



ЛИНЕЙНОЕ СЕТЕВОЕ КОДИРОВАНИЕ С ПРЯМОЙ КОРРЕКЦИЕЙ ОШИБОК В СИСТЕМЕ БЕСПРОВОДНОГО РЕТРАНСЛЯТОРА ПАКЕТОВ

С. С. Владимиров*, **А. С. Гутовский**, **А. И. Фомин**

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

* Адрес для переписки: vladimirov.opds@gmail.com

Аннотация—Предмет исследования. Статья представляет результаты сравнения трех байтовых помехоустойчивых кодов по их вероятностным характеристикам в системе с сетевым кодированием. **Метод.** Проведено имитационное моделирование для определения вероятностных характеристик байтовых помехоустойчивых кодов для системы передачи с сетевым кодированием. Рассмотрены принципы кодирования и декодирования исследованных кодов. **Основные результаты.** Определены и представлены вероятностные характеристики байтовых помехоустойчивых кодов и выработаны рекомендации по их применению в системе передачи с сетевым кодированием в зависимости от ее назначения. **Практическая значимость.** Предлагается применение рассмотренных помехоустойчивых кодов для построения систем передачи с сетевым кодированием. Отмечается применимость этих кодов при разработке прикладных байтовых протоколов, требующих применения механизмов прямой коррекции ошибок в каналах связи.

Ключевые слова—расширенный код Хэмминга, расширенный код Голея, укороченный код Рида–Соломона, сетевое кодирование.

Информация о статье

УДК 519.725, 621.391

Язык статьи – русский.

Поступила в редакцию 15.03.2022, принята к печати 01.06.2022.

Для цитирования: Владимиров С. С., Гутовский А. С., Фомин А. И. Линейное сетевое кодирование с прямой коррекцией ошибок в системе беспроводного ретранслятора пакетов // Информационные технологии и телекоммуникации. 2022. Том 10. № 1. С. 21–33. DOI 10.31854/2307-1303-2022-10-1-21-33.



TRAFFIC OFFLOADING MODEL IN A MULTI-LEVEL EDGE COMPUTING SYSTEM FOR AUTONOMOUS VEHICLES

S. Vladimirov*, **A. Gutovskiy**, **A. Fomin**

The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

*Corresponding author: vladimirov.opds@gmail.com

Abstract—Research subject. The paper presents the results of comparing three byte error-correcting codes according to their probabilistic characteristics in a system with network coding. **Method.** Simulation modeling has been carried out to determine the probabilistic characteristics of byte error-correcting codes for a transmission system with network coding. The principles of coding and decoding of the studied codes are considered. **Core results.** The probabilistic characteristics of byte error-correcting codes are determined and presented, and recommendations are developed for their use in a transmission system with network coding, depending on its purpose. **Practical relevance.** The application of the considered error-correcting codes for the construction of transmission systems with network coding is proposed. The applicability of these codes in the development of applied byte protocols that require the use of forward error correction mechanisms in communication channels is noted.

Keywords—Hamming code with additional parity check, extended Golay code, shortened Reed–Solomon code, network coding.

Article info

Article in Russia.

Received 15.03.2022, accepted 01.06.2022.

For citation: Vladimirov S., Gutovskiy A., Fomin A.: Linear network coding with forward error correction in wireless packet relaying system // Telecom IT. 2022. Vol. 10. Iss. 1. pp. 21–33. DOI 10.31854/2307-1303-2022-10-1-21-33.



Введение

Технологии передачи данных с применением сетевого кодирования исследуются, начиная с 1999 года [1, 2, 3]. Этот способ передачи подразумевает проведение кодирования данных на передающих узлах и на промежуточных маршрутизирующих и/или ретранслирующих узлах [3, 4, 5]. Математически сетевое кодирование представляет собой обратимое линейное преобразование пакетов данных с помощью математических операций. Как правило, в качестве такой операции применяется простейшая обратимая операция — поразрядное сложение по модулю 2, также называемая «исключающее-или» [2, 6, 7].

Важным случаем применения сетевого кодирования является реализация высоконагруженных узлов ретрансляции пакетов в системах цифровой радиопередачи, использующих полудуплексные радиопротоколы с общей разделяемой средой передачи [8, 9]. Пример выигрыша от использования сетевого кодирования при ретрансляции пакетов показан на рис. 1 на примере обмена пакетами между двумя оконечными узлами A и B через радиоретранслятор R [8, 9]. В верхней части рисунка обмен производится без использования сетевого кодирования, что требует минимум 4 временных интервала передачи. При этом, можно видеть, что при передаче пакетов от радиоретранслятора они распространяются в том числе и обратно отправившему их узлу (при использовании omnidirectional антенн). Применение сетевого кодирования в нижней части рисунка позволяет уменьшить время доставки пакетов до 3 временных интервалов ценой проведения дополнительных вычислений на ретрансляторе R и узлах-получателях и пересылки одного закодированного пакета $P_{NC} = P_1 * P_2$, где «*» — операция сетевого кодирования, вместо пересылки обоих пакетов P_1 и P_2 .

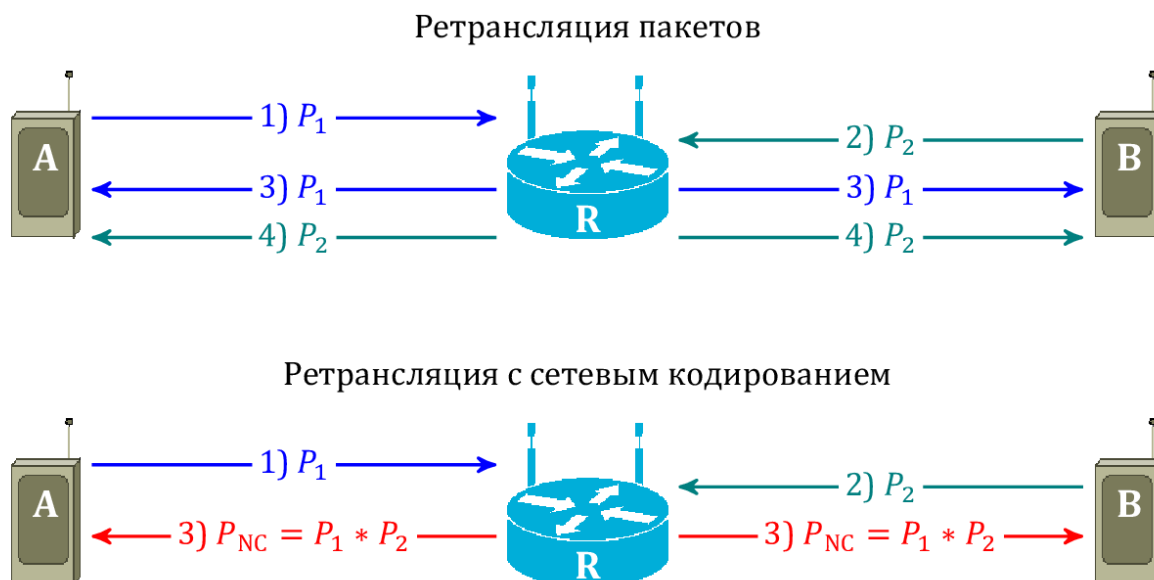


Рис. 1. Сравнение обычной ретрансляции пакетов с ретрансляцией на основе сетевого кодирования

Следует отметить, что сложение пакетов при сетевом кодировании может приводить к размножению ошибок. В рассмотренном на рис. 1 примере, видно,



что если при передаче на первых двух шагах пакеты P_1 и P_2 были подвержены ошибкам, то результирующий пакет $P_{NC} = P_1 * P_2$ будет содержать ошибки обоих исходных пакетов. Это может привести к невозможности его восстановления на узлах получателях.

Именно поэтому, одним из важнейших направлений исследования систем с сетевым кодированием является вопрос их использования совместно с помехоустойчивыми кодами. Такие исследования проводятся по всему миру различными группами ученых и разработчиков.

Помехоустойчивые коды для систем с сетевым кодированием

С 2009 года в МФТИ ведется исследование применения ранговых кодов Габидуллина для систем со случайным сетевым кодированием [5, 10, 11].

В 2011 году группой разработчиков из американской R&D компании InterDigital [12] была представлена работа, посвященная использованию двоичных и троичных сверточных кодов в системах радиотрансляции с сетевым кодированием.

В 2013 году коллектив исследователей из МТИ [13] рассмотрел вопрос применения сетевого кодирования совместно с канальным сверточным кодированием для беспроводных сенсорных сетей с низким энергопотреблением.

Многие исследователи [14, 15, 16] предлагают применять для систем передачи с сетевым кодированием недвоичные помехоустойчивые коды Рида–Соломона. Такие коды обеспечивают высокую исправляющую способность, но имеют большую вычислительную сложность по сравнению с простыми двоичными кодами.

Другим примером сложных эффективных помехоустойчивых кодов, популярных среди исследователей, являются низкоплотностные LDPC коды [17, 18, 19, 20, 21].

Следует отметить, что большая часть рассматриваемых кодов, за исключением некоторых вариантов кодов Рида–Соломона предполагают работу с битовым потоком данных, что удобно для реализации аппаратных декодеров на логических схемах, но гораздо менее удобно при реализации программных кодеков на микроконтроллерах. Программная реализация подразумевает работу с регистрами памяти и переменными, размер которых кратен байту (октет). Следовательно, для таких случаев удобно использовать коды, в которых размер кодового слова кратен одному байту, а размер информационного слова кратен хотя бы полубайту (4 битам).

На кафедре СС и ПД СПбГУТ авторами ранее было проведено сравнение однобайтовых помехоустойчивых кодов [22, 23], которое показало, что для систем с сетевым кодированием может быть удобно использовать расширенный код Хэмминга (8, 4), обеспечивающий хорошую исправляющую и обнаруживающую способность с простотой реализации программного кода.

Однако, помимо простых байтовых кодов существуют и другие помехоустойчивые коды, подходящие под условие кратности полубайту. К таким кодам можно отнести расширенный двоичный код Голея (24, 12) и укороченные коды Рида–Соломона над полем $GF(2^4)$.



В статье проводится сравнение трех помехоустойчивых кодов:

- 1) расширенный код Хэмминга (8, 4);
- 2) расширенный двоичный код Голея (24, 12);
- 3) укороченный код Рида–Соломона (12, 6) над полем $GF(2^4)$.

Все эти коды сравнимы между собой, так как обеспечивают кодирование со скоростью $R = 0,5$ и могут быть сведены к единому 48-битному блоку, содержащему 24 информационных и 24 проверочных бита. Такой 48-битный блок может быть составлен из 6 кодовых слов расширенного кода Хэмминга, 2 кодовых слов кода Голея или 1 кодового слова рассматриваемого укороченного кода Рида–Соломона.

Расширенный код Хэмминга (8, 4)

Кодовое слово расширенного кода Хэмминга (8, 4) состоит из кодового слова классического кода Хэмминга (7, 4) с добавлением бита четности к его кодовому слову, что увеличивает минимальное кодовое расстояние кода до $d_{\min} = 4$ и обеспечивает возможность режима работы с исправлением и обнаружением ошибок. Расширенный код Хэмминга позволяет исправить любую однократную ошибку и одновременно определить любую ошибку чётной кратности [24, 25, 26].

Кодирование расширенного кода Хэмминга удобнее всего реализовывать через порождающую матрицу G_{HE} размером 4×8 , равную [23]:

$$G_{HE} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, функция кодирования Enc_{HE} расширенного кода Хэмминга имеет вид:

$$\{v\}_{HE} = Enc_{HE}(\{u\}_{HE}) = \{u\}_{HE} * G_{HE},$$

где $\{u\}_{HE}$ — вектор информационного слова длиной 4 бита; $\{v\}_{HE}$ — вектор кодового слова длиной 8 бит.

Функция декодирования Dec_{HE} расширенного кода Хэмминга (8, 4) реализуется в виде синдромного алгоритма на основе проверочной матрицы [23, 24, 25, 26]:

$$H_{HE} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Декодер получает кодовое слово $\{r\}_{HE}$, которое может содержать ошибку, и умножив его на транспонированную матрицу H_{HE} вычисляет синдром $\{s\} = [s_p s_0 s_1 s_2]$ [23, 24, 25, 26]:



$$\{s\} = \{r\}_{HE} \cdot H_{HE}^T.$$

В зависимости от полученного значения синдрома возможны три различных исхода [23, 24, 25, 26]:

1. Если все элементы синдрома $\{s\}_{HE}$ равны 0, то ошибок в принятом кодовом слове нет или ошибка перевела переданное кодовое слово $\{v\}_{HE}$ в другое, не равное ему кодовое слово.

2. Если первый элемент синдрома $s_p = 1$, то в кодовом слове присутствует однократная ошибка, позиция которой соответствует строке матрицы H_{HE}^T , равной синдрому.

3. Если первый элемент синдрома $s_p = 0$, а остальные элементы образуют ненулевой вектор, то фиксируется обнаружение неисправляемой ошибки четной кратности.

Расширенный двоичный код Голя (24, 12)

Расширенный код Голя является самодуальным систематическим блочным кодом, порождающая и проверочная матрицы которого строятся вокруг симметричной подматрицы проверочных элементов P_G , имеющей вид [27, 28, 29]:

$$P_G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Следует отметить, что расширенный код Голя может быть построен с использованием порождающих матриц различного вида. Приведена матрица, использованная при моделировании кода Голя в системе GNU Octave.

Как и в случае кода Хэмминга, функция кодирования кода Голя сводится к умножению информационного 12-битного слова $\{u\}_G$ на порождающую матрицу кода, а функция декодирования основана на вычислении синдрома $\{s\}_G$ путем умножения принятого декодером кодового слова $\{r\}_G$ на транспонированную проверочную матрицу кода. Расширенный код Голя (24, 12) имеет минимальное кодовое расстояние $d_{\min} = 8$ и способен исправлять до трех ошибок [27, 28, 29].



Укороченный код Рида–Соломона (12, 6) над полем $GF(2^4)$

Рассматриваемый в статье код (12, 6) является укорочением классического недвоичного систематического циклического кода Рида–Соломона (15, 9) над полем Галуа $GF(2^4)$ с длиной символа 4 бита. Код (12, 6) позволяет исправлять до 3 символьных ошибок.

Функция кодирования кода Рида–Соломона реализуется через нахождение остатка от деления на порождающий многочлен $g_{RS}(x)$ [27]:

$$v_{RS}(x) = Enc_{RS}(u_{RS}(x)) = x^6 u_{RS}(x) + (x^6 u_{RS}(x) \bmod g_{RS}(x)),$$

где $u_{RS}(x)$ — информационное слово кода Рида–Соломона из 6 символов, представленное в полиномиальной форме; $v_{RS}(x)$ — 12-символьное кодовое слово в полиномиальной форме; $g_{RS}(x)$ — порождающий многочлен кода степени 6.

Функция декодирования кода Рида–Соломона реализуется алгебраическим методом декодирования, подробно описанным в литературе [25, 27].

Моделирование сетевого кодирования с коррекцией ошибок

Для моделирования ретрансляции пакетов с использованием сетевого кодирования и прямой коррекцией ошибок согласно принципу, определенному на рис. 1 была разработана компьютерная модель с использованием системы компьютерной алгебры GNU Octave. Блок-схема разработанной модели представлена на рис. 2.

Разработанная модель имитирует передачу блоков данных d_1 и d_2 , закодированных помехоустойчивым кодом, от узлов А и В соответственно через канал передачи данных, в роли которого выступает двоичный симметричный канал, на центральный узел, их сетевое кодирование, обратную передачу закодированного блока данных на узел А и дальнейшее восстановление и декодирование блока данных d_2 . После декодирования осуществляется проверка правильности получения блока данных, в процессе которой выделяется три возможных исхода:

1. Блок данных декодирован на узле А и равен блоку, отправленному узлом В. Вероятность этого события будем называть вероятностью правильного декодирования $P_{ПД}$.

2. Блок декодирован на узле А, но не равен блоку, отправленному узлом В. Это ситуация необнаруженной ошибки. Вероятность этого события обозначим как вероятность неправильного декодирования $P_{НД}$.

3. В процессе декодирования обнаружена неисправляемая ошибка. Это так называемый отказ от декодирования, определяемый соответствующей вероятностью $P_{ОД}$.

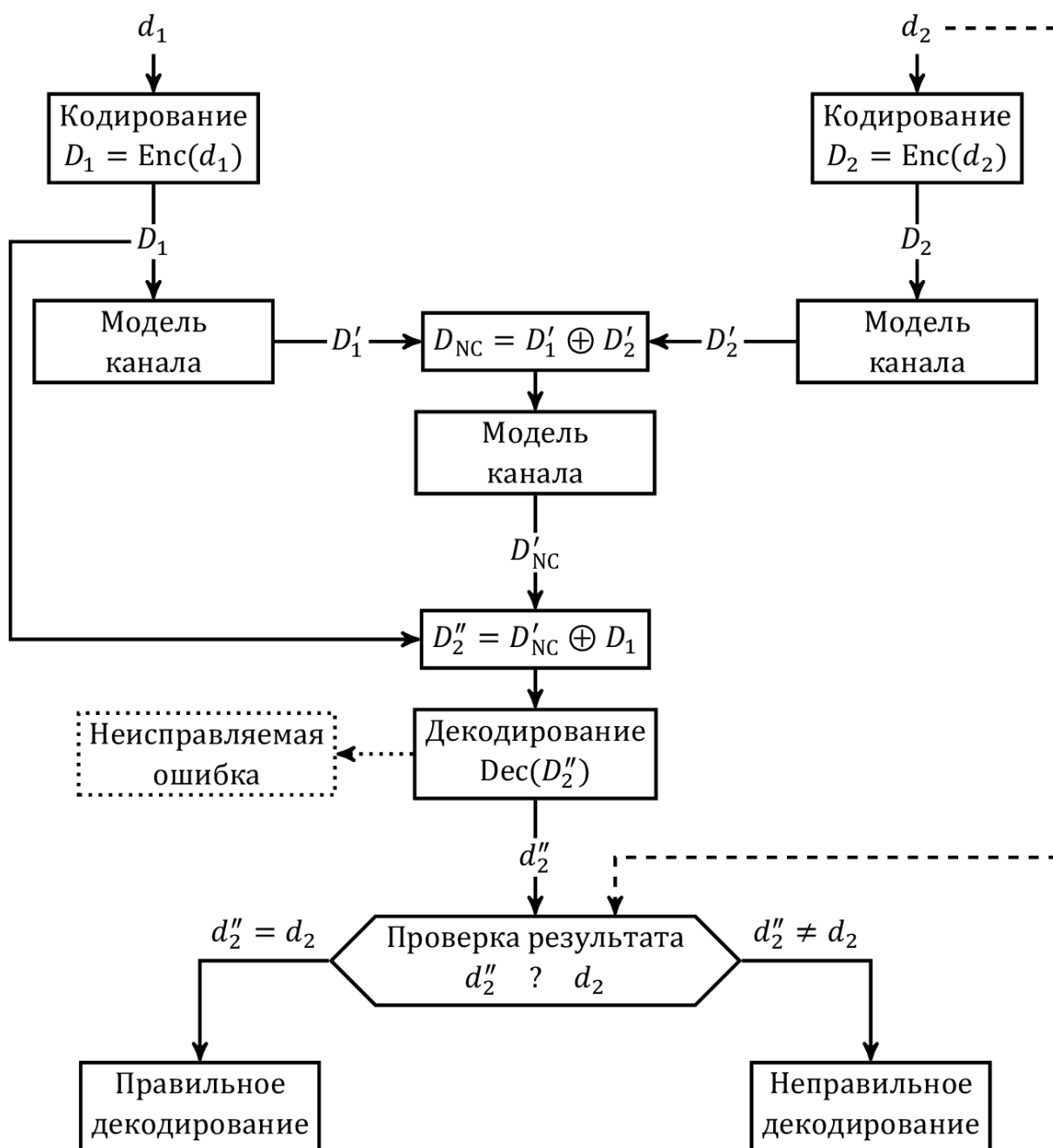


Рис. 2. Блок-схема компьютерной модели ретрансляции пакетов с сетевым кодированием и прямой коррекцией ошибок

Результаты моделирования рассматриваемых в статье помехоустойчивых кодов представлены на рис. 3. Показаны графики зависимости вероятностных характеристик рассмотренных помехоустойчивых кодов от вероятности битовой ошибки в двоичном симметричном канале.

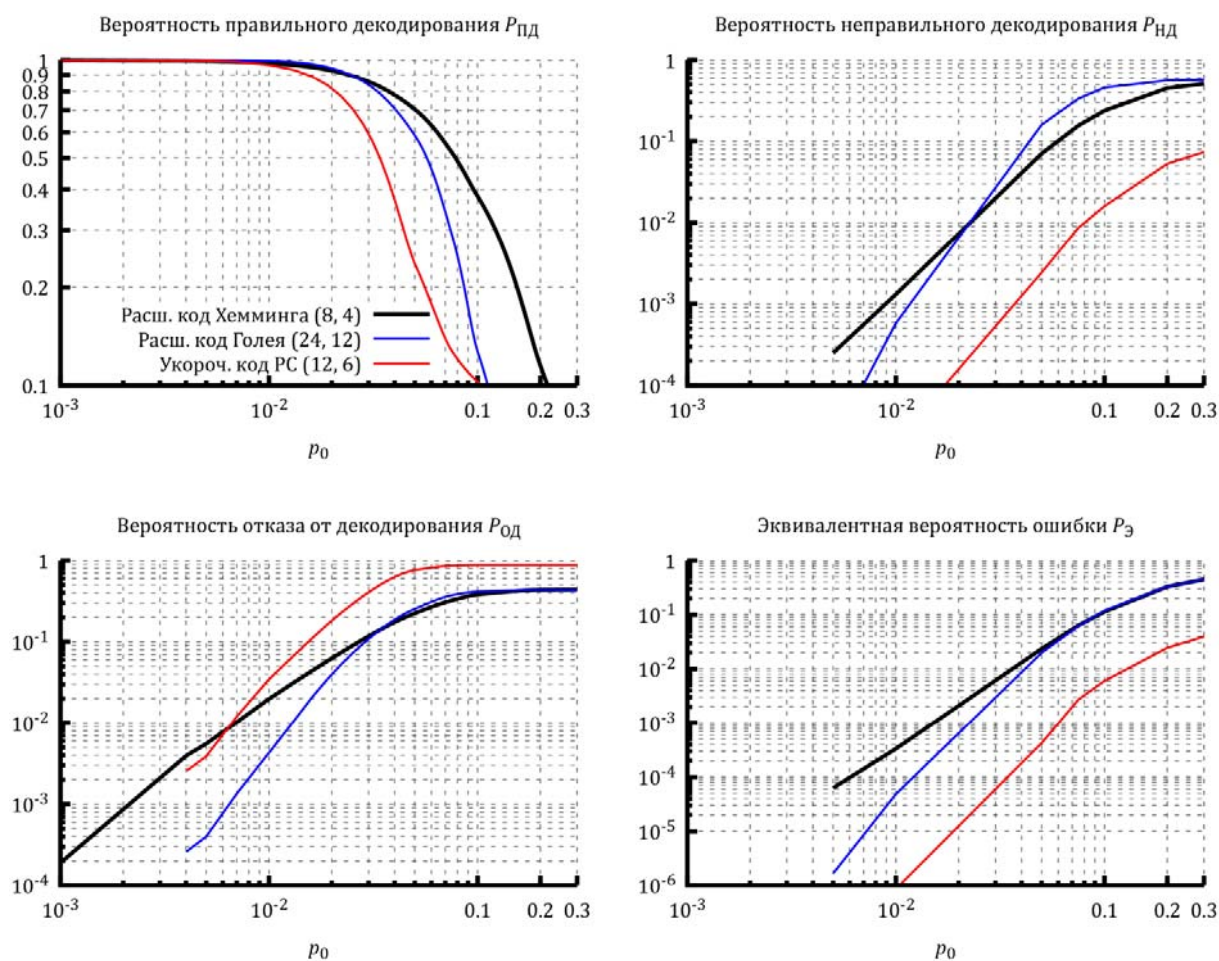


Рис. 3. Вероятностные характеристики рассмотренных помехоустойчивых кодов

Помимо вероятностей возможных исходов декодирования, определяемых для кодового слова, на рис. 3 представлены график эквивалентной вероятности ошибки, соответствующей вероятности битовой ошибки в постоянном симметричном двоичном канале без памяти, в котором система с кодированием без избыточности эквивалентна рассматриваемой системе. Эквивалентная вероятность введена для сравнения между собой помехоустойчивых кодов с различной размерностью [30, 31, 32].

Заключение

Из полученных вероятностных характеристик видно, что в рассмотренной модели с сетевым кодированием наилучшие результаты по вероятности правильного декодирования кодового слова показывает расширенный код Хэмминга (8, 4), а наихудшие – код Рида–Соломона (12, 6), что особенно проявляется в каналах с высокой вероятностью ошибки. В тоже время код Рида–Соломона обеспечивает меньшие (лучшие) вероятности неправильного декодирования и лучшую эквивалентную вероятность ошибки, тогда как расширенный код Хэмминга показывает результаты хуже. Расширенный код Голея показал средние значения эквивалентной вероятности ошибки, приблизительно одинаковые с результатами кода Хэмминга в случае большой вероятности битовой ошибки в канале.



Можно сделать вывод, что коды Хэмминга и Голя за счет большей вероятности правильного декодирования в плохих каналах следует применять там, где невозможна повторная передача и важно восстановить хотя бы часть сообщения. Код Рида-Соломона будет оптимальнее применять в каналах с обратной связью, как отлавливающий большее (на порядок) количество неисправляемых ошибок.

Важно отметить, что представленные коды могут применяться для разработки прикладных байтовых протоколов сетевого кодирования, требующих применения механизмов прямой коррекции ошибок.

Исследование выполнено в рамках исполнения ПНИ по государственному заданию СПбГУТ на 2022 год.

Литература

1. Yeung R. W., Zhang Z. Distributed source coding for satellite communications // IEEE Transactions on Information Theory. 1999. Vol. 45. pp. 1111–1120. DOI: 10.1109/18.761254.
2. Ahlswede R., Cai N., Li S.-Y. R., Yeung R. W. Network information flow // IEEE Transactions on Information Theory. 2000. Vol. 46. P. 1204–1216. DOI: 10.1109/18.850663.
3. Fragouli C., Soljanin E. Network Coding Fundamentals // Foundations and Trends in Networking. 2007. Vol. 2. No. 1. pp. 1–133. DOI: 10.1561/13000000003.
4. Adamson B. RFC 8406 Taxonomy of Coding Techniques for Efficient Network Communications. IRTF, 2018. URL: <https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc8406.html> (Дата обращения 01.03.2022).
5. Габидулин Э. М., Пилипчук Н. И., Колыбельников А. И., Уривский А. В., Владимиров С. М., Григорьев А. А. Сетевое кодирование // Труды МФТИ. 2009. Том 1. № 2. С. 3–28.
6. Li S.-Y. R., Yeung R. W., Cai N. Linear network coding // IEEE Transactions on Information Theory. 2003. Vol. 49. Iss. 2. pp. 371–381. DOI: 10.1109/TIT.2002.807285.
7. Sun Q., Yin X., Li Z., Long K. Multicast network coding and field sizes // 2014 IEEE International Symposium on Information Theory. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2014. pp. 2157–2161. DOI: 10.1109/ISIT.2014.6875215.
8. Halloush R., Liu H., Dong L., Wu M., Radha H. Hop-by-hop Content Distribution with Network Coding in Multihop Wireless Networks // Digital Communications and Networks. 2017. Vol. 3. Iss. 1. pp. 47–54. DOI: 10.1016/j.dcan.2016.08.001.
9. Amanowicz M., Krygier J. On Applicability of Network Coding Technique for 6LoWPAN-based Sensor Networks // Sensors. 2018. Vol. 18 (6). pp. 1–20. DOI: 10.3390/s18061718.
10. Габидулин Э. М., Пилипчук Н. И., Боссерт М. Декодирование случайных сетевых кодов // Проблемы передачи информации. 2010. Т. 46. Вып. 4. С. 33–55.
11. Габидулин Э. М., Пилипчук Н. И. Ранговые подкоды в многокомпонентном сетевом кодировании // Проблемы передачи информации. 2013. Т. 49. Вып. 1. С. 46–60.
12. Liu W., Yang R., Pietraski P. Physical-layer network coding using GF(q) forward error correction codes // InterDigital Communications, LLC. 2011.
13. Angelopoulos G., Paidimarri A., Chandrakasan A.P., Medard M. Experimental study of the interplay of channel and network coding in low power sensor applications // 2013 IEEE International Conference on Communications (ICC). Budapest. IEEE. 2013. pp. 5126–5130. DOI: 10.1109/ICC.2013.6655396.
14. Biczok G., Chen Y., Kravetska K., Overby H. Combining forward error correction and network coding in bufferless networks: A case study for optical packet switching // 2016 IEEE 17th International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR). Yokohama: IEEE, 2016. pp. 61–68. DOI: 10.1109/HPSR.2016.7525640.
15. Martinez-Penas U., Kschischang F. R. Reliable and Secure Multishot Network Coding using Linearized Reed-Solomon Codes // 2018 56th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton). Monticello, IL, USA. IEEE. 2018. pp. 702–709. DOI: 10.1109/ALLERTON.2018.8635644.



16. Bartz H., Puchinger S. Decoding of Interleaved Linearized Reed-Solomon Codes with Applications to Network Coding // 2021 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). Melbourne, Australia. IEEE. 2021. pp. 160–165. DOI: 10.1109/ISIT45174.2021.9517834.
17. Wu Z., Chen X. An optimized LDPC product network coding scheme in multiple access relay system // 2013 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC 2013). San Diego, CA, USA. IEEE. 2013. pp. 295–299. DOI: 10.1109/ICCNC.2013.6504098.
18. Chen P., Su K., Fang Y., Kong L. The design of protograph LDPC codes for channel-coded physical-layer network coding // 2016 IEEE 27th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC). Valencia, Spain. IEEE. 2016. pp. 1–6. DOI: 10.1109/PIMRC.2016.7794683.
19. Hammouti M., Ar-reyouchi E. M., Ghomid K., Lichioui A. Clustering Analysis of Wireless Sensor Network Based on Network Coding with Low-Density Parity Check // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. Vol. 7. Iss. 3. 2016. DOI: 10.14569/IJACSA.2016.070319.
20. Ferrett T., Valenti M. C. Noncoherent LDPC-Coded Physical-Layer Network Coding Using Multitone FSK // IEEE Transactions on Communications. Vol. 66. No. 6. pp. 2384–2395. DOI: 10.1109/TCOMM.2018.2801788.
21. War Hlaing N., Farzamnia A., Mariappan M., Kumar Haldar M. Network coding schemes with efficient LDPC coded MIMO–NOMA in two-way relay networks // IET Communications. Vol. 14. Iss. 2. pp. 337–348. DOI: 10.1049/iet-com.2019.0503.
22. Владимиров С. С. Сравнение вероятностных характеристик 8-разрядных кодов с прямой коррекцией ошибок // Информационные технологии и телекоммуникации. 2019. Том 7. № 1. С. 21–30. DOI: 10.31854/2307-1303-2019-7-1-21-30.
23. Владимиров С. С. 8-разрядные коды с прямой коррекцией ошибок в линейном сетевом кодировании // Электросвязь. 2020. № 7. С. 51–58. DOI: 10.34832/ELSV.2020.8.7.007.
24. Берлекемр Э. Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1972. 480 с.
25. Вернер М. Основы кодирования. Учебник для ВУЗов. М.: Техносфера, 2004. 288 с. ISBN 5-94836-019-9.
26. Hillier C., Balyan V. Error Detection and Correction On-Board Nanosatellites Using Hamming Codes // Journal of Electrical and Computer Engineering. 2019. pp. 1–15. DOI: 10.1155/2019/3905094.
27. Morelos-Zaragoza R. H. The Art of Error Correcting Coding. Chichester: «John Wiley & Sons, Ltd», 2002. 232 p. ISBN 0471-49581-6.
28. Johnson E. E. An Efficient Golay Codec for MIL-STD-188-141A and FED-STD-1045. Technical Report NMSU-ECE-91-001, February 1991. 33 p.
29. Yoon J. Y., Park Y. H. A Decoding Method for the Binary Golay Code // Kangweon-Kyungki Mathematical Journal. 2002. No. 1. pp. 89–95.
30. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970. 728 с.
31. Деев В. В. Методы модуляции и кодирования в современных системах связи. СПб. : Наука, 2007. 267 с.
32. Зюко А. Г., Кловский Д. Д., Назаров М. В., Финк Л. М. Теория передачи сигналов: учебник для вузов. М.: Связь, 1980. 288 с.

References

1. Yeung R. W., Zhang Z. Distributed source coding for satellite communications // IEEE Transactions on Information Theory. 1999. Vol. 45. pp. 1111–1120. DOI: 10.1109/18.761254.
2. Ahlswede R., Cai N., Li S.-Y. R., Yeung R. W. Network information flow // IEEE Transactions on Information Theory. 2000. Vol. 46. P. 1204–1216. DOI: 10.1109/18.850663.
3. Fragouli C., Soljanin E. Network Coding Fundamentals // Foundations and Trends in Networking. 2007. Vol. 2. No. 1. pp. 1–133. DOI: 10.1561/13000000003.
4. Adamson B. RFC 8406 Taxonomy of Coding Techniques for Efficient Network Communications. IRTF, 2018. URL: <https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc8406.html> (Дата обращения 01.03.2022).
5. Gabidulin E. M., Pilipchuk N. I., Kolybel'nikov A. I., Urivskij A. V., Vladimirov S. M., Grigor'ev A. A. Setevoe kodirovanie // Proceedings of MIPT. 2009. Vol. 1. No. 2. pp. 3–28 (in Russian).
6. Li S.-Y. R., Yeung R. W., Cai N. Linear network coding // IEEE Transactions on Information Theory. 2003. Vol. 49. Iss. 2. pp. 371–381. DOI: 10.1109/TIT.2002.807285.



7. Sun Q., Yin X., Li Z., Long K. Multicast network coding and field sizes // 2014 IEEE International Symposium on Information Theory. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2014. pp. 2157–2161. DOI: 10.1109/ISIT.2014.6875215.
8. Halloush R., Liu H., Dong L., Wu M., Radha H. Hop-by-hop Content Distribution with Network Coding in Multihop Wireless Networks // Digital Communications and Networks. 2017. Vol. 3. Iss. 1. pp. 47–54. DOI: 10.1016/j.dcan.2016.08.001.
9. Amanowicz M., Krygier J. On Applicability of Network Coding Technique for 6LoWPAN-based Sensor Networks // Sensors. 2018. Vol. 18 (6). pp. 1–20. DOI: 10.3390/s18061718.
10. Gabidulin E. M., Pilipchuk N. I., Bossert M. Decoding of random network codes // Problems of Information Transmission. 2010. Vol. 46. Iss. 4. pp. 300–320. DOI 10.1134/S0032946010040034.
11. Gabidulin E. M., Pilipchuk N. I. Rank subcodes in multicomponent network coding // Problems of Information Transmission. 2013. Vol. 49, Iss. 1. pp. 46–60 (in Russian).
12. Liu W., Yang R., Pietraski P. Physical-layer network coding using GF(q) forward error correction codes // InterDigital Communications, LLC. 2011.
13. Angelopoulos G., Paidimarri A., Chandrakasan A.P., Medard M. Experimental study of the interplay of channel and network coding in low power sensor applications // 2013 IEEE International Conference on Communications (ICC). Budapest. IEEE. 2013. pp. 5126–5130. DOI: 10.1109/ICC.2013.6655396.
14. Biczok G., Chen Y., Kravetska K., Overby H. Combining forward error correction and network coding in bufferless networks: A case study for optical packet switching // 2016 IEEE 17th International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR). Yokohama: IEEE, 2016. pp. 61–68. DOI: 10.1109/HPSR.2016.7525640.
15. Martinez-Penas U., Kschischang F. R. Reliable and Secure Multishot Network Coding using Linearized Reed-Solomon Codes // 2018 56th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton). Monticello, IL, USA. IEEE. 2018. pp. 702–709. DOI: 10.1109/ALLERTON.2018.8635644.
16. Bartz H., Puchinger S. Decoding of Interleaved Linearized Reed-Solomon Codes with Applications to Network Coding // 2021 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). Melbourne, Australia. IEEE. 2021. pp. 160–165. DOI: 10.1109/ISIT45174.2021.9517834.
17. Wu Z., Chen X. An optimized LDPC product network coding scheme in multiple access relay system // 2013 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC 2013). San Diego, CA, USA. IEEE. 2013. pp. 295–299. DOI: 10.1109/ICCNC.2013.6504098.
18. Chen P., Su K., Fang Y., Kong L. The design of protograph LDPC codes for channel-coded physical-layer network coding // 2016 IEEE 27th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC). Valencia, Spain. IEEE. 2016. pp. 1–6. DOI: 10.1109/PIMRC.2016.7794683.
19. Hammouti M., Ar-reyouchi E. M., Ghoumid K., Lichioui A. Clustering Analysis of Wireless Sensor Network Based on Network Coding with Low-Density Parity Check // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. Vol. 7. Iss. 3. 2016. DOI: 10.14569/IJACSA.2016.070319.
20. Ferrett T., Valenti M. C. Noncoherent LDPC-Coded Physical-Layer Network Coding Using Multitone FSK // IEEE Transactions on Communications. Vol. 66. No. 6. pp. 2384–2395. DOI: 10.1109/TCOMM.2018.2801788.
21. War Hlaing N., Farzamnia A., Mariappan M., Kumar Haldar M. Network coding schemes with efficient LDPC coded MIMO–NOMA in two-way relay networks // IET Communications. Vol. 14. Iss. 2. pp. 337–348. DOI: 10.1049/iet-com.2019.0503.
22. Vladimirov S. Comparison of the Probabilistic Characteristics of 8-bit Codes with Forward Error Correction // Telecom IT. 2019. Vol. 7. Iss. 1. pp. 21–30 (in Russian). DOI: 10.31854/2307-1303-2019-7-1-21-30.
23. Vladimirov S. 8-bit forward error correction codes in linear network coding // Electrosvyaz. 2020. No. 7. pp. 51–58. DOI: 10.34832/ELSV.2020.8.7.007.
24. Berlekamp E. R. Algebraic coding theory. New York: McGraw-Hill, 1968.
25. Werner M. Information und Codierung: Grundlagen und Anwendungen. Wiesbaden: Springer-Verlag, 2008 (In German).



26. Hillier C., Balyan V. Error Detection and Correction On-Board Nanosatellites Using Hamming Codes // Journal of Electrical and Computer Engineering. 2019. pp. 1–15. DOI: 10.1155/2019/3905094.
27. Morelos-Zaragoza R. H. The Art of Error Correcting Coding. Chichester: «John Wiley & Sons, Ltd», 2002. 232 p. ISBN 0471-49581-6.
28. Johnson E. E. An Efficient Golay Codec for MIL-STD-188-141A and FED-STD-1045. Technical Report NMSU-ECE-91-001, February 1991. 33 p.
29. Yoon J. Y., Park Y. H. A Decoding Method for the Binary Golay Code // Kangweon-Kyungki Mathematical Journal. 2002. No. 1. pp. 89–95.
30. Fink, L. M. Teoriya peredachi diskretnykh soobscheniy [Digital Data Transmission Theory]. Moscow: Sovetskoe radio. 197. (In Russian).
31. Deev, V. V. Metody modulyatzii i kodirovaniya v sovremennykh sistemah svyazi [Modulation and Coding in Modern Communication Systems]. St.-Petersburg: Nauka, 2007 (In Russian).
32. Zyuko, A. G., Kloviskiy, D. D., Nazarov, M. V., Fink, L. M. Teoriya peredachi signalov [Signal Transmission Theory]. Moscow: Svyaz. 1980 (In Russian).

Владимиров Сергей Сергеевич

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, vladimirov.opds@gmail.com

Vladimirov Sergey S.

Candidate of Engineering Sciences, Docent, Associate Professor at the Department, The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications, vladimirov.opds@gmail.com

Гутовский Алексей Сергеевич

аспирант Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, lesha.gutovsky@yandex.ru

Gutovskiy Alexey S.

Undergraduate student, The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications, lesha.gutovsky@yandex.ru

Фомин Артем Игоревич

аспирант Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, artem.fomin633@gmail.com

Fomin Artem I.

Undergraduate student, The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications, artem.fomin633@gmail.com