



# РАЗМЕЩЕНИЕ УСТРОЙСТВ СВЕРХПЛОТНОЙ СЕТИ В ПРОСТРАНСТВЕ. ЧАСТЬ 1. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ФАКТОРА

Г. А. Фокин\*, А. Е. Кучерявый

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,  
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

\* Адрес для переписки: [grihafokin@gmail.com](mailto:grihafokin@gmail.com)

**Аннотация**—Использование миллиметрового диапазона (30 ГГц–300 ГГц) в сетях пятого поколения и суб-миллиметрового или терагерцового диапазона (0,3–3 ТГц) в сетях шестого поколения в силу физических особенностей распространения радиоволн неизбежно приводит к сокращению дальности радиосвязи и использованию преимущественно радиолиний прямой видимости. С точки зрения архитектуры сети данное обстоятельство влечет за собой повышение плотности пространственного размещения устройств, что, в свою очередь, приводит к возникновению новых задач сетевой организации на физическом, канальном и сетевом уровнях модели взаимодействия открытых систем. Одним из подходов к пространственному размещению инфраструктуры стационарных сетевых устройств, выступающих в роли базовой станции, точки доступа и/или ретранслятора/маршрутизатора может служить известный в классической радиолокации и радионавигации геометрический фактор снижения точности позиционирования DOP. На сегодняшний день из анализа открытых зарубежных источников можно утверждать, что данный подход уже получил распространение в задачах поиска и обоснования мест размещения базовых станций сетей связи пятого поколения. Это обусловлено новой ролью позиционирования не только как услуги сетей связи, но и как вспомогательного средства решения задач сетевой организации на трех нижних уровнях среды передачи данных. В связи с продолжающейся конвергенцией услуг инфокоммуникаций и позиционирования, предоставляемых инфраструктурой сетей связи пятого и последующих поколений, есть все основания полагать, что подход размещения сетевых устройств на основе DOP заслуживает внимания и может быть использован для сетей связи терагерцового диапазона шестого поколения, где плотность приемопередатчиков уже будет превышать одно устройство на квадратный метр. **Предмет исследования.** Статья посвящена математическому и имитационному моделированию методов поиска мест размещения устройств базовых станций в пространстве по критерию геометрического фактора снижения точности позиционирования пользовательского устройства. **Метод.** Расчет геометрических факторов снижения точности позиционирования в горизонтальной плоскости HDOP, в вертикальной плоскости VDOP и по местоположению в пространстве PDOP. **Основные результаты.** Результатом настоящей работы является формализация алгоритмического, методического и программного обеспечения для расчетов DOP и поиска мест размещения базовых станций в пространстве на основе геометрических факторов снижения точности позиционирования пользовательских устройств. **Практическая значимость.** Полученные результаты позволяют проводить поиск мест размещения базовых станций сверхплотной сети в пространстве при условии фиксированного местоположения пользовательского устройства, а также выполнять количественную и качественную оценку полученных размещений по критериям DOP.

**Ключевые слова**—сверхплотная сеть, размещение устройств в пространстве, геометрический фактор снижения точности позиционирования, HDOP, VDOP, PDOP.

## Информация о статье

УДК 621.396.969.1

Язык статьи – русский.

Поступила в редакцию 28.11.2022, принята к печати 20.12.2022.

**Для цитирования:** Фокин Г. А., Кучерявый А. Е. Размещение устройств сверхплотной сети в пространстве. Часть 1. Модели и методы геометрического фактора // Информационные технологии и телекоммуникации. 2022. Том 10. № 3. С. 32–59. DOI 10.31854/2307-1303-2022-10-3-32-59.



# DEPLOYMENT OF ULTRA DENSE NETWORK DEVICES IN SPACE. PART 1. MODELS AND METHODS OF GEOMETRIC FACTOR

G. Fokin\*, A. Kucheryavy

The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications,  
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

\*Corresponding author: [grihafokin@gmail.com](mailto:grihafokin@gmail.com)

**Abstract**—The use of the millimeter band (30 GHz–300 GHz) in fifth generation networks and the submillimeter or terahertz band (0.3–3 THz) in sixth generation networks, due to the physical characteristics of radio wave propagation, inevitably leads to a reduction in the radio communication range and the use of predominantly line-of-sight radio links. From the point of view of the network architecture, this circumstance entails an increase in the density of the spatial arrangement of devices, which, in turn, leads to the emergence of new tasks for the network organization at the physical, channel and network levels of the open systems inter-action model. One of the approaches to the spatial arrangement of the infrastructure of stationary network devices acting as a base station, access point and / or repeater / router can be the geometric factor of DOP (Dilution of Precision) in positioning accuracy known in classical radar and radio navigation. To date, from the analysis of open foreign sources, it can be argued that this approach has already become widespread in the tasks of finding and justifying the locations of base stations of fifth generation communication networks. This is due to the new role of positioning not only as a service of communication net-works, but also as an auxiliary means of solving the problems of net-work organization at the three lower levels of the data transmission medium. In connection with the ongoing convergence of infocommunication and positioning services provided by the infrastructure of communication networks of the fifth and subsequent generations, there is every reason to believe that the approach of placing network devices based on DOP deserves attention and can be used for communication networks of the sixth-generation of terahertz band, where the density of transceivers will already exceed 1 device per square meter. **Subject of study.** The article is devoted to mathematical and simulation modeling of methods for searching for locations of base station devices in space according to the criterion of the geometric factor of the dilution of precision for positioning accuracy of the user device. **Method.** Calculation of geometric factors for the dilution of precision of positioning accuracy in the horizontal plane HDOP (Horizontal DOP), in the vertical plane VDOP (Vertical DOP) and by location in space PDOP (Position DOP). **Main results.** The result of this work is the formalization of algorithmic, methodological and software for DOP calculations and search for locations of base station devices in space based on geometric factors of the DOP for the positioning accuracy of user devices. **Practical significance.** The results obtained make it possible to search for the locations of the base stations of an ultra-dense network in space under the condition of a fixed location of the user device, as well as to perform a quantitative and qualitative assessment of the obtained placements according to the DOP criteria.

**Keywords**—ultra-dense network, device placement in space, geometric dilution of precision accuracy factor, HDOP, VDOP, PDOP.

## Article info

Article in Russian.

Received 28.11.2022, accepted 20.12.2022.

**For citation:** Fokin G., Kucheryavy A.: Deployment of Ultra Dense Network Devices in Space. Part 1. Models and Methods of Geometric Factor // Telecom IT. 2022. Vol. 10. Iss. 3. pp. 32–59. DOI 10.31854/2307-1303-2022-10-3-32-59.



## Введение

На сегодняшний день о перспективе повсеместного внедрения сетей связи терагерцового диапазона шестого поколения говорить пока преждевременно, однако уже известен и комплексно систематизирован в первом приближении широкий спектр научных проблем [1], которые предстоит решить в ближайшем будущем [2]. Происхождение новых задач для науки и техники в области сетей связи шестого поколения обретает системный характер при их анализе с точки зрения продолжающейся эволюции к сетям 2030 [3] через технологии [4] и услуги [5] сетей пятого поколения. Одной из фундаментальных особенностей, определяющих функционирование технологий физического, канального и сетевого уровней среды передачи данных для сетей 5G, является беспрецедентное по меркам предыдущих поколений уплотнение беспроводных сетевых устройств до 1 приемопередатчика на квадратный метр [6], когда каждое устройство в децентрализованном режиме D2D (*Device-to-Device*) [7] может выступать как передатчиком/приемником, так и ретранслятором/маршрутизатором. В таком случае для сетей 5G становится актуальной и востребованной задача разработки моделей и методов размещения устройств-маршрутизаторов сверхплотной сети в условиях трехмерного пространства, а для сетей 6G данная задача усложняется еще более плотным размещением устройств, а также дополнительными факторами насыщения пространства биомассами, мешающими прохождению радиосигналов терагерцового диапазона; примером последнего сценария могут служить толпы людей на стадионе и т. п.

Анализ открытых зарубежных источников последних лет [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14] позволяет выделить технологии сетевого позиционирования, как инструмент решения задач сетевой организации в целом, а также как подход для поиска мест размещения базовых станций, в частности.

В [8] представлен подход оптимизации мест размещения базовых станций gNB (*gNodeB*) по критерию геометрического фактора снижения точности GDOP (*Geometric Dilution of Precision*) позиционирования пользовательских устройств UE (*User Equipment*) на плоскости; в [9] авторы продолжают исследование вопросов размещения gNB для повышения точности позиционирования UE при увеличении их плотности, моделируемой пуассоновским процессом на плоскости.

В [10] выполнен обзор основных технологий определения местоположения (ОМП) UE с использованием инфраструктуры gNB сетей пятого 5G и последующих B5G (*Beyond 5G*) поколений для достижения метровой точности. В работе [11] среди аспектов сетевой геолокации обозначена возможность использования позиционирования для мониторинга, насыщенного биомассами пространства. Вместе с возможностями радиосвязи и позиционирования в [12] рассмотрены средства зондирования (*sensing*) подвижных объектов применительно к безопасности дорожного движения посредством радиосигналов сетей 5G и B5G. Развитием данного подхода для сверхплотных сетей с радиолиниями прямой видимости является так называемая осведомленность соседних сетевых устройств о местоположении друг друга (*location awareness*) [13] и конвергенция технологий радиосвязи, зондирования и позиционирования в сетях 6G [14].



С точки зрения оценки координат (ОК) сверхплотное размещение базовых станций gNB позволяет использовать для позиционирования пользовательских устройств UE только те gNB, геометрический фактор комбинации которых является наиболее подходящим для заданного метода обработки дальномерных (ДМ) TOA (*Time of Arrival*) [15] и/или угломерных (УМ) измерений [16]; те gNB, которые расположены недостаточно удачно по критерию GDOP, исключаются [17].

Целью настоящего цикла исследований является апробация средств имитационного моделирования (ИМ) моделей и методов поиска мест размещения базовых станций gNB в пространстве на основе геометрических факторов снижения точности позиционирования пользовательских устройств UE на плоскости HDOP, по высоте VDOP и в пространстве PDOP. Для достижения поставленной цели в настоящей работе решается задача формализации алгоритмического, методического и программного обеспечения оценки эффективности мест размещения базовых станций gNB в пространстве на основе геометрических факторов снижения точности позиционирования DOP.

## 1 Методы геометрического фактора размещения устройств в пространстве

Формализуем методы оценки геометрического фактора точности размещения базовых станций gNB в пространстве при фиксированном местоположении пользовательского устройства [18].

### 1.1 Размещение устройств в пространстве

Рис. 1 иллюстрирует модель пространственного расположения пользовательского устройства UE и базовых станций gNB [19].

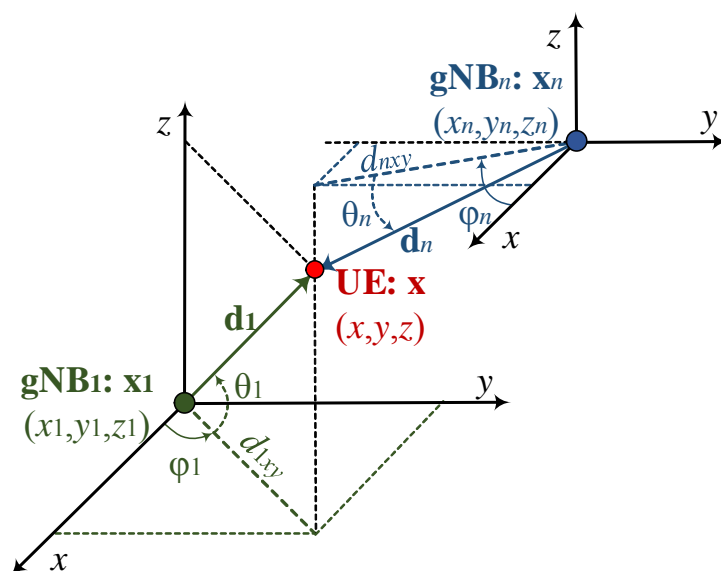


Рис. 1. Модель размещения gNB и UE в пространстве

Обозначим через  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  вектор-столбец координат базовой станции gNB<sub>n</sub>, где  $n = 1, \dots, N$ ,  $N$  – общее число базовых станций в заданном участке



пространства;  $T$  – оператор транспонирования. Обозначим через  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  вектор-столбец координат пользовательского устройства UE. Допустим, все базовые станции идеально синхронизированы между собой и оборудованы антенными решетками (AP), тогда все  $gNB_n, n = 1, \dots, N$  могут осуществлять сбор следующих первичных измерений от пользовательских устройств UE: а)

дальномерные (ДМ) измерения по времени прихода сигнала  $TOA_n = \tau_n$  (TOA, *Time of Arrival*);

б) разностно-дальномерные (РДМ) измерения по разности времен прихода сигналов  $TDOA_n = \Delta\tau_n = \tau_n - \tau_1$  (TDOA, *Time Difference of Arrival*);

в) угломерные (УМ) измерения по направлению/углам прихода сигнала  $AOA_n = (\varphi_n, \theta_n)$  (AOA/DOA, *Angle/Direction of Arrival*), включая  $\varphi_n$  – азимут и  $\theta_n$  – угол места [20].

Допустим, координаты стационарных базовых станций известны, а координаты подвижного пользовательского устройства неизвестны. Пусть базовая станция  $gNB_n$  располагается в точке с координатами  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$ , тогда координаты  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  пользовательского устройства UE можно представить радиус вектором

$$\mathbf{d}_n = [\Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n]^T; \quad (1)$$

направленным от  $gNB_n$  к UE, где

$$\Delta x_n = x - x_n; \quad \Delta y_n = y - y_n; \quad \Delta z_n = z - z_n. \quad (2)$$

В векторном представлении координаты UE можно представить

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_n + \mathbf{d}_n. \quad (3)$$

Вектор  $\mathbf{d}_n$  направлен из точки  $\mathbf{x}_n$  в точку  $\mathbf{x}$  и характеризует расстояние  $d_n$  между UE и  $gNB_n$  и направление прихода сигнала от UE на  $gNB_n$ , задаваемое направлением  $AOA_n = (\varphi_n, \theta_n)$  из пары азимута  $\varphi_n$  и угла места  $\theta_n$ . Расстояние  $d_n$  между UE и  $gNB_n$  определяется как

$$\begin{aligned} d_n &= \|\mathbf{d}_n\|_2 = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_n\|_2 = \sqrt{\Delta x_n^2 + \Delta y_n^2 + \Delta z_n^2} \\ &= \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2}; \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\|\cdot\|_2$  – Евклидова норма вектора, а радиус вектор определяется из выражения (3) согласно:

$$\mathbf{d}_n = \mathbf{x} - \mathbf{x}_n = [\Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n]^T. \quad (5)$$

Проекция пространственного радиус-вектора  $\mathbf{d}_n$  на плоскость  $xy$  определяется выражением:

$$d_{nxy} = \sqrt{\Delta x_n^2 + \Delta y_n^2} = d_n \cos \theta_n. \quad (6)$$



## 1.2 Методы сбора измерений в пространстве

Дальномерное (ДМ) измерение TOA на базовой станции  $gNB_n$  можно представить выражением:

$$d_n = c\tau_n = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_n\|_2; n = 1, 2, \dots, N; \quad (7)$$

где  $\tau_n$  – время прихода сигнала от UE на  $gNB_n$ ;  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света.

Разностно-дальномерное измерение TDOA на базовой станции  $gNB_n$  относительно  $gNB_1$  можно представить выражением:

$$\Delta d_n = c\Delta\tau_n = c(\tau_n - \tau_1) = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_n\|_2 - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_1\|_2. \quad (8)$$

Угломерное измерение AOA азимута  $\varphi_n$  и угла места  $\theta_n$  на базовой станции  $gNB_n$  можно представить выражениями:

$$\varphi_n = \tan^{-1}(\Delta y_n / \Delta x_n) = \frac{y - y_n}{x - x_n}, n = 1, 2, \dots, N; \quad (9)$$

$$\theta_n = \tan^{-1}(\Delta z_n / d_{nxy}) = \frac{z - z_n}{d_{nxy}}, n = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Далее формализуем модели обработки ДМ (TOA), РДМ (TDOA), УМ (AOA), совместных ДМ-УМ (TOA-AOA) и совместных РДМ-УМ (TDOA-AOA) измерений.

## 1.3 Методы обработки измерений в пространстве

### 1.3.1 Метод обработки дальномерных измерений

Нелинейная векторная  $\mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x})$  и скалярная  $f_{TOA,n}(\mathbf{x})$  функциональная зависимость, связывающая  $n = 1, \dots, N$  ДМ измерений  $d_n(\mathbf{x})$  в (7) с известными координатами  $gNB_n$   $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  и неизвестными координатами UE  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  определяются выражениями:

$$\mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x}) = [f_{TOA,1}(\mathbf{x}), \dots, f_{TOA,N}(\mathbf{x})]^T; \quad (11)$$

$$f_{TOA,n}(\mathbf{x}) = d_n(\mathbf{x}) = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2}. \quad (12)$$

Матрица Якоби (матрица частных производных) ДМ измерений  $\mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 3}$  по трем координатам в пространстве:

$$\mathbf{J}_{TOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_1}{d_1} & \frac{z-z_1}{d_1} \\ \frac{x-x_2}{d_2} & \frac{y-y_2}{d_2} & \frac{z-z_2}{d_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_N}{d_N} & \frac{y-y_N}{d_N} & \frac{z-z_N}{d_N} \end{bmatrix}. \quad (13)$$





### 1.3.2 Метод обработки разностно-дальномерных измерений

Нелинейная векторная  $\mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x})$  и скалярная  $f_{TDOA,n}(\mathbf{x})$  функциональная зависимость, связывающая  $n = 2, \dots, N$  РДМ измерений  $\Delta d_n(\mathbf{x})$  в (8) с известными координатами gNB<sub>n</sub>  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  и неизвестными координатами UE  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  определяются выражениями:

$$\mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) = [f_{TDOA,2}(\mathbf{x}), \dots, f_{TDOA,n}(\mathbf{x})]^T; \quad (14)$$

$$f_{TDOA,n}(\mathbf{x}) = \Delta d_n(\mathbf{x}) = \frac{\sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}}{d_1}; \quad (15)$$

Матрица Якоби РДМ измерений  $\mathbf{J}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 3}$  по трем координатам в пространстве:

$$\mathbf{J}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{x-x_2}{d_2} - \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_2}{d_2} - \frac{y-y_1}{d_1} & \frac{z-z_2}{d_2} - \frac{z-z_1}{d_1} \\ \frac{x-x_3}{d_3} - \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_3}{d_3} - \frac{y-y_1}{d_1} & \frac{z-z_3}{d_3} - \frac{z-z_1}{d_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_N}{d_N} - \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_N}{d_N} - \frac{y-y_1}{d_1} & \frac{z-z_N}{d_N} - \frac{z-z_1}{d_1} \end{bmatrix}; \quad (16)$$

### 1.3.3 Метод обработки угломерных измерений

Нелинейная векторная функциональная зависимость  $\mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x})$ , связывающие  $N$  УМ измерений азимута  $\varphi_n$  в (9) и  $N$  УМ измерений угла места  $\theta_n$  в (10) с известными координатами gNB<sub>n</sub>  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  и неизвестными координатами UE  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  определяется как:

$$\mathbf{f}_{AOA}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}_\varphi(\mathbf{x}) \quad \mathbf{f}_\theta(\mathbf{x})]^T; \quad (17)$$

где  $\mathbf{f}_\varphi(\mathbf{x})$  и  $\mathbf{f}_\theta(\mathbf{x})$  – нелинейные векторные функциональные выражения зависимости от азимута и угла места соответственно.

Нелинейная векторная  $\mathbf{f}_\varphi(\mathbf{x})$  и скалярная  $f_{\varphi,n}(\mathbf{x})$  функциональная зависимость, связывающая  $n = 1, \dots, N$  УМ измерений азимута  $\varphi_n$  в (9) с известными координатами gNB<sub>n</sub>  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  и неизвестными координатами UE  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  определяются выражениями:

$$\mathbf{f}_\varphi(\mathbf{x}) = [f_{\varphi,1}(\mathbf{x}), \dots, f_{\varphi,n}(\mathbf{x})]^T; \quad (18)$$

$$f_{\varphi,n}(\mathbf{x}) = \varphi_n(\mathbf{x}) = \tan^{-1}(\Delta y_n / \Delta x_n) = \frac{y - y_n}{x - x_n}. \quad (19)$$



Матрица Якоби  $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_\varphi(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 3}$  по трем координатам в пространстве определяется как:

$$\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{y-y_1}{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} & \frac{x-x_1}{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} & 0 \\ -\frac{y-y_2}{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2} & \frac{x-x_2}{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{y-y_N}{(x-x_N)^2+(y-y_N)^2} & \frac{x-x_N}{(x-x_N)^2+(y-y_N)^2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Используя тригонометрические соотношения (рис. 1):

$$\sin(\varphi_n) = \Delta y_n / d_{nxy}; \cos(\varphi_n) = \Delta x_n / d_{nxy}; \quad (21)$$

выражение (20) можно представить следующим образом:

$$\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{\sin(\varphi_1)}{d_{1xy}} & \frac{\cos(\varphi_1)}{d_{1xy}} & 0 \\ -\frac{\sin(\varphi_2)}{d_{2xy}} & \frac{\cos(\varphi_2)}{d_{2xy}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\sin(\varphi_N)}{d_{Nxy}} & \frac{\cos(\varphi_N)}{d_{Nxy}} & 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

При расчете матриц Якоби для ДМ и РДМ измерений значения производных получаются безразмерными, однако для УМ измерений значения производных имеют размерность метров в знаменателе [21]. Для получения безразмерных значений, частные производные в (22) следует дополнительно умножить на  $d_{nxy}$  (6), тогда получим:

$$\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 \\ -\sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\sin(\varphi_N) & \cos(\varphi_N) & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Нелинейная векторная  $\mathbf{f}_\theta(\mathbf{x})$  и скалярная  $f_{\theta,n}(\mathbf{x})$  функциональная зависимость, связывающая  $n = 1, \dots, N$  УМ измерений угла места  $\theta_n$  в (10) с известными координатами gNB<sub>n</sub>  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  и неизвестными координатами UE  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  определяются выражениями:

$$\mathbf{f}_\theta(\mathbf{x}) = [f_{\theta,1}(\mathbf{x}), \dots, f_{\theta,n}(\mathbf{x})]^T; \quad (24)$$

$$f_{\theta,n}(\mathbf{x}) = \theta_n(\mathbf{x}) = \tan^{-1}(\Delta z_n / d_{nxy}) = \frac{z - z_n}{d_{nxy}}. \quad (25)$$

Матрица Якоби  $\mathbf{J}_\theta(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_\theta(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 3}$  по трем координатам в пространстве определяется выражением:





$$\mathbf{J}_\theta(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{(z-z_1)(x-x_1)}{d_1^2 d_{1xy}} & -\frac{(z-z_1)(y-y_1)}{d_1^2 d_{1xy}} & \frac{d_{1xy}}{d_1^2} \\ -\frac{(z-z_2)(x-x_2)}{d_2^2 d_{2xy}} & -\frac{(z-z_2)(y-y_2)}{d_2^2 d_{2xy}} & \frac{d_{2xy}}{d_2^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{(z-z_N)(x-x_N)}{d_N^2 d_{Nxy}} & -\frac{(z-z_N)(y-y_N)}{d_N^2 d_{Nxy}} & \frac{d_{Nxy}}{d_N^2} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Используя тригонометрические соотношения (рис. 1):

$$\sin(\theta_n) = \Delta z_n / d_n; \cos(\theta_n) = d_{nxy} / d_n; \quad (27)$$

выражение (26) можно представить следующим образом:

$$\mathbf{J}_\theta(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{\cos(\varphi_1) \sin(\theta_1)}{d_1} & -\frac{\sin(\varphi_1) \sin(\theta_1)}{d_1} & \frac{\cos(\theta_1)}{d_1} \\ -\frac{\cos(\varphi_2) \sin(\theta_2)}{d_2} & -\frac{\sin(\varphi_2) \sin(\theta_2)}{d_2} & \frac{\cos(\theta_2)}{d_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\cos(\varphi_N) \sin(\theta_N)}{d_N} & -\frac{\sin(\varphi_N) \sin(\theta_N)}{d_N} & \frac{\cos(\theta_N)}{d_N} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Для получения безразмерных значений, частные производные в (28) следует дополнительно умножить на  $d_n$  (7), тогда получим:

$$\mathbf{J}_\theta(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\cos(\varphi_1) \sin(\theta_1) & -\sin(\varphi_1) \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \\ -\cos(\varphi_2) \sin(\theta_2) & -\sin(\varphi_2) \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos(\varphi_N) \sin(\theta_N) & -\sin(\varphi_N) \sin(\theta_N) & \cos(\theta_N) \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Матрица Якоби  $\mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{2N \times 3}$  для УМ измерений по азимуту  $\varphi_n$  и углу места  $\theta_n$  определяется выражением:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x}) &= [\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{x}) \quad \mathbf{J}_\theta(\mathbf{x})]^T = \\ &= \begin{bmatrix} -\sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 \\ -\sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\sin(\varphi_N) & \cos(\varphi_N) & 0 \\ -\cos(\varphi_1) \sin(\theta_1) & -\sin(\varphi_1) \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \\ -\cos(\varphi_2) \sin(\theta_2) & -\sin(\varphi_2) \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos(\varphi_N) \sin(\theta_N) & -\sin(\varphi_N) \sin(\theta_N) & \cos(\theta_N) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (30)$$

### 1.3.4 Методы обработки комбинированных измерений

Для комбинированных дальномерно-угломерных измерений TOA-AOA матрица Якоби определяется выражением:



$$\mathbf{J}_{TOA-AOA}(\mathbf{x}) = [\mathbf{J}_{TOA}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x})]^T. \quad (31)$$

Для комбинированных разностно-дальномерно-угломерных измерений TDOA-AOA матрица Якоби определяется выражением:

$$\mathbf{J}_{TDOA-AOA}(\mathbf{x}) = [\mathbf{J}_{TDOA}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x})]^T. \quad (32)$$

Далее рассмотрим оценку геометрических факторов точности.

#### 1.4 Геометрический фактор

Обозначим через  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x} \ \hat{y} \ \hat{z}]^T$  оценку координат (ОК) пользовательского устройства UE, тогда ковариационная матрица ошибок ОК UE определяется выражением [22]:

$$\mathbf{\Sigma} = E\{(\hat{\mathbf{x}} - E[\hat{\mathbf{x}}])(\hat{\mathbf{x}} - E[\hat{\mathbf{x}}])^T\} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 \end{bmatrix}; \quad (33)$$

где  $E\{\cdot\}$  – оператор математического ожидания, элементы на главной диагонали  $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$  ковариационной матрицы  $\mathbf{\Sigma}$  представляют дисперсии оценок координат UE по осям  $x, y, z$  соответственно; остальные элементы матрицы  $\mathbf{\Sigma}$  представляют собой ковариации ОК. Потенциальная точность ОК определяется нижней границей Крамера-Рао (НГКР, CRLB – Cramer–Rao Lower Bound) и вычисляется из обратной информационной матрицы Фишера FIM (Fisher Information Matrix):

$$CRLB(\hat{\mathbf{x}}) = \text{trace}(\mathbf{FIM}^{-1}(\hat{\mathbf{x}})) = \text{trace}(\mathbf{\Sigma}). \quad (34)$$

НГКР оценок координат UE, учитывающая исключительно размещение gNB и UE в пространстве, определяется элементами главной диагонали ковариационной матрицы  $\mathbf{\Sigma}$ , нормированными погрешностью первичных измерений  $\sigma$  времени прихода сигнала  $\sigma_\tau$  для ДМ и ДДМ, или угла прихода сигнала  $\sigma_{AOA}$  для УМ. Так, для дальномерного метода оценка безразмерного геометрического фактора определяется диагональными элементами из следующего выражения

$$\mathbf{G} = \mathbf{\Sigma}/(c\sigma_\tau)^2 = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix}; \quad (35)$$

где  $\mathbf{J}$  – матрица Якоби для ДМ (13), РДМ (16), УМ (30), ДМ-УМ (31) и РДМ-УМ (32) измерений соответственно.

Геометрический фактор точности в пространстве PDOP, по горизонтали HDOP и во вертикали VDOP определяется из выражений:

$$PDOP = \sqrt{G_{xx} + G_{yy} + G_{zz}}; \quad (36)$$



$$\text{HDOP} = \sqrt{G_{xx} + G_{yy}}; \quad (37)$$

$$\text{VDOP} = \sqrt{G_{zz}}. \quad (38)$$

Скрипт 1 содержит программную реализацию [23] вычислительных процедур расчета геометрических факторов PDOP (36), HDOP (37) и VDOP (38) при размещения gNB и UE в пространстве.

### Скрипт 1. DOP при заданном размещении устройств в 3D

```
% расчет PDOP, HDOP, VDOP для методов TOA, TDOA, AOA, TOA-AOA, TDOA-AOA
function [pdop, hdop, vdop] = calculate_dop(gNB, UE, calc_case)
% gNB - вектор координат gNB
% UE - вектор координат UE
n = size(gNB, 1); % число gNB
dim=size(gNB, 2); % размерность 3D
r=sqrt(sum((UE-gNB).^2,2)); % дальности между gNB и UE
% TOA матрица частных производных r по координатам хуз
H_TOA=(UE-gNB)./r;
% TDOA матрица частных производных r по координатам хуз
H_TDOA=zeros(n-1, dim);
H_TOA2=H_TOA(2:n,:); % H_TOA2=(UE-gNB(2:n,:))./r(2:n);
H_TOA1=H_TOA(1,:); % H_TOA1=(UE-gNB(1,:))./r(1);
H_TDOA=H_TOA2-H_TOA1;
% DOA матрица частных производных r по координатам хуз
gNB2D=gNB; gNB2D(:,3)=0; UE2D=UE; UE2D(:,3)=0;
r2D=sqrt(sum((UE2D-gNB2D).^2,2));
% для этого случая строки матрицы H не нормированы к 1 (вариант 1, из (20) и (26))
H_DOA2D = zeros(n,dim);
H_DOA2D(:,1) = -(UE(:,2)-gNB(:,2))./(r2D.^2);
H_DOA2D(:,2) = (UE(:,1)-gNB(:,1))./(r2D.^2);
H_DOA3D = zeros(n,dim);
H_DOA3D(:,1)=-(((UE(:,3)-gNB(:,3)).*(UE(:,1)-gNB(:,1)))./(r.^2))./r2D;
H_DOA3D(:,2)=-(((UE(:,3)-gNB(:,3)).*(UE(:,2)-gNB(:,2)))./(r.^2))./r2D;
H_DOA3D(:,3)=r2D./(r.^2);
H_DOA=[H_DOA2D; H_DOA3D];
% для этого случая строки матрицы H нормированы к 1 (вариант 1, из (22) и (28))
azAng = atan2(UE(2)-gNB(:,2), UE(1)-gNB(:,1)); % азимутальный угол
H_DOA2D_1 = [-sin(azAng), cos(azAng), zeros(size(gNB(:,1)))];
elAng = atan((UE(3)-gNB(:,3))./r2D); % угол места
H_DOA3D_1 = [sin(elAng).*(UE(1) - gNB(:,1))./r2D, ...
             sin(elAng).*(UE(2) - gNB(:,2))./r2D, ...
             cos(elAng)];
H_DOA_1 = [H_DOA2D_1; H_DOA3D_1];
% для этого случая строки матрицы H не нормированы к 1 (вариант 2)
H_DOA2D_2 = zeros(n,dim);
% вычисляется как H_DOA2D, но отсутствует деление на r2D
H_DOA2D_2(:,1) = -(UE(:,2)-gNB(:,2))./r2D;
H_DOA2D_2(:,2) = (UE(:,1)-gNB(:,1))./r2D;
H_DOA3D_2 = zeros(n,dim);
% вычисляется как H_DOA3D, но отсутствует деление на r
H_DOA3D_2(:,1)=-((UE(:,3)-gNB(:,3)).*(UE(:,1)-gNB(:,1)))./r./r2D;
H_DOA3D_2(:,2)=-((UE(:,3)-gNB(:,3)).*(UE(:,2)-gNB(:,2)))./r./r2D;
H_DOA3D_2(:,3)=r2D./r;
H_DOA_2=[H_DOA2D_2; H_DOA3D_2];
% выбор метода расчета
```



```
if calc_case== 'TOA '
    H=H_TOA;
elseif calc_case=='TDOA '
    H=H_TDOA;
elseif calc_case=='DOA '
    H=H_DOA_1;
elseif calc_case=='TOA-DOA '
    H=[H_TOA; H_DOA_1];
elseif calc_case=='TDOA-DOA'
    H=[H_TDOA; H_DOA_1];
end
% расчет матрицы DOP
G = pinv(H'*H);
pdop = sqrt(G(1,1) + G(2,2) + G(3,3));
hdop = sqrt(G(1,1) + G(2,2));
vdop = sqrt(G(3,3));
end
```

## 2 Модели геометрического фактора размещения устройств в пространстве

### 2.1 Модели размещения устройств в пространстве

Для моделирования методов размещения устройств в пространстве будем исходить из следующих параметров географической протяженности зоны обслуживания сверхплотной сети. В спецификации 3GPP TS 22.261<sup>1</sup> для позиционирования пользовательских устройств друг другом дальномерным методом введены следующие категории относительной дальности (Effective ranging distance) между двумя UE: 1, 2, 5, 10, 20, 30, 100, 500, 1000 м. При этом для некоторых категорий установлены требования к точности как первичных ДМ, так и УМ измерений; например, для сценария приблизительного поиска на большой протяженности (Long range approximate location) при удалении UE 500 м требуемая точность ДМ и УМ измерений составляет 10 и 12.5 м ° соответственно (табл. 7.9.1<sup>2</sup>). В рекомендации 3GPP TR 22.872<sup>3</sup> зона позиционирования повышенной точности определяется как территория протяженностью 500 на 500 м по горизонтали и высотой 30 м по вертикали (табл. 8.2.1<sup>4</sup>).

Таблица 1 содержит параметры области размещения устройств gNB в пространстве, а также шаг по горизонтали и вертикали, которые моделируют плотность устройств gNB в пространстве.

<sup>1</sup> 3GPP TS 22.261 V19.0.0 (2022-09). Service requirements for the 5G system; Stage 1 (Re-lease 19).

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> 25. 3GPP TR 22.872 V16.1.0 (2018-09). Study on positioning use cases; Stage 1 (Release 16).

<sup>4</sup> Там же.



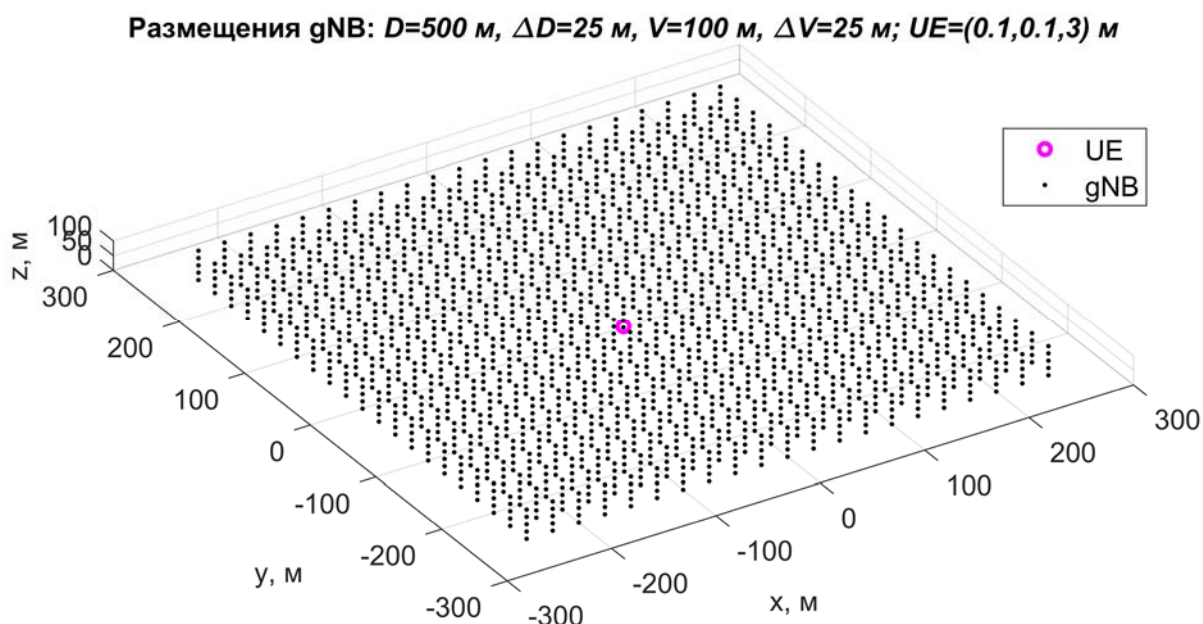
Таблица 1.

## Пространственные параметры процедур оптимизации

Обозначение	Описание параметра
n	число базовых станций gNB в заданной области пространства
sizeh	максимальная протяженность области расположения gNB по горизонтали (на плоскости $xy$ )
steph	шаг сетки возможных расположений gNB по горизонтали (на плоскости $xy$ )
sizev	максимальная протяженность области расположения gNB по вертикали (по высоте $z$ )
stepv	шаг сетки возможных расположений gNB по вертикали (по высоте $z$ )

Для выбора параметров области размещения устройств рассмотрим в качестве примера параметры стадиона «Газпром Арена»<sup>5</sup> [Ошибка! Источник ссылки не найден.]: диаметр крыши составляет 286 м, а высота от земли до крыши равна 75 м. Таким образом, территория стадиона укладывается с запасом в размер зоны позиционирования повышенной точности по горизонтали  $D = 500$  м. Параметр высоты для анализа области размещения устройств в пространстве по вертикали примем равным  $V = 100$  м.

Рис. 2 иллюстрирует пример пространственной решетки, в узлах которой представлены возможные размещения базовых станций gNB в пространстве  $500 \times 500 \times 100$  м с шагом по горизонтали  $\Delta D = 25$  м и шагом по вертикали  $\Delta V = 25$  м. Пользовательское устройство фиксировано в центре сетки в точке с координатами  $\mathbf{x} = [0.1, 0.1, 3]^T$ .

Рис. 2. Решетка gNB с шагом 25м в пространстве  $500 \times 500 \times 100$ м

<sup>5</sup> Газпром Арена. Википедия. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Газпром\\_Арена](https://ru.wikipedia.org/wiki/Газпром_Арена) (дата обращения: 04.01.2023).



Далее для поиска мест размещения базовых станций шаг их возможного размещения в пространстве по горизонтали и вертикали примем равным минимальному значению относительной дальности для позиционирования пользовательских устройств друг другом дальномерным методом  $\Delta D = \Delta V = 1\text{м}$  [Ошибка! Источник ссылки не найден.], т. е.  $\text{steph} = \text{stepv} = 1$ .

Формирование пространственной решетки gNB по осям  $x, y, z$  реализуется следующей процедурой в среде Matlab:

```
% формирование решетки координат gNB
```

```
X = -sizeh/2:steph:sizeh/2; Y = -sizeh/2:steph:sizeh/2; Z = 0:stepv:sizev;
```

Для позиционирования пользовательских устройств UE разностно-дальномерным методом в пространстве требуется не менее четырех базовых станций gNB, поэтому в настоящей модели осуществляется поиск мест размещения для четырех и пяти gNB. Исходя из предпосылки о равномерном размещении базовых станций в области зоны обслуживания пользовательских устройств для получения наилучшего геометрического фактора точности позиционирования UE поиск мест размещения gNB осуществляется методом перебора в равных квадрантах заданной зоны обслуживания:

```
% разделение решетки на области: gNB располагаются каждая в своем квадранте
```

```
xi = [1, ceil(length(X)/2);  
      1, ceil(length(X)/2);  
      ceil(length(X)/2), length(X);  
      ceil(length(X)/2), length(X);  
      ceil(length(X)/2)-1, ceil(length(X)/2)+1];  
yi = [1, ceil(length(Y)/2);  
      ceil(length(Y)/2), length(Y);  
      ceil(length(Y)/2), length(Y);  
      1, ceil(length(Y)/2);  
      ceil(length(Y)/2)-1, ceil(length(Y)/2)+1];  
zi = [1, length(Z)];
```

Первые четыре области разделяют квадрат на четыре равные части и используются при поиске мест размещения четырех gNB, каждая из которых располагается в своем квадранте [22]; пятая gNB может располагаться в центральном квадранте зоны обслуживания, что предпочтительно с точки зрения геометрического фактора.

Для поиска мест размещения базовых станций сначала по числу итераций поиска  $N$  инициализируется массив  $\mathbb{R}^{n \times N \times 1}$  всевозможных координат  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  для  $n$  gNB, а также вектора геометрических факторов точности PDOP, HDOP и VDOP размерности  $\mathbb{R}^{N \times 1}$ .

```
% инициализация массивов
```

```
gNB = zeros(n,3,N); pdop = zeros(N,1); hdop = zeros(N,1); vdop = zeros(N,1);
```

После инициализации массивов и векторов задается метод первичных измерений, по которому будет далее осуществляться анализ и поиск размещений gNB по критерию геометрического фактора.





```
calc_case='TOA';
% calc_case='TDOA';
% calc_case='DOA';
% calc_case='TOA-DOA';
% calc_case='TDOA-DOA';
```

Далее в цикле по числу итераций поиска  $N$  выполняются следующие процедуры: из заданного набора квадрантов осуществляется случайный выбор координат для каждой gNB, после этого при фиксированном местоположении UE  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  и выбранном местоположении набора gNB  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$  выполняется расчет геометрических факторов точности PDOP, HDOP и VDOP:

```
for i=1:N
    % выбор координат gNB для i-й итерации расчета
    gNBxi = [randi([xi(1,1), xi(1,2)]);
             randi([xi(2,1), xi(2,2)]);
             randi([xi(3,1), xi(3,2)]);
             randi([xi(4,1), xi(4,2)]);
             randi([xi(5,1), xi(5,2)])];
    gNByi = [randi([yi(1,1), yi(1,2)]);
             randi([yi(2,1), yi(2,2)]);
             randi([yi(3,1), yi(3,2)]);
             randi([yi(4,1), yi(4,2)]);
             randi([yi(5,1), yi(5,2)])];
    gNBzi = [randi([zi(1), zi(2)]);
             randi([zi(1), zi(2)]);
             randi([zi(1), zi(2)]);
             randi([zi(1), zi(2)]);
             randi([zi(1), zi(2)])];
    gNBi = [X(gNBxi).', Y(gNByi).', Z(gNBzi).'];
    gNB(:, :, i) = gNBi(1:n, :);
    % расчет PDOP, HDOP, VDOP
    [pdop(i), hdop(i), vdop(i)] = calculate_dop(gNBi, UE, calc_case);
end
```

Результаты расчета PDOP, HDOP и VDOP вместе с координатами gNB для каждой итерации сохраняются в инициализированных ранее векторах и служат исходными данными для дальнейшей обработки с целью поиска наилучших по критериям геометрических факторов мест размещения базовых станций в пространстве.

## 2.2 Процедуры обработки геометрических факторов

Первым этапом обработки рассчитанных значений PDOP, HDOP и VDOP является инициализация минимального  $DOP_{min}$  и максимального  $DOP_{max}$  значений геометрических факторов; хорошими считаются значения, не превышающие двух:

```
% критерии поиска размещений gNB
mindop = 1; maxdop = 2; % минимальное и максимальное значение DOP
```





Далее проводится обработка конфигураций базовых станций для какого-либо одного геометрического фактора. Началом обработки является фильтрация конфигураций размещений gNB, которые удовлетворяют требованиям максимального геометрического фактора; те конфигурации базовых станций, PDOP, HDOP и VDOP у которых превышают значение  $DOP_{max}$ , исключаются из дальнейшего анализа. Скрипт 2 содержит процедуры обработки DOP под заданный  $DOP_{max}$ .

### Скрипт 2. Функция обработки DOP под заданные требования

```
function [dops, inds, mininds, maxinds, gNBdop, dn, dphi1n, hn] = ...
    dop_process(dop, gNB, UE, mindop, maxdop)
[dops, inds] = sort(dop); gNB = gNB(:, :, inds);
if min(dops) < mindop
    mindop = min(dops);
end
[~, mininds] = min(abs(dops - mindop)); [~, maxinds] = min(abs(dops - maxdop));
dops = dops(mininds:maxinds);
gNBdop = gNB(:, :, mininds:maxinds); dgNB = gNBdop - UE;
% нахождение горизонтальных дальностей между gNB и UE
dn = squeeze(sqrt(sum(dgNB(:, 1:2, :).^2, 2)));
% нахождение азимутальных углов между gNB и UE
phin = squeeze(wrapTo360(atan2d(dgNB(:, 2, :), dgNB(:, 1, :))));
dphi1n = wrapTo360(phin(2:end, :) - phin(1, :));
% нахождение высот gNB
hn = squeeze(gNBdop(:, 3, :));
end
```

Минимальное значение геометрического фактора может быть актуализировано в меньшую сторону. После фильтрации конфигураций базовых станций gNB производится их сортировка в порядке возрастания геометрического фактора DOP. Для каждой конфигурации gNB осуществляется расчет дальности  $d_n$  и угла  $\Delta\phi_{1n}$  до пользовательского устройства UE, а также высоты  $h_n$  каждой базовой станции.

Далее на основе параметров  $d_n$ ,  $\Delta\phi_{1n}$  и  $h_n$  осуществляется вычисление их распределений и поиск наиболее вероятных [22]. Скрипт 3 содержит процедуры оценки распределений параметров gNB.

### Скрипт 3. Функция оценки распределений параметров gNB

```
function [dnd, dnm, dphi1nd, dphi1nm, hnd, hnm] = ...
    calculate_params_distr(dn, dphi1n, hn)
n = size(dn, 1); % число gNB
counts = 100; % число интервалов разбиения
dnd = zeros(n, counts); dnm = zeros(1, n);
hnd = zeros(n, counts); hnm = zeros(1, n);
for i = 1:n
    % распределение дальностей и наиболее характерные дальности
    [dnd(i, :), dndedges(i, :)] = histcounts(dn(i, :), ...
        counts, 'Normalization', 'probability');
    [~, dnd_maxind(i)] = max(dnd(i, :));
    dnm(i) = mean(dndedges(i, dnd_maxind(i):dnd_maxind(i)+1));
    % распределение высот и наиболее характерные высоты
```



```
[hnd(i,:),hndedges(i,:)] = histcounts(hn(i,:),...  
    counts,'Normalization', 'probability');  
[~, hnd_maxind(i)]=max(hnd(i,:));  
hnm(i)=mean(hndedges(i,hnd_maxind(i):hnd_maxind(i)+1));  
end  
dphi1nd=zeros(n-1,counts); dphi1nm=zeros(1,n-1);  
for i=1:n-1  
    % распределение углов и наиболее характерные углы  
    [dphi1nd(i,:),dphi1ndedges(i,:)] = histcounts(dphi1n(i,:),...  
        counts,'Normalization', 'probability');  
    [~, dphi1nd_maxind(i)]=max(dphi1nd(i,:));  
    dphi1nm(i)=mean(dphi1ndedges(i,dphi1nd_maxind(i):dphi1nd_maxind(i)+1));  
end  
end
```

Поскольку в сверхплотных сетях терагерцового диапазона уместно говорить о распределении устройств в пространстве, критерием поиска мест размещения базовых станций gNB выбран геометрический фактор PDOP (36), учитывающий все три координаты.

Модели поиска конфигураций четырех gNB по критериям DOP для ДМ измерений представлены в [22]. Далее рассмотрим модели оценки геометрических факторов для найденных по критерию PDOP конфигураций пяти gNB при различных первичных измерениях.

### 2.3 Модели обработки геометрических факторов

Рис. 3 3, рис. 6, рис. 9, рис. 12 и рис. 15 иллюстрируют распределение параметров дальности  $d_n$  и угла  $\Delta\varphi_{1n}$  до пользовательского устройства UE, а также высоты  $h_n$  каждой базовой станции из отфильтрованных конфигураций gNB для ДМ, РДМ, УМ, ДМ-УМ и РДМ-УМ измерений соответственно. Рис. 4, рис. 7, рис. 10, рис. 13 и рис. 16 иллюстрируют итоговые конфигурации размещений gNB в пространстве для перечисленных выше первичных измерений, найденные по наиболее вероятными распределениями параметров  $d_n$ ,  $\Delta\varphi_{1n}$  и  $h_n$ . Рис. 5, рис. 8, рис. 11, рис. 14 и рис. 17 иллюстрируют PDOP, HDOP и VDOP для конфигураций gNB, оставшихся после первоначальной фильтрации базовых станций, чьи размещения приводят к превышению  $DOP_{max}$ .



### 2.3.1 Модели DOP для дальномерных измерений

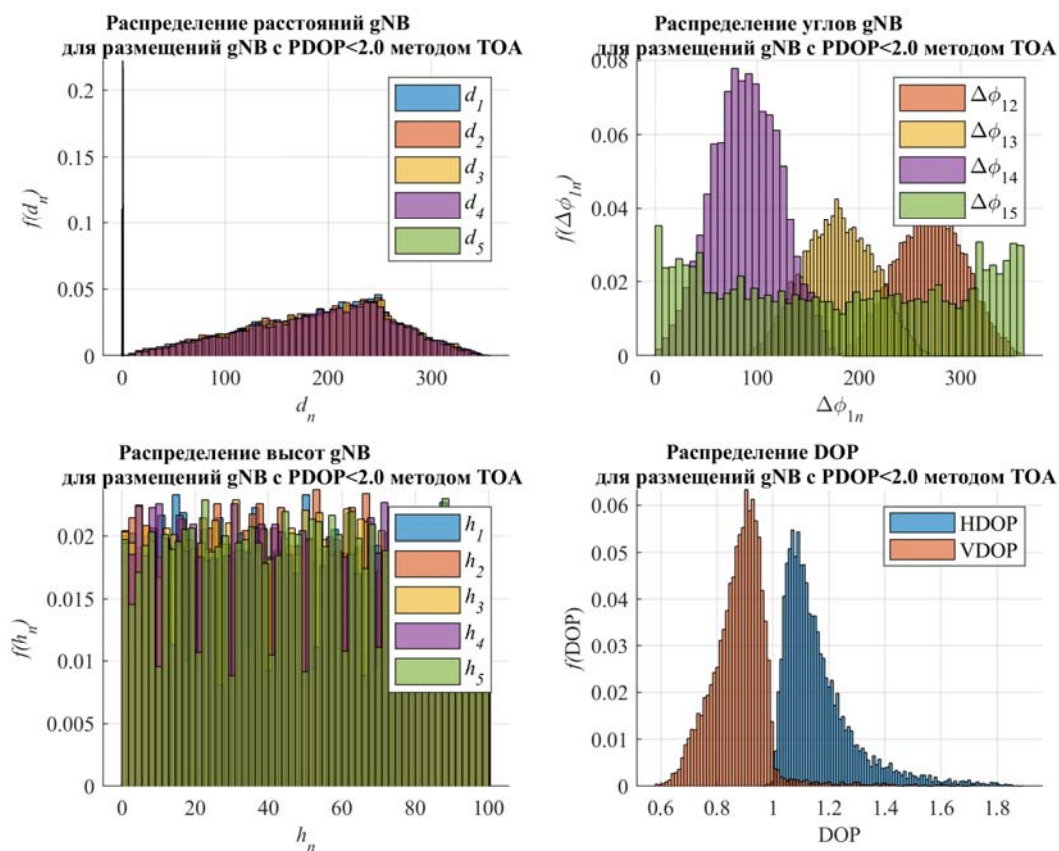


Рис. 3. Распределение параметров gNB для ДМ измерений

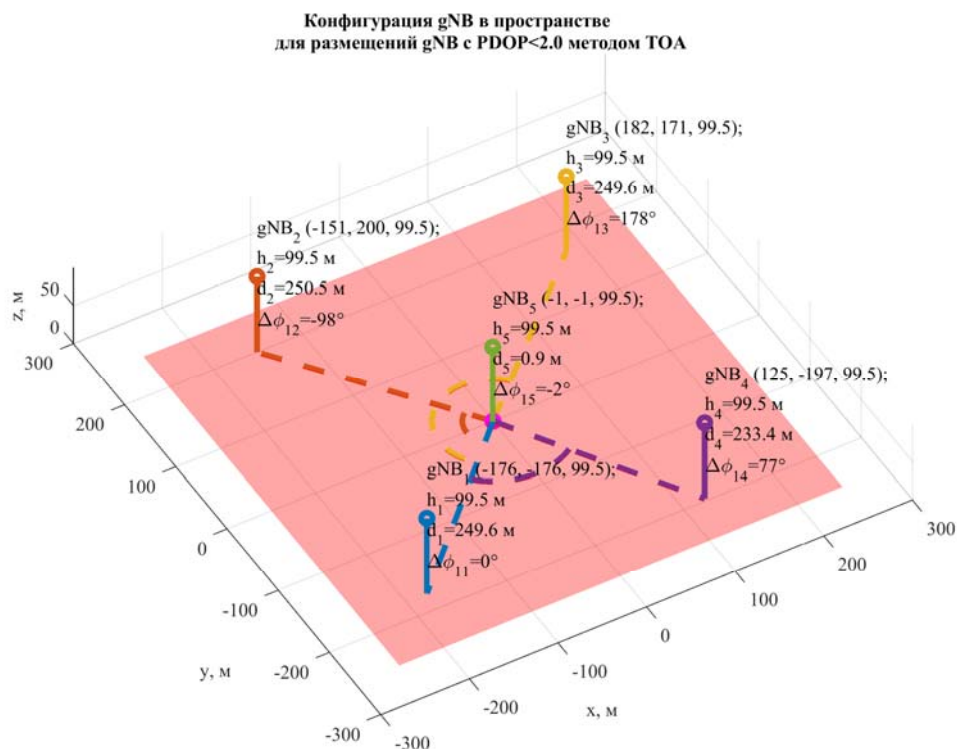


Рис. 4. Конфигурация размещения gNB для ДМ измерений

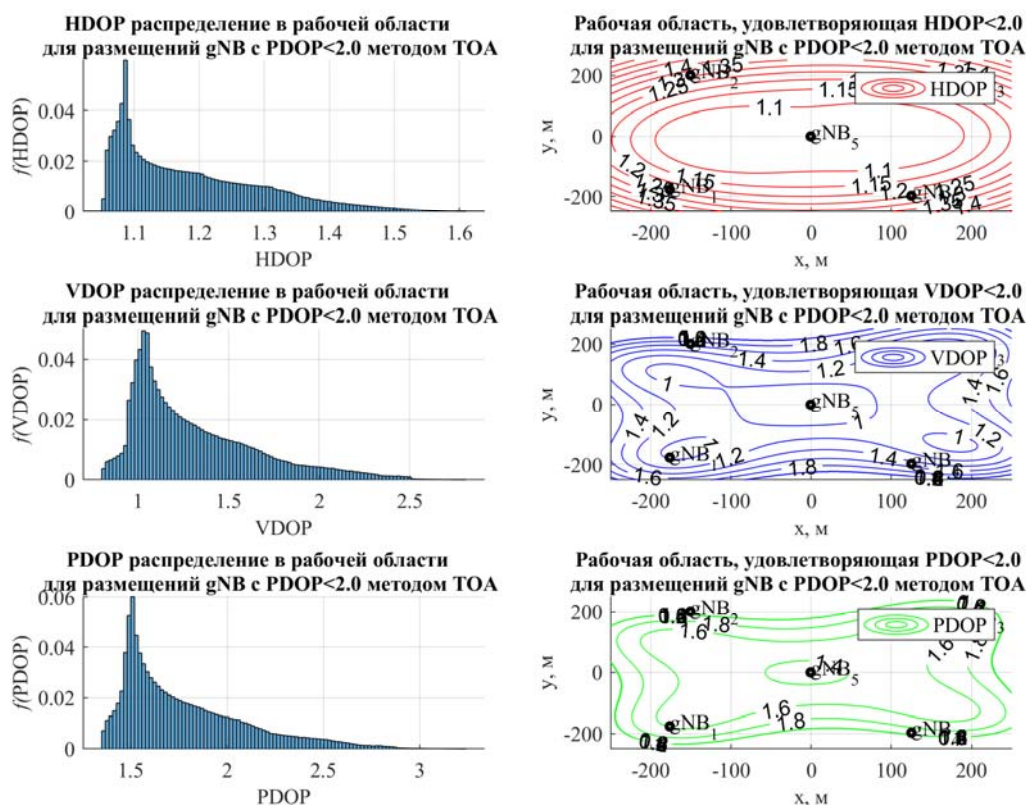


Рис. 5. DOP при размещении gNB для ДМ измерений

### 2.3.2 Модели DOP для разностно-дальномерных измерений

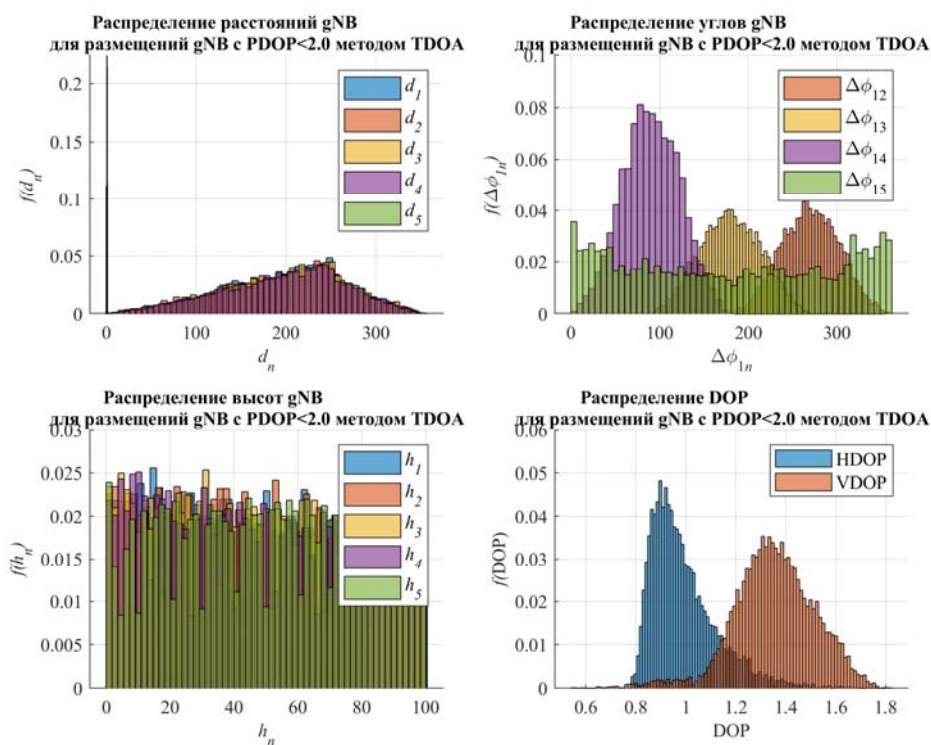


Рис. 6. Распределение параметров gNB для РДМ измерений



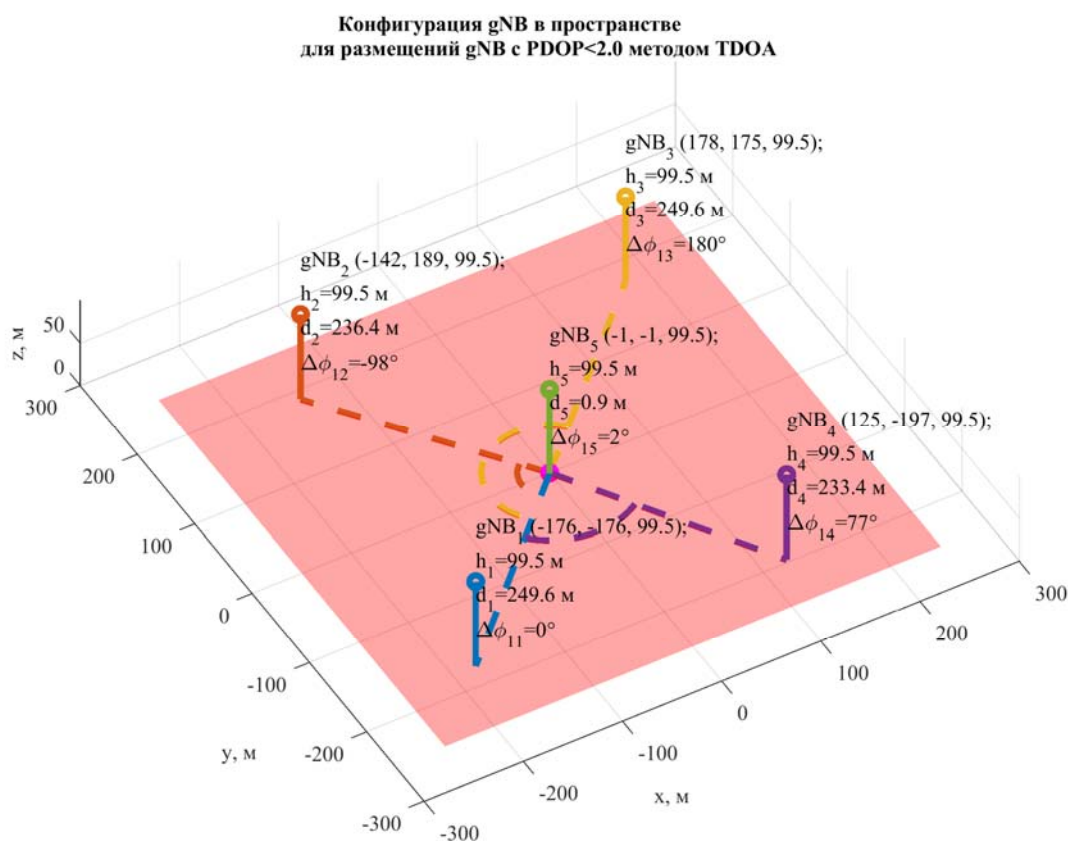


Рис. 7. Конфигурация размещения gNB для РДМ измерений

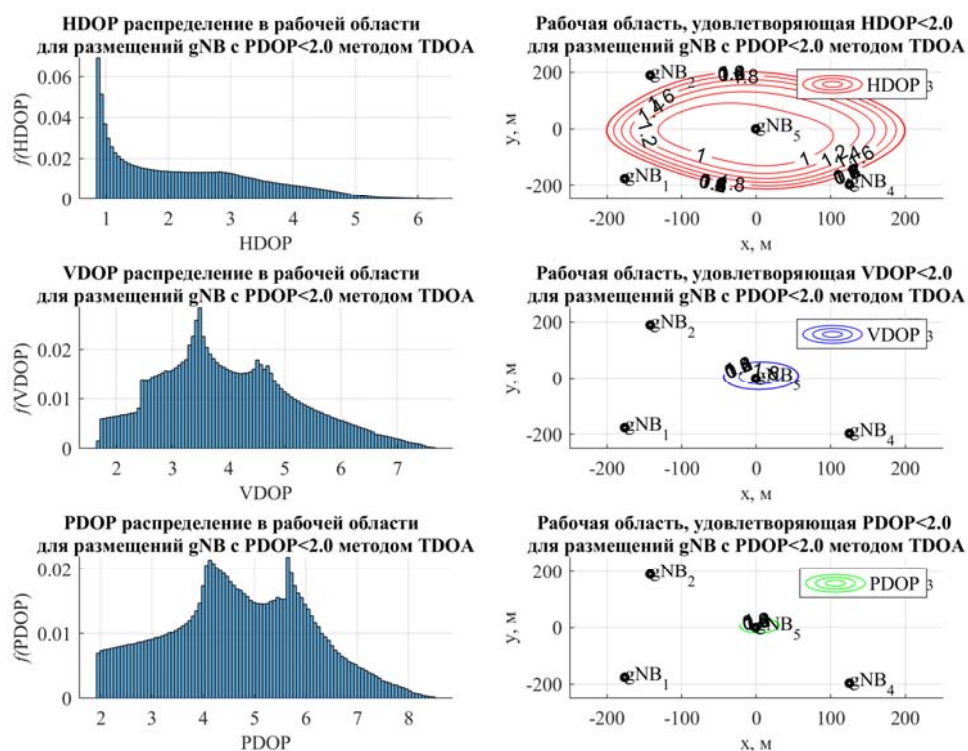


Рис. 8. DOP при размещении gNB для РДМ измерений



### 2.3.3 Модели DOP для угломерных измерений

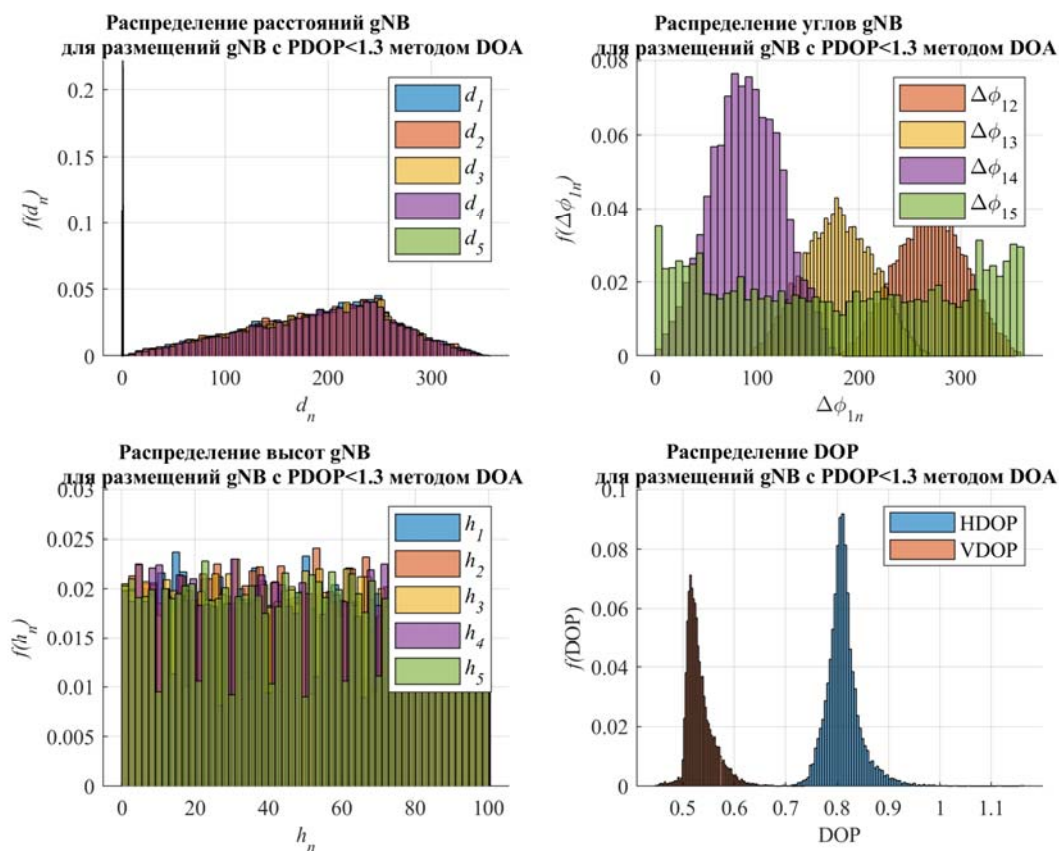


Рис. 9. Распределение параметров gNB для УМ измерений

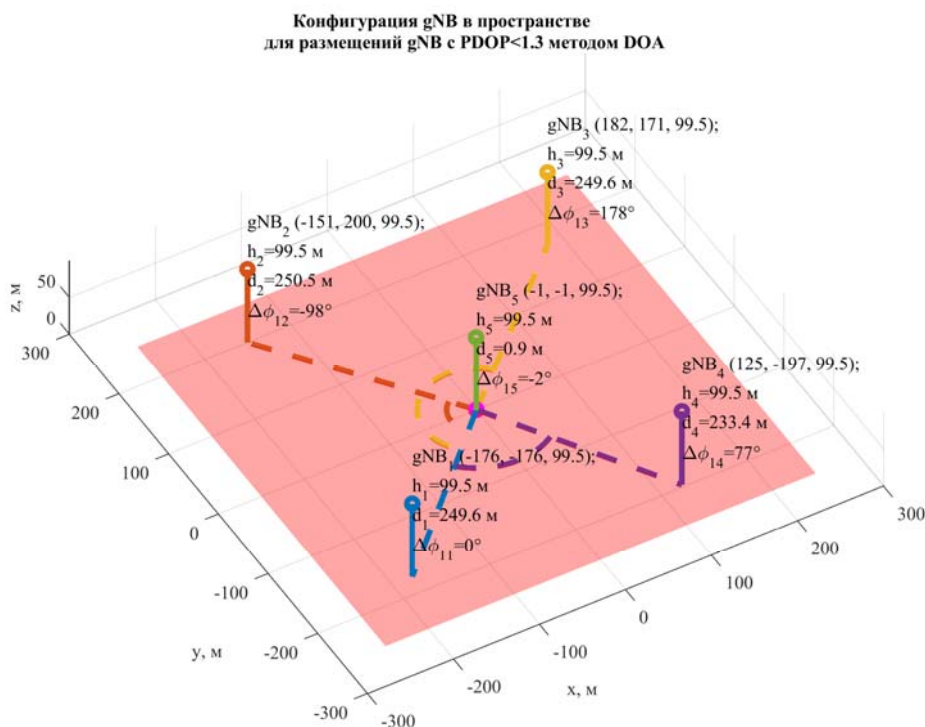


Рис. 10. Конфигурация размещения gNB для УМ измерений

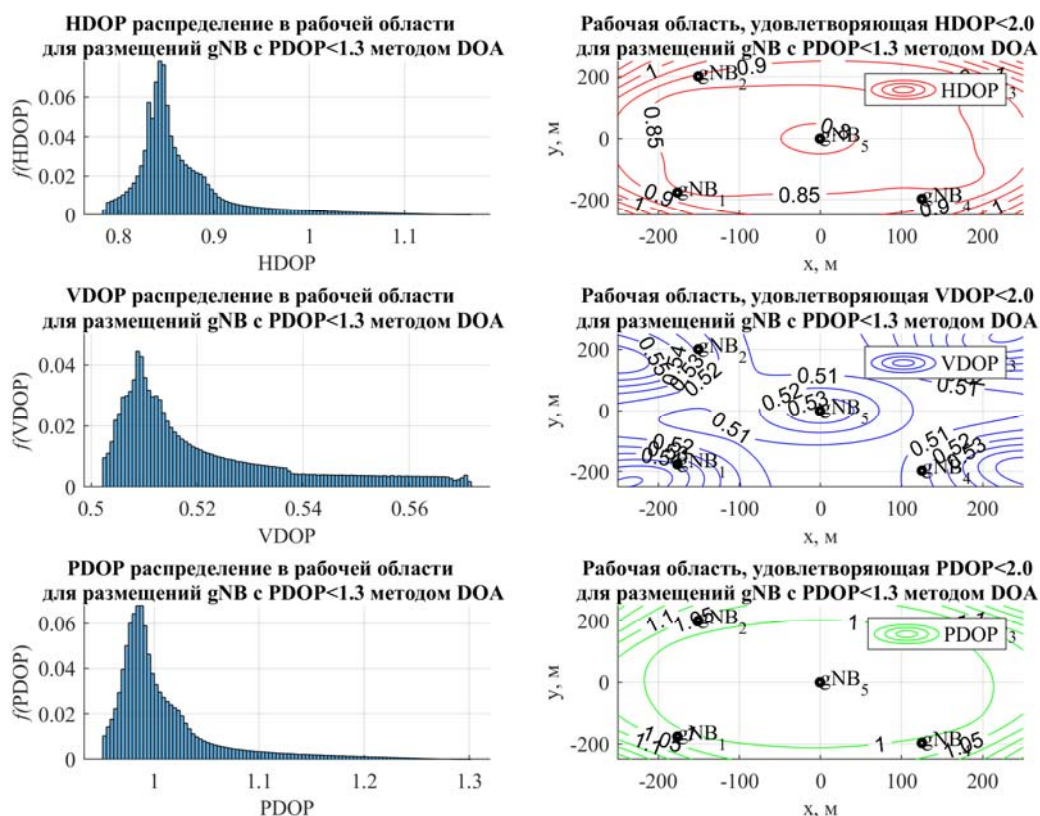


Рис. 11. DOP при размещении gNB для УМ измерений

### 2.3.4 Модели DOP для комбинированных измерений

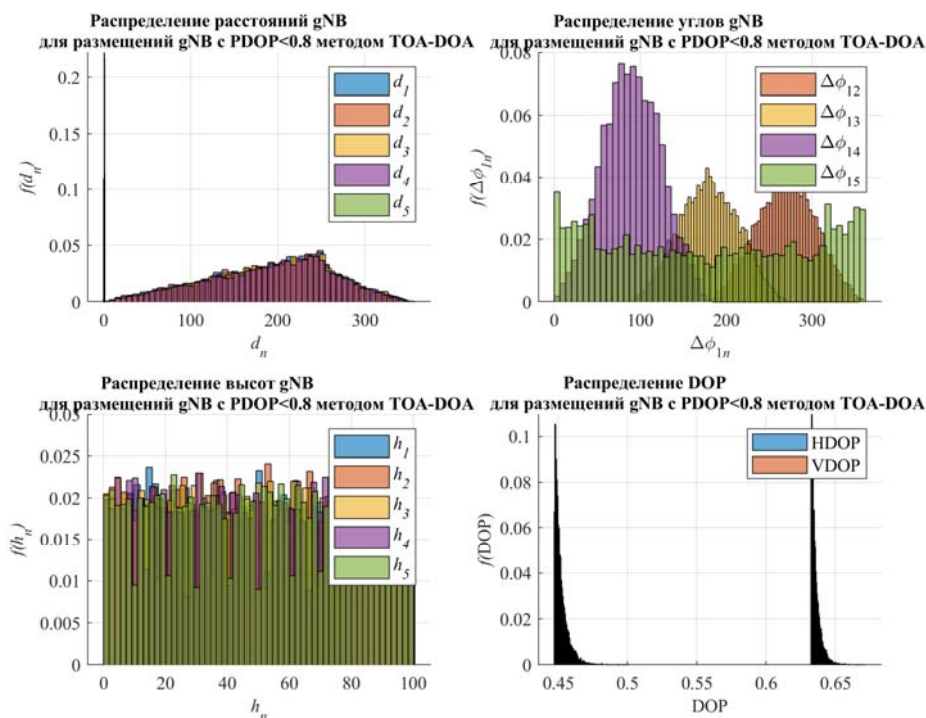


Рис. 12. Распределение параметров gNB для ДМ-УМ измерений



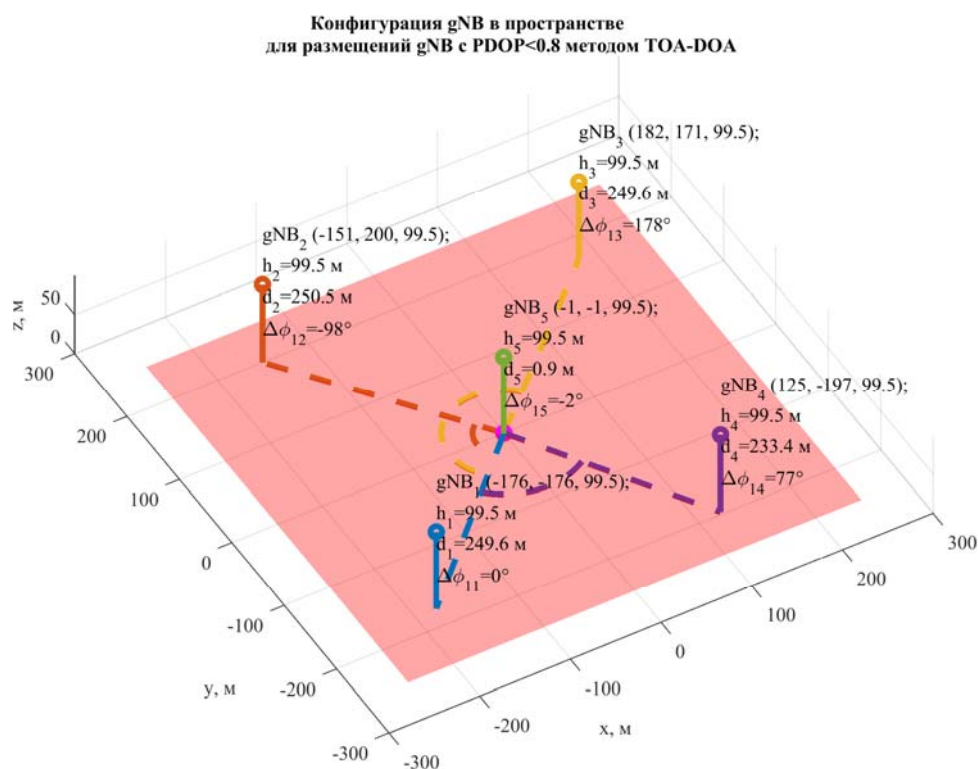


Рис. 13. Конфигурация размещения gNB для ДМ-УМ измерений

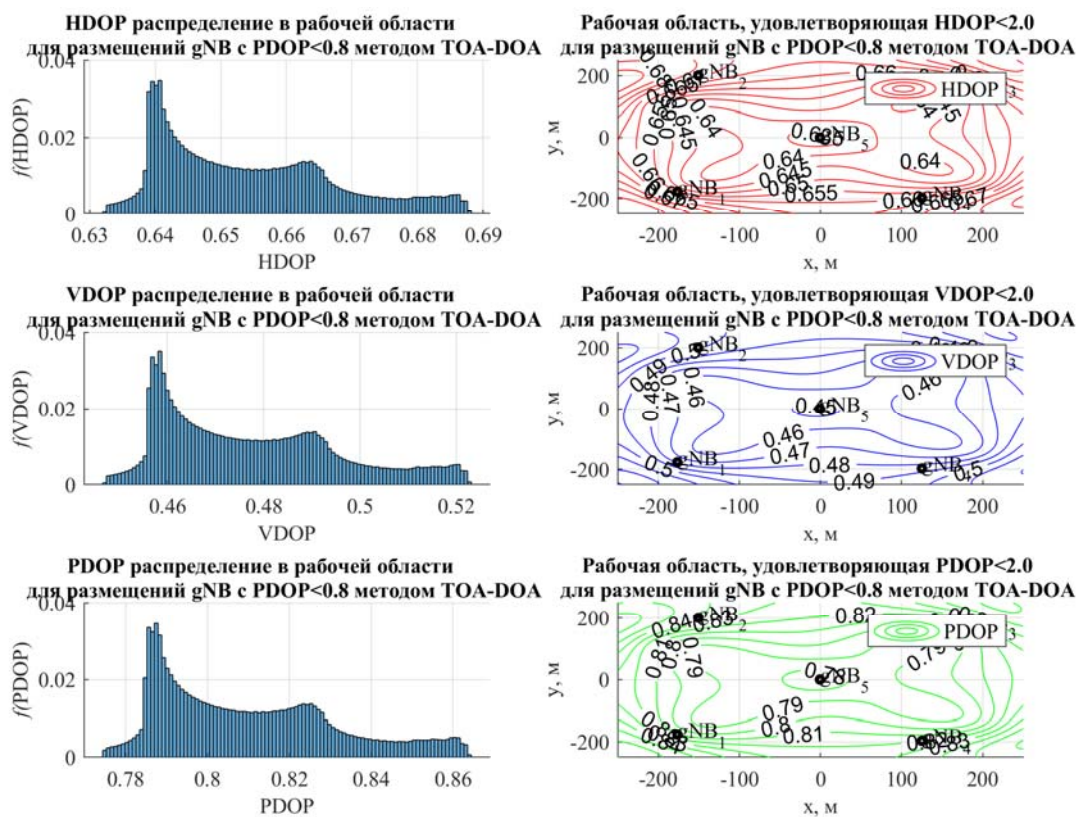


Рис. 14. DOP при размещении gNB для ДМ-УМ измерений

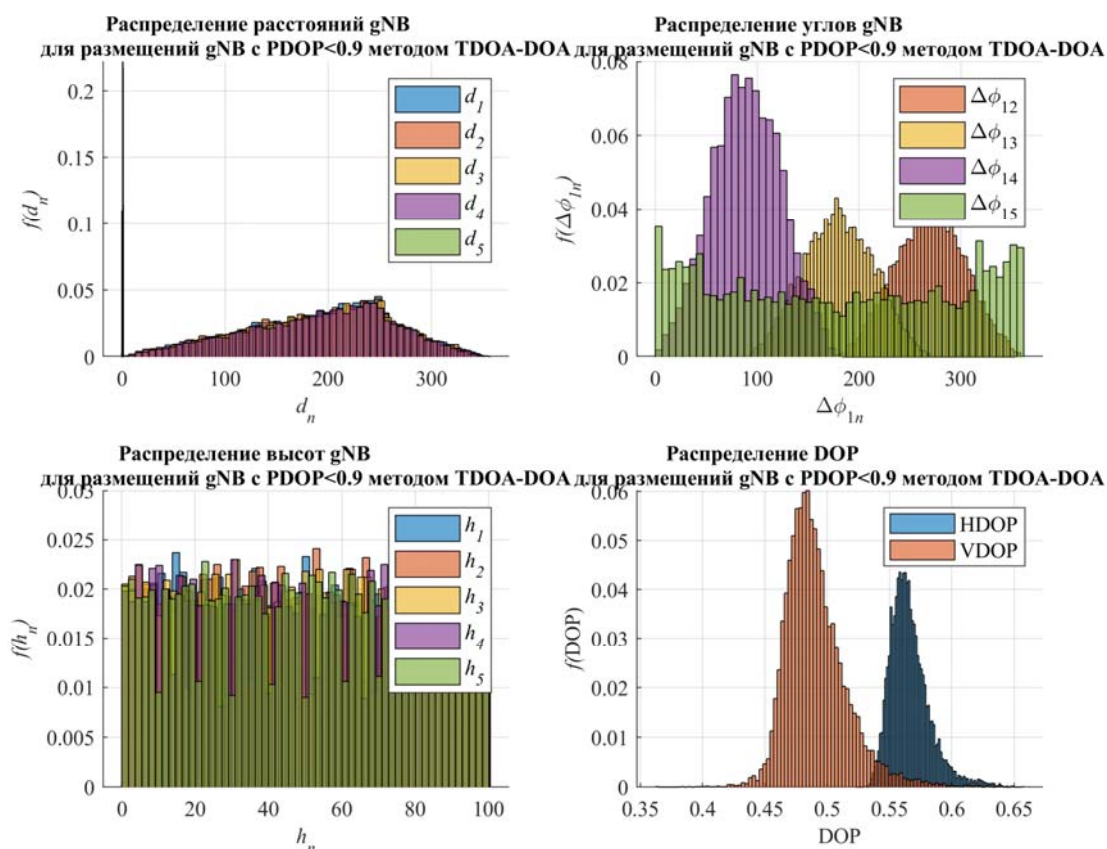


Рис. 15. Распределение параметров gNB для РДМ-УМ измерений

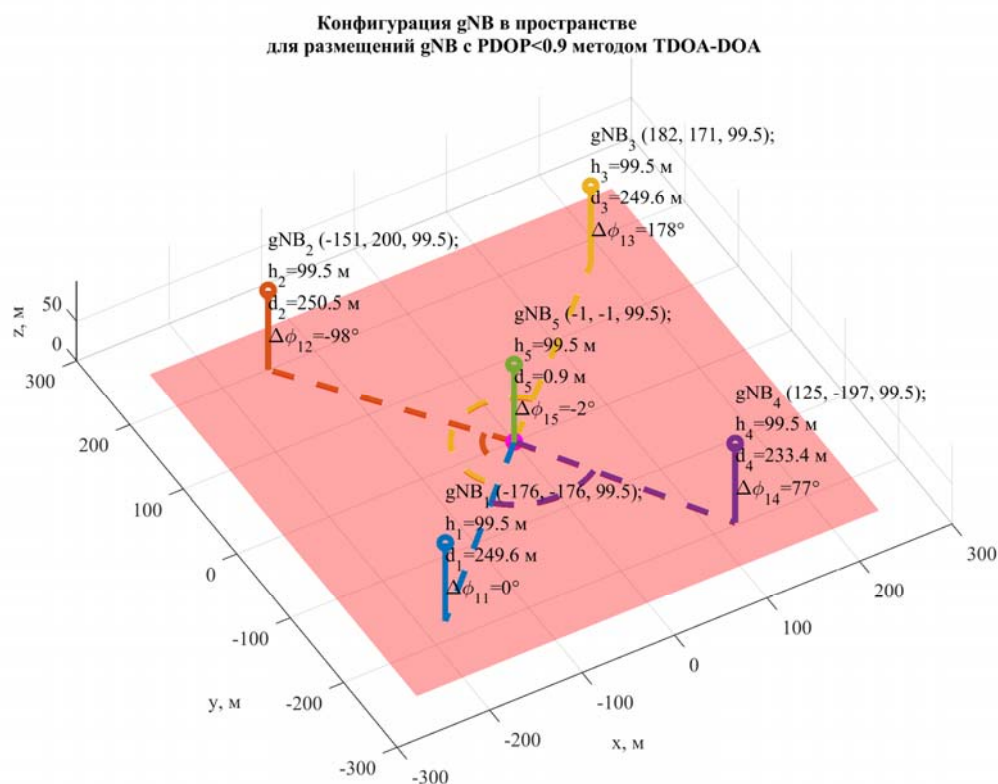


Рис. 16. Конфигурация размещения gNB для РДМ-УМ измерений

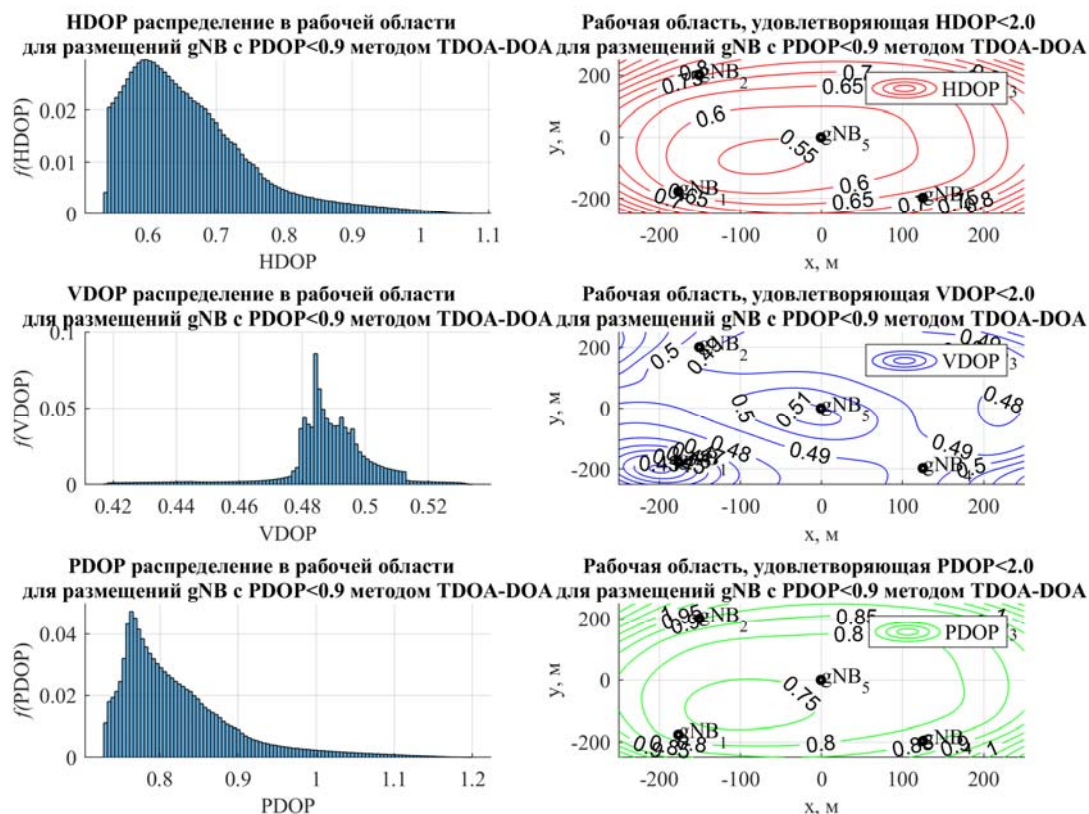


Рис. 17. DOP при размещении gNB для РДМ-УМ измерений

### 2.3.5 Выводы

Анализ моделей обработки геометрических факторов и представленных выше (рис. 3–рис. 17) результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Конфигурации размещений пяти базовых станций, найденные по наиболее вероятным распределениям параметров местоположения gNB относительно фиксированных координат UE для ДМ, РДМ, УМ, ДМ-УМ и РДМ-УМ измерений в целом похожи: четыре gNB размещаются в окрестностях вершин квадрата области размещения по горизонтали; пятая gNB ожидаемое размещается в центре области размещения по горизонтали; высоты gNB выбираются наибольшими из допустимой области размещения по вертикали.

2. Наиболее равномерную рабочую область по критериям HDOP, VDOP и PDOP, а также наименьшие значения геометрического фактора снижения точности по горизонтали, вертикали и в пространстве обеспечивает комбинированный дальномерно-угломерный метод измерений; при этом значения DOP во всей рабочей области при фиксированной высоте UE получаются менее единицы, что в радиолокации и радионавигации считается близким к идеальному результату.

### Заключение

В настоящей работе формализовано алгоритмическое, методическое и программное обеспечение для поиска мест размещения базовых станций gNB в про-





странстве на основе геометрических факторов снижения точности позиционирования при фиксированном размещении пользовательского устройства UE в зоне обслуживания. Направлением развития подхода является снятие ограничения о фиксированном размещении UE в пространстве, а также увеличение количества gNB более пяти. Подобный подход позволит осуществлять поиск и обоснование мест размещения базовых станций и/или маршрутизаторов в сценариях сверхплотного размещения пользовательских устройств в насыщенном биомассами пространстве.

*Научное исследование выполнено в ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича» в рамках мегагранта Минобрнауки по соглашению № 075-12-2022-1137.*

### Литература

1. Молчанов Д. А., Бегишев В. О., Самуйлов К. Е., Кучерявый Е. А. Сети 5G/6G: архитектура, технологии, методы анализа и расчета. М.: РУДН. 2022. 516 с.
2. Кучерявый А. Е. Сети связи ожидает блестящее наукоёмкое будущее // Электросвязь. 2022. № 1. С. 3–5.
3. Кучерявый А. Е., Бородин А. С., Киричек Р. В. Сети связи 2030 // Электросвязь. 2018. № 11. С. 52–56.
4. Волков А. Н., Мутханна А. С. А., Кучерявый А. Е. Сети связи пятого поколения: на пути к сетям 2030 // Информационные технологии и телекоммуникации. 2020. Том 8. № 2. С. 32–43. DOI 10.31854/2307-1303-2020-8-2-32-43.
5. Чистова Н. А., Парамонов А. И., Кучерявый А. Е. Метод формирования цифровых кластеров сетей связи пятого и последующих поколений на основе качества предоставления услуг // Электросвязь. 2020. № 7. С. 22–28.
6. Тонких Е. В., Парамонов А. И., Кучерявый А. Е. Анализ беспроводной сети интернета вещей высокой плотности // Электросвязь. 2020. № 1. С. 44–48.
7. Бородин А. С., Кучерявый А. Е., Парамонов А. И. Особенности использования D2D-технологий в зависимости от плотности пользователей и устройств // Электросвязь. 2018. № 10. С. 40–45.
8. Roth J. D., Tummala M., McEachen J. C. Efficient System Geolocation Architecture in Next-Generation Cellular Networks // IEEE Systems Journal. 2018. Vol. 12. № 4. pp. 3414–3425.
9. Roth J.D., Tummala M., McEachen J.C. Fundamental Implications for Location Accuracy in Ultra-Dense 5G Cellular Networks // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2019. Vol. 68. № 2. pp. 1784–1795.
10. Kanhere O., Rappaport T.S. Position Location for Futuristic Cellular Communications: 5G and Beyond // IEEE Communications Magazine. 2021. Vol. 59. № 1. pp. 70–75.
11. Bartoletti S. et al. Location-Based Analytics in 5G and Beyond // IEEE Communications Magazine. 2021. Vol. 59. № 7. pp. 38–43.
12. Bartoletti S. et al. Positioning and Sensing for Vehicular Safety Applications in 5G and Beyond // IEEE Communications Magazine. 2021. Vol. 59. № 11. pp. 15–21.
13. Conti A. et al. Location Awareness in Beyond 5G Networks // IEEE Communications Magazine. 2021. Vol. 59. № 11. pp. 22–27.
14. De Lima, Carlos, et al. Convergent communication, sensing and localization in 6G systems: An overview of technologies, opportunities and challenges // IEEE Access. 2021. № 9. PP. 26902–26925.
15. Huang J., Liang J., Luo S. Method and Analysis of TOA-Based Localization in 5G Ultra-Dense Networks with Randomly Distributed Nodes // IEEE Access. 2019. Vol. 7. pp. 174986–175002.
16. Ash J.N., Moses R.L. On optimal anchor node placement in sensor localization by optimization of subspace principal angles // 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. 2008. pp. 2289–2292.



17. Xhafa A. del Peral-Rosado J. A., López-Salcedo J. A., Seco-Granados G. Evaluation of 5G Positioning Performance Based on UTDofA, AoA and Base-Station Selective Exclusion // *Sensors*. 2022. Vol. 22. №. 1. pp. 101.
18. Фокин Г. А. Технологии сетевого позиционирования. СПб.: СПбГУТ. 2020. 558 с.
19. Фокин Г. А. Комплекс моделей и методов позиционирования устройств в сетях пятого поколения. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук: 05.12.13, 05.12.04 / Григорий Алексеевич Фокин. Санкт-Петербург, 2021. 499 с.
20. Фокин Г. А. Технологии сетевого позиционирования 5G. М.: Горячая Линия – Телеком. 2021. 456 с.
21. Dempster A.G. Dilution of precision in angle-of-arrival positioning systems. *Electronics Letters*. 2006. Vol. 42. № 5. PP. 291-292.
22. Фокин Г. А. Модель поиска топологии локальной дальномерной системы позиционирования 5G по заданному геометрическому фактору // *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2021. № 4 (44). С. 27–38.
23. Фокин Г.А. Программный модуль поиска и оптимизации топологии локальной системы позиционирования по заданному геометрическому фактору для объекта с фиксированным местоположением. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021667738, 02.11.2021. Правообладатель: СПбГУТ. Заявка № 2021667002 от 26.10.2021.

### References

1. Molchanov D. A., Begishev V. O., Samuilov K. E., Kucheryavy E. A. 5G/6G networks: architecture, technologies, methods of analysis and calculation. Moscow: RUDN. 2022. 516 p.
2. Kucheryavy A. E. The communications network has a bright, science-intensive future // *Elektrosvyaz*. 2022. No. 1. pp. 3–5.
3. Kucheryavy A. E., Borodin A. S., Kirichuk R. V. Communication networks 2030 // *Elektrosvyaz*. 2018. No. 11. pp. 52–56.
4. Volkov A. N., Mutkhanna A. S. A., Kucheryavy A. E. Communication networks of the fifth generation: on the way to networks 2030 // *Telecom IT*. 2020. Vol. 8. Iss. 2. pp. 32–43. DOI 10.31854/2307-1303-2020-8-2-32-43.
5. Chistova N. A., Paramonov A. I., Kucheryavyi A. E. Method for the formation of digital clusters of communication networks of the fifth and subsequent generations based on the quality-of-service provision // *Elektrosvyaz*. 2020. No. 7. S. 22–28.
6. Tonkikh E. V., Paramonov A. I., Kucheryavyi A. E. Analysis of the high-density wireless Internet of things // *Elektrosvyaz*. 2020. No. 1. pp. 44–48.
7. Borodin A. S., Kucheryavyi A. E., Paramonov A. I. Peculiarities of using D2D-technologies depending on the density of users and devices // *Elektrosvyaz*. 2018. No. 10. pp. 40–45.
8. Roth J.D., Tummala M., McEachen J.C. Efficient System Geolocation Architecture in Next-Generation Cellular Networks // *IEEE Systems Journal*. 2018. Vol. 12. No. 4. pp. 3414–3425.
9. Roth J. D., Tummala M., McEachen J. C. Fundamental Implications for Location Accuracy in Ultra-Dense 5G Cellular Networks // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2019. Vol. 68. No. 2. pp. 1784–1795.
10. Kanhere O., Rappaport T. S. Position Location for Futuristic Cellular Communications: 5G and Beyond // *IEEE Communications Magazine*. 2021. Vol. 59. No. 1. pp. 70–75.
11. Bartoletti S. et al. Location-Based Analytics in 5G and Beyond // *IEEE Communications Magazine*. 2021. Vol. 59. No. 7. pp. 38–43.
12. Bartoletti S. et al. Positioning and Sensing for Vehicular Safety Applications in 5G and Beyond // *IEEE Communications Magazine*. 2021. Vol. 59. No. 11. pp. 15–21.
13. Conti A. et al. Location Awareness in Beyond 5G Networks // *IEEE Communications Magazine*. 2021. Vol. 59. No. 11. pp. 22–27.
14. De Lima, Carlos, et al. Convergent communication, sensing and localization in 6G systems: An overview of technologies, opportunities and challenges // *IEEE Access*. 2021. No. 9. pp. 26902–26925.
15. Huang J., Liang J., Luo S. Method and Analysis of TOA-Based Localization in 5G Ultra-Dense Networks with Randomly Distributed Nodes // *IEEE Access*. 2019. Vol. 7. pp. 174986–175002.



16. Ash J. N., Moses R. L. On optimal anchor node placement in sensor localization by optimization of subspace principal angles // 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. 2008. pp. 2289–2292.
17. Xhafa A. del Peral-Rosado J. A., López-Salcedo J. A., Seco-Granados G. Evaluation of 5G Positioning Performance Based on UTDofA, AoA and Base-Station Selective Exclusion // Sensors. 2022. Vol. 22. No. 1. pp. 101.
18. Fokin G. A. Network positioning technologies. SPb.: SPbGUT. 2020. 558 p.
19. Fokin G. A. A set of models and methods for positioning devices in fifth-generation networks. Dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences: 05.12.13, 05.12.04. St. Petersburg, 2021. 499 p.
20. Fokin G. A. 5G network positioning technologies. M.: Hot Line - Telecom. 2021. 456 p.
21. Dempster A.G. Dilution of precision in angle-of-arrival positioning systems. Electronics Letters. 2006. Vol. 42. No. 5. pp. 291–292.
22. Fokin G. A. Search model for the topology of a local range-measuring positioning system 5G by a given geometric factor // Radio engineering and telecommunication systems. 2021. No. 4 (44). pp. 27–38.
23. Fokin G. A. Software module for searching and optimizing the topology of the local positioning system by a given geometric factor for an object with a fixed location. Certificate of state registration of the computer program No. 2021667738, 02.11.2021. Copyright holder SPbSUT im. prof. M. A. Bonch-Bruevich. Application No. 2021667002 dated 10/26/2021.

**Фокин Григорий Алексеевич**

доктор технических наук, доцент, профессор кафедры Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, [grihafokin@gmail.com](mailto:grihafokin@gmail.com)

**Кучерявый Андрей Евгеньевич**

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, [akouch@mail.ru](mailto:akouch@mail.ru)

**Fokin Grigoriy A.**

Doctor of Engineering Sciences, Docent, Professor at the Department, The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications, [grihafokin@gmail.com](mailto:grihafokin@gmail.com)

**Koucheryavy Andrey E.**

Doctor of Engineering Sciences, Full Professor, Head of the Department, The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications, [akouch@mail.ru](mailto:akouch@mail.ru)