соответствующий этому интервалу вектор дискретных моментов времени $t_d = 0, T_0, 2T_0, \dots, (M+1)T_0/2 - T_0$; $T_0 = T/D$ – период дискретизации; D – число дискретных моментов времени на интервале $0 \leq t < T$, это число должно быть четным. Пусть средняя частота $(K+0,5)/T$ спектральной плотности мощности сигнала $\chi(t)$ находится в середине первой зоны Найквиста. Тогда первая зона Найквиста заканчивается частотой $f_1 = (2K+1)/T$. Полоса частот, занимаемая сигналом $\chi(t)$, находится в пределах

этой зоны. Период дискретизации $T_0 = \frac{1}{2f_1}$, $D = 2(2K+1)$. Будем также считать,

что диапазон частот помехи $\eta(t)$ равен первой зоне. Значения помехи в дискретные моменты времени при условии $T_0 = \frac{1}{2f_1}$ являются независимыми случайными

величинами, дисперсия этих величин равна $Nf_1 = \frac{N}{2T_0}$. Воздействие помехи

на сигнал принято характеризовать величиной $h^2 W/N$, где W – средняя энергия сигнала (2) приходящаяся на элемент передаваемого сообщения, $W = PT/4 = A^2 T$.

Тогда $Nf_1 = \frac{A^2 T}{2T_0 h^2} = \frac{A^2 D}{2h^2}$.

Ниже приведена программа моделирования. Входные параметры программы: K определяет положение полосы частот, занимаемой передаваемым сигналом, входит в (1); h^2 (в программе $h2$); U – число формируемых сигналов



вида (5). В программе также задаются входящие в (2) M , A , T . Результат работы программы – число ошибочно принятых элементов сообщения er .

```
function er=viter_ser15(K,h2,U)
rng('default');
M=1000;
A=1;
T=1;
D=2*(2*K+1);
T0=T/D;
td=0:T0:(M+1)*T/2-T0; %Вектор дискретных моментов времени
const=[-1+1i -1-1i 1+1i 1-1i];
if rem(K,2)==0
r=exp(-1i*2*pi*K*td/T);
g=sin(2*pi*(td(1:D)/T-0.5))-1i*(1+cos(2*pi*(td(1:D)/T-0.5)));
q0=[0 1.57i/A]; %Коэффициенты обеляющего фильтра
q1=[1 0.360i]; %Коэффициенты обеляющего фильтра
q2=[1 2.78i]; %Коэффициенты канала
else
r=exp(-1i*2*pi*(K+1)*td/T);
g=-sin(2*pi*(td(1:D)/T-0.5))-1i*(1+cos(2*pi*(td(1:D)/T-0.5)));
q0=[0 -1.57i/A]; %Коэффициенты обеляющего фильтра
q1=[1 -0.360i]; %Коэффициенты обеляющего фильтра
q2=[1 -2.78i]; %Коэффициенты канала
end
sigma=A*sqrt(D/(2*h2));
zv=zeros(1,M+2);
er=0;
for u=1:U %Моделирование
a=2*randi([0 1],1,M)-1;
b=2*randi([0 1],1,M)-1;
yc=upfirdn(b+1i*a,A*g,D/2); %Комплексная огибающая (передача)
y=real(yc.*((r(1:(M+1)*D/2))'.)); %Вектор передаваемого сигнала
n=normrnd(0,sigma,1,(M+1)*D/2); %Вектор помехи
z=y+n; %Вектор принимаемого сигнала
%z=y;
zc=r.*hilbert(z); %Комплексная огибающая (прием)
for m=1:M %Отсчеты на выходе согласованного фильтра
zv(m)=(zc(1+(m-1)*D/2:(m+1)*D/2)*g')/D;
end
zw=filter(q0,q1,zv); %Выход обеляющего фильтра
v=mlseeq(zw,q2,const,10,'rst'); %Результат алгоритма Витерби
bv=real(v(1:M));
av=imag(v(1:M));
er1=sum(ne(a,av))+sum(ne(b,bv));
er=er+er1;
end
end
```




Поясним использование функции $mlseeq(zw, q, const, 10, 'rst')$ из этой программы. Функция определяет выходной вектор алгоритма Витерби. Здесь zw – входной вектор; $q2$ – вектор коэффициентов эквивалентной передаточной функции канала; $const$ – вектор опорного созвездия; число 10 задает глубину трассировки, это рекомендованное значение, равное произведению длины вектора $q2$ на 5; 'rst' – режим работы, при котором обработка входного вектора происходит независимо от обработки предыдущего.

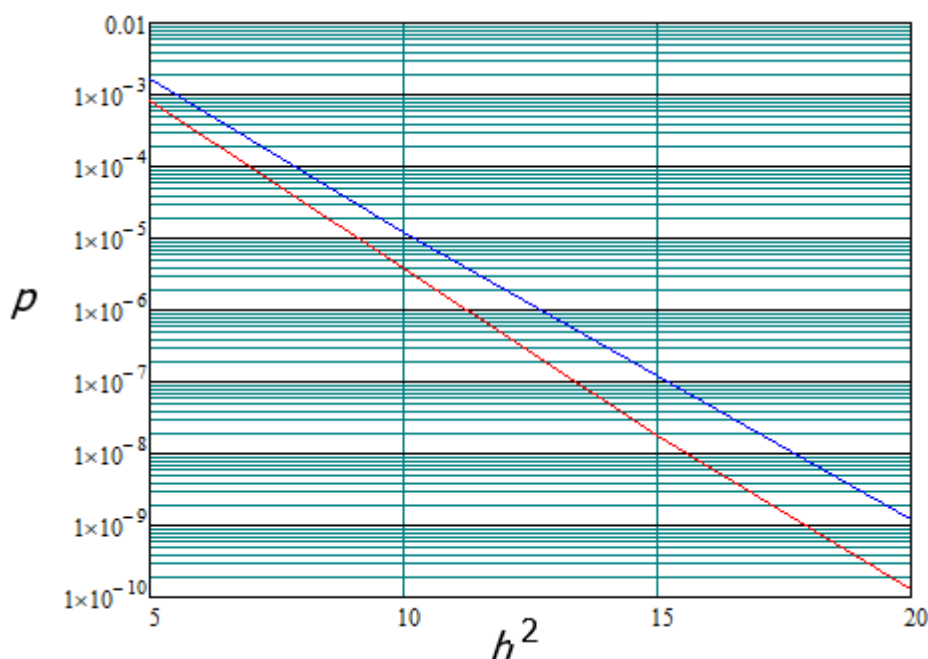
Результаты моделирования с помощью, приведенной выше программы приведены в таблице 1. Моделирование производилось при $M = 1000$, $K = 5$ и различных значениях h^2 , U . Число ошибочно принятых элементов сообщения обозначено N_e (в программе er). Число переданных элементов двоичного сообщения $2MU$. Определена оценка вероятности ошибки при использовании обеляющего фильтра и алгоритма Витерби $p = N_e/(2MU)$.

Таблица 1.

Результаты моделирования

h^2	5	10	15	20
U	10^3	10^5	10^6	10^8
$2MU$	2×10^6	2×10^8	2×10^9	2×10^{11}
N_e	1678	755	36	12
p	$8,39 \times 10^{-4}$	$3,78 \times 10^{-6}$	$1,8 \times 10^{-8}$	6×10^{-11}

На рис. 3 показана зависимость p от h^2 (красная линия). Синей линией показана зависимость, полученная в [1] при использовании алгоритма Витерби без обеляющего фильтра.

Рис. 3. Зависимости p от h^2



Заключение

Сравним изложенный в статье способ передачи двоичного сообщения с известным способом передачи, который принято называть модуляцией с минимальным сдвигом (ММС, MSK). Из [3] следует, что полоса частот, в которой сосредоточено 99 % мощности сигнала при ММС $F_{ММС} \approx 1,18/T_0$, удельные затраты полосы $F_{ММС}/R \approx 1,18$, пик-фактор равен $\sqrt{2}$. Таким образом, рассматриваемый способ передачи имеет в два раза меньшие удельные затраты полосы, но в $\sqrt{2}$ раз больший пик-фактор. В [3] также отмечено, что вероятность ошибки при оптимальном приеме сигнала с ММС такая же как при использовании двоичной фазовой манипуляции (ФМ2, BPSK). Можно заключить, что помехоустойчивость рассматриваемого способа приема сигнала с использованием обесцараживающего фильтра и алгоритма Витерби для приема сигнала (2) практически не отличается от ММС.

Выводы

Рассматриваемый способ передачи двоичных сообщений обеспечивает хорошую частотную эффективность без использования формирователя спектра при высокой помехоустойчивости.

Полученные результаты моделирования позволяют оценить потенциальную помехоустойчивость приема с использованием алгоритма Витерби.

Повышается помехоустойчивость приема по сравнению с использованием алгоритма Витерби без обесцараживающего фильтра.

Литература

1. Вершинин В. А. Использование алгоритма Витерби при передаче перекрывающимися элементарными сигналами // Цифровая обработка сигналов. 2020. – № 4. С. 49–53.
2. Прокис Джон. Цифровая связь: пер. с англ. / Под ред. Д. Д. Кловского. М.: Радио и связь. 2000. 800 с.
3. Склир Бернард. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение; изд. 2-е, испр.: пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 1104 с.

References

1. Vershinin V.A. The Use of the Viterbi Algorithm in the Transmission Overlapping the Elementary Signals // Digital signal processing. 2020. №4. S. 49–53 [in Russian].
2. Prokis Dzhon. Cifrovaya svyaz': per. s angl. / Pod red. D. D. Klovsogo. M.: Radio i svyaz'. 2000. 800 s.
3. Sklyar Bernard. Cifrovaya svyaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primeneniye; izd. 2-e, ispr.: per. s angl. M.: Izdatel'skij dom «Vil'yams», 2003. 1104 s.

Вершинин Владимир Александрович

кандидат технических наук, доцент,
vershinin-vladimir@yandex.ru

Vershinin Vladimir

Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor,
vershinin-vladimir@yandex.ru