



## МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОЛУЧЕВОГО РАДИОКАНАЛА

Г. А. Фокин\*

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,  
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

\*Адрес для переписки: grihafokin@gmail.com

**Аннотация**—В настоящей работе реализована имитационная модель радиоканала с замираниями для использования в задачах исследования явления многолучевости, а также для оценки помехоустойчивости систем передачи, приема и обработки сигналов в современных и перспективных сетях мобильной связи и радиодоступа. Формализация математических моделей радиоканала с замираниями, включая рэлеевское распределение амплитуды, равномерное распределение фазы и заданный доплеровский спектр позволили визуализировать частотно-временные и вероятностные характеристики радиоканала с замираниями. Реализация процедур задержки и ослабления копий сигналов в многолучевом радиоканале позволили воспроизвести сценарии гладких и частотно-селективных замираний, широко используемые на практике при оценке помехоустойчивости сигналов с заданными частотно-временными характеристиками. **Предмет исследования.** Статья посвящена моделированию радиоканала с рэлеевскими замираниями по модели Джейкса. **Метод.** Формализация математических моделей радиоканала с замираниями, включая рэлеевское распределение амплитуды, равномерное распределение фазы, заданный доплеровский спектр, а также процедуры задержки и ослабления отдельных лучей позволили визуализировать и реализовать практические сценарии гладких и частотно-селективных замираний. **Основные результаты.** Результатом исследования является комплекс функций в среде Matlab для моделирования радиоканала с заданными параметрами многолучевого пространства радиоволн и доплеровского спектра, выгодно отличающийся от известных прототипов единым подходом для визуализации частотно-временных и вероятностных характеристик радиоканала, а также для оценки помехоустойчивости сигналов с заданными частотно-временными характеристиками. **Практическая значимость.** Полученный комплекс функций в среде Matlab позволяет исследовать частотно-временные и вероятностные характеристики радиоканала с замираниями, а также проводить оценку помехоустойчивости систем передачи, приема и обработки сигналов в современных и перспективных сетях мобильной связи и радиодоступа с заданными частотно-временными характеристиками.

**Ключевые слова**—многолучевость, модель Джейкса, рэлеевские замирания.

### Информация о статье

УДК 621.396

Язык статьи – русский.

Поступила в редакцию 02.03.2021, принята к печати 31.03.2021.

**Ссылка для цитирования:** Фокин Г. А. Моделирование многолучевого радиоканала // Информационные технологии и телекоммуникации. 2021. Том 9. № 1. С. 59–78. DOI 10.31854/2307-1303-2021-9-1-59-78.



## MODELING MULTI-BEAM RADIO CHANNEL

G. Fokin\*

The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications,  
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

\*Corresponding author: [grihafokin@gmail.com](mailto:grihafokin@gmail.com)

**Abstract**—In this work, a simulation model of a radio channel with fading is implemented for use in research of the multipath channel, as well as for assessing the noise immunity of transmission, reception and processing systems in modern and future mobile communication and radio access networks. Formalization of mathematical models of a radio channel with fading, including the Rayleigh amplitude distribution, uniform phase distribution and a given Doppler spectrum, made it possible to visualize the time-frequency and probabilistic characteristics of a radio channel with fading. The implementation of the procedures for delaying and attenuating copies of signals in a multipath radio channel made it possible to reproduce scenarios of flat and frequency selective fading, which are widely used in practice in assessing the noise immunity of signals with given frequency and time characteristics.

**Keywords**—multipath channel, Jakes model, Rayleigh fading.

### Article info

Article in Russian.

Received 02.03.2021, accepted 31.03.2021.

**For citation:** Fokin G.: Modeling multi-beam radio channel // Telecom IT. 2021. Vol. 9. Iss. 1. pp. 59–78 (in Russian). DOI 10.31854/2307-1303-2021-9-1-59-78.



## Введение

Моделированию радиоканалов с замирания в современных и перспективных системах мобильной связи и радиодоступа посвящено достаточное число работ отечественного [1, 2, 3] и зарубежного происхождения [4, 5, 6]; актуализируются также и международные рекомендации по вопросам многолучевости в рамках сектора радиосвязи МСЭ<sup>1, 2</sup>. Существующие на сегодняшний день модели многолучевого радиоканала в среде Matlab решают либо задачу визуализации частотно-временных и вероятностных характеристик радиоканала [5], либо служат для оценки помехоустойчивости систем передачи, приема и обработки сигналов в современных и перспективных сетях мобильной связи и радиодоступа [6]. Модели для визуализации в [5] отличаются наглядностью и простотой восприятия, однако не подходят для оценки помехоустойчивости; модели для оценки помехоустойчивости в [6] громоздки и недостаточно удобны для визуализации. Задачей настоящего исследования является реализация комплекса функций для имитационного моделирования радиоканала с замираниями, используя единый подход для визуализации частотно-временных и вероятностных характеристик радиоканала, а также для оценки помехоустойчивости сигналов с заданными частотно-временными характеристиками.

Материал настоящей работы организован далее следующим образом. В разделе 1 формализуется математическая модель радиоканала с замираниями. В разделе 2 приводится имитационная модель радиоканала вместе с визуализацией его частотно-временных и вероятностных характеристик. В разделе 3 формализуется сценарий многолучевого радиоканала для последующей оценки помехоустойчивости. В разделе 4 формализованы модели гладких и частотно-селективных замираний, реализованные далее в процедурах. В разделе 5 программно реализованы модели задержки и ослабления отраженных сигналов. В разделе 6 показан пример использования реализованных моделей при оценке помехоустойчивости. Последний раздел содержит выводы.

## 1 Математическая модель радиоканала с замираниями

Радиоканал с рэлеевскими замираниями и заданным доплеровским спектром может быть смоделирован суммированием набора комплексных синусоид; число синусоид в наборе должно быть достаточным для того, чтобы получить рэлеевское распределение амплитуды. Также каждая синусоида должна быть взвешена таким образом, чтобы получался доплеровский спектр. Задача моделирования в такой поставке была решена Джейксом и использовалась для лабораторного аппаратного моделирования радиоканала с замираниями [4].

В настоящее время данный подход получил широкой распространение для имитационного моделирования (ИМ) процедур передачи приема и обработки сигналов в радиоканалах современных и перспективных систем мобильной

<sup>1</sup> Рек. МСЭ-R P.1057-5 (12/2017) Распределения вероятностей, касающихся моделирования распространения радиоволн.

<sup>2</sup> Рек. МСЭ-R P.1407-6 (06/2017) Многолучевое распространение и параметризация его характеристик.



связи [5, 6]. В основе модели Джейкса лежит предположение о том, что все многолучевые компоненты (МЛК) приходят со всевозможных направлений с равномерным распределением и аппроксимируются  $N$  плоскими волнами.

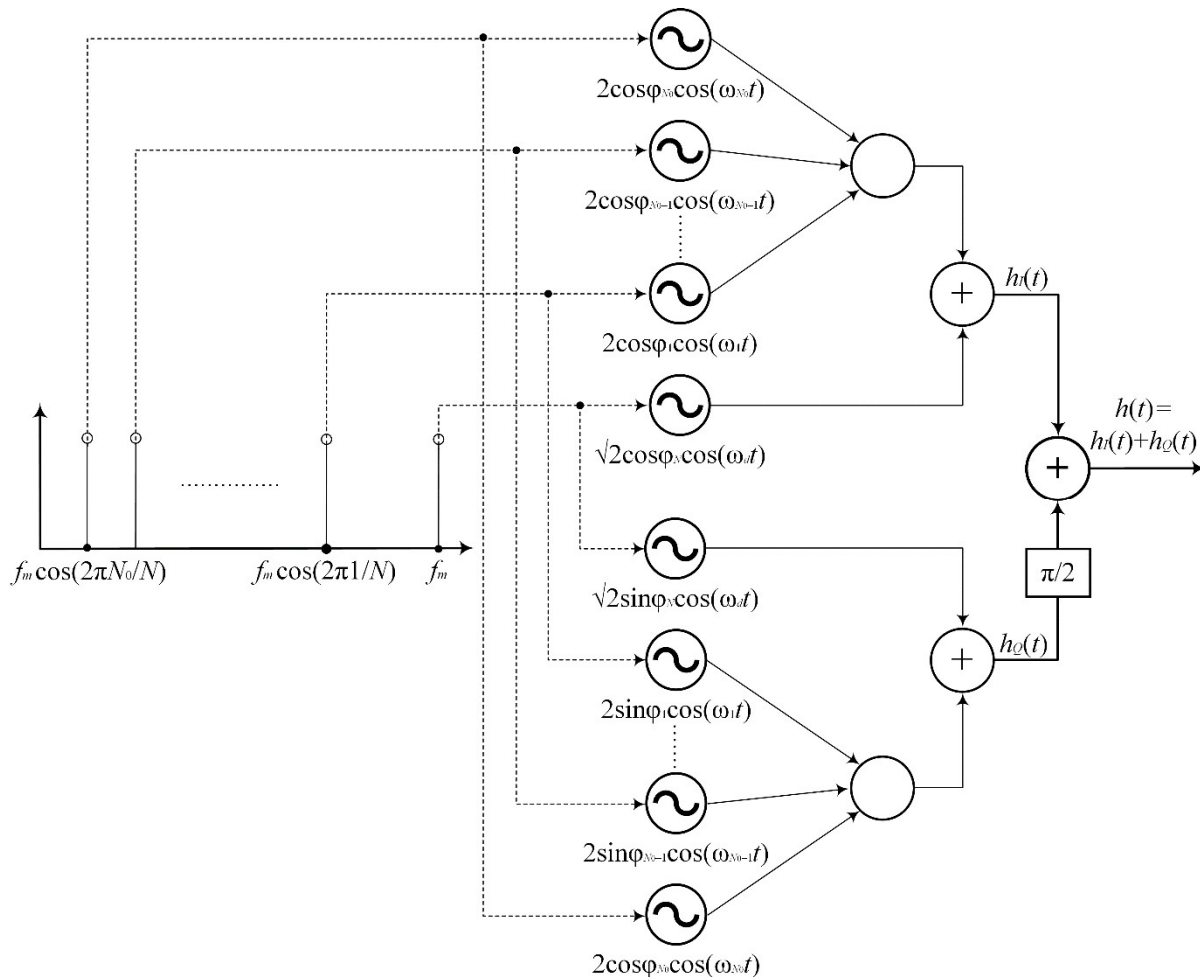


Рис. 1. Функциональная схема модели радиоканала Джейкса

Рис. 1 иллюстрирует функциональную схему реализации модели радиоканала Джейкса. Обозначим через  $N_0 = (N/2 - 1)/2$ , где  $N/2$  – нечетное число. Обозначим через  $\theta_n$  – угол прихода  $n$ -й плоской волны, который с учетом равномерного распределения углов прихода определяется выражением:

$$\theta_n = 2\pi/N, \quad n = 1, 2, \dots, N_0. \quad (1)$$

Рис. 1 иллюстрирует процедуру суммирования  $N_0$  комплексных синусоид с угловыми частотами  $\omega_n$ :

$$\omega_n = \omega_d \cos \theta_n, \quad n = 1, 2, \dots, N_0, \quad (2)$$



каждая из которых моделирует свой доплеровский сдвиг и суммируется с комплексной синусоидой с частотой  $\omega_d = 2\pi f_m$ , где  $f_m$  – максимальное значение доплеровского сдвига частоты.

Вещественная  $h_I(t)$  и мнимая  $h_Q(t)$  составляющие комплексного сигнала, моделирующего радиоканал с рэлеевскими замираниями и доплеровским спектром могут быть представлены выражениями:

$$h_I(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} (\cos \varphi_n \cos \omega_n t) + \sqrt{2} \cos \varphi_N \cos \omega_d t; \quad (3)$$

$$h_Q(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} (\sin \varphi_n \cos \omega_n t) + \sqrt{2} \sin \varphi_N \cos \omega_d t, \quad (4)$$

где  $\varphi_n$  – начальная фаза  $n$ -й комплексной синусоиды;

$\varphi_N$  – начальная фаза  $N$ -й комплексной синусоиды с максимальным доплеровским сдвигом  $f_m$ . Начальные фазы должны быть инициализированы таким образом, чтобы получалось равномерное распределение фаз рэлеевского радиоканала с замираниями, например [5]:

$$\varphi_N = 0; \varphi_n = \pi n / (N_0 + 1), \quad n = 1, 2, \dots, N_0. \quad (5)$$

Комплексная характеристика радиоканала с замираниями по модели Джейкса может быть представлена выражением:

$$h(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2N_0+1}} \{h_I(t) + h_Q(t)\}, \quad (6)$$

где  $E_0$  – среднее значение (амплитуда) характеристики радиоканала с замираниями  $h(t)$ . Угловая частота комплексной синусоиды с доплеровским сдвигом  $\{\omega_n\}_{n=1}^{N_0}$  может быть представлена выражением:

$$\omega_n = \omega_d \cos \theta_n = 2\pi f_m \cos(2\pi n / N), \quad n = 1, 2, \dots, N_0. \quad (7)$$

Число комплексных синусоид с доплеровским сдвигом  $N_0$  должно быть достаточным, для того, чтобы аппроксимировать рэлеевское распределение амплитуды характеристики радиоканала с замираниями  $h(t)$ ; установлено, что достаточным оказывается  $N_0 = 8$ . Также для выражений (3) и (4) справедливы соотношения:

$$E \left\{ \left( \frac{E_0 h_I(t)}{\sqrt{2N_0+1}} \right)^2 \right\} = E \left\{ \left( \frac{E_0 h_Q(t)}{\sqrt{2N_0+1}} \right)^2 \right\} = \frac{E_0^2}{2}, \quad (8)$$

$$E\{h^2(t)\} = E_0^2; \quad (9)$$

$$E\{h(t)\} = E_0; \quad (10)$$

$$E\{h_I(t)h_Q(t)\} = 0. \quad (11)$$



Выражение (8) показывает, что энергия синфазной  $h_I(t)$  и квадратурной  $h_Q(t)$  составляющих имеет среднее значение  $E_0^2/2$ . Выражения (9) и (10) показывают, что модель Джейкса формирует характеристику радиоканала  $h(t)$  со средним значением энергии  $E_0^2$  и средней амплитудой  $E_0$  соответственно. Выражение (11) показывает, что синфазная  $h_I(t)$  и квадратурная  $h_Q(t)$  составляющие характеристики радиоканала с замираниями  $h(t)$  статистически независимы.

## 2 Имитационная модель радиоканала с замираниями

Рис. 2 иллюстрирует пример формирования характеристики радиоканала с замираниями для  $f_m = 900$  Гц (скрипт 1).

### Скрипт 1. Моделирование характеристики радиоканала по модели Джейкса

```
close all; clear all; clc;

fd= 900; % максимальный доплеровский сдвиг, Гц
Ts= 1e-6; % период дискретизации, с
Ns= 50000; % число выборок
tstate= 0; % начальное время
E0=1; % энергия характеристики радиоканала с замираниями
phiN=0; % начальная фаза синусоиды с максимальным доплеровским сдвигом
M= 2^12; %
t=[0:M-1]*Ts; % интервал времени, с
f=[-M/2:M/2-1]/(M*Ts*fd); % диапазон частотных сдвигов, Гц

% комплексная характеристики радиоканала с замираниями по Джейксу
[h,tstate]=JakesFlat(fd,Ts,Ns,tstate,E0,0);
subplot(311); plot([1:Ns]*Ts,10*log10(abs(h))); axis([0 Ns*Ts -20 10]);
title(['Модель радиоканала Джейкса, f_{d}=','...
num2str(fd),'Гц, T_{s}=','num2str(Ts),'с']);
xlabel('время, с'); ylabel('Магнитуда, дБ'); grid on;
subplot(323); histogram(abs(h));
xlabel('Магнитуда'); ylabel('Частота');
subplot(324); histogram(angle(h));
xlabel('фаза, рад'); ylabel('Частота');

% Автокорреляция характеристики радиоканала
temp=zeros(2,Ns);
for i=1:Ns
    j=i:Ns; temp(1:2,j-i+1)= temp(1:2,j-i+1)+[h(i)*h(j); ones(1,Ns-i+1)];
end
k=1:M; Simulated_corr(k)= real(temp(1,k))./temp(2,k);
Classical_corr= besseli(0,2*pi*fd*t);

% БПФ автокорреляции
Classical_Y= fftshift(fft(Classical_corr));
Simulated_Y= fftshift(fft(Simulated_corr));
subplot(325);
plot(t,abs(Classical_corr),'b:',t,abs(Simulated_corr),'r:', 'linewidth',2);
title(['АКФ характеристики радиоканала, f_{d}=','num2str(fd),'Гц']); grid on;
xlabel('задержка \tau, с'); ylabel('Корреляция'); legend('Теория','Модель');
```



```
subplot(326);
plot(f,abs(Classical_Y),'b:',f,abs(Simulated_Y),'r:', 'linewidth',2);
title(['Допплеровский спектр, f_{d}= ', num2str(fd), 'Гц']); axis([-1 1 0 600]);
grid on; xlabel('f/f_{d}'); ylabel('Магнитуда'); legend('Теория', 'Модель');

function [h,tstate]=JakesFlat(fd,Ts,Ns,t0,E0,phiN)
% Входные параметры:
% fd: максимальный доплеровский сдвиг, Гц
% Ts: период дискретизации, с
% Ns: число выборок
% t0: начальное время
% E0: энергия характеристики радиоканала с замираниями
% phiN: начальная фаза синусоиды с максимальным доплеровским сдвигом
% Выходные данные:
% h: вектор комплексной характеристики радиоканала с замираниями
% tstate: текущее время
N0=8; % число комплексных синусоид по Джейксу
N=4*N0+2; % число плоских волн по Джейксу
wd=2*pi*fd; % максимальный доплеровский сдвиг в радианах
tstate = t0;
for i=1:Ns
    ich=sqrt(2)*cos(phiN)*cos(wd*tstate);
    qch=sqrt(2)*sin(phiN)*cos(wd*tstate);
    for k=1:N0
        phin=pi*k/(N0+1);
        wn=wd*cos(2*pi*k/N);
        ich=ich+2*cos(phin)*cos(wn*tstate);
        qch=qch+2*sin(phin)*cos(wn*tstate);
    end
    h(i) = E0/sqrt(2*N0+1)*complex(ich,qch);
    tstate=tstate+Ts;
end
end
```

Качественный анализ результатов моделирования (рис. 2), в том числе, статистик рэлеевского распределения магнитуды и равномерного распределения фазы, а также доплеровского спектра подтверждают корректность реализованной имитационной модели.



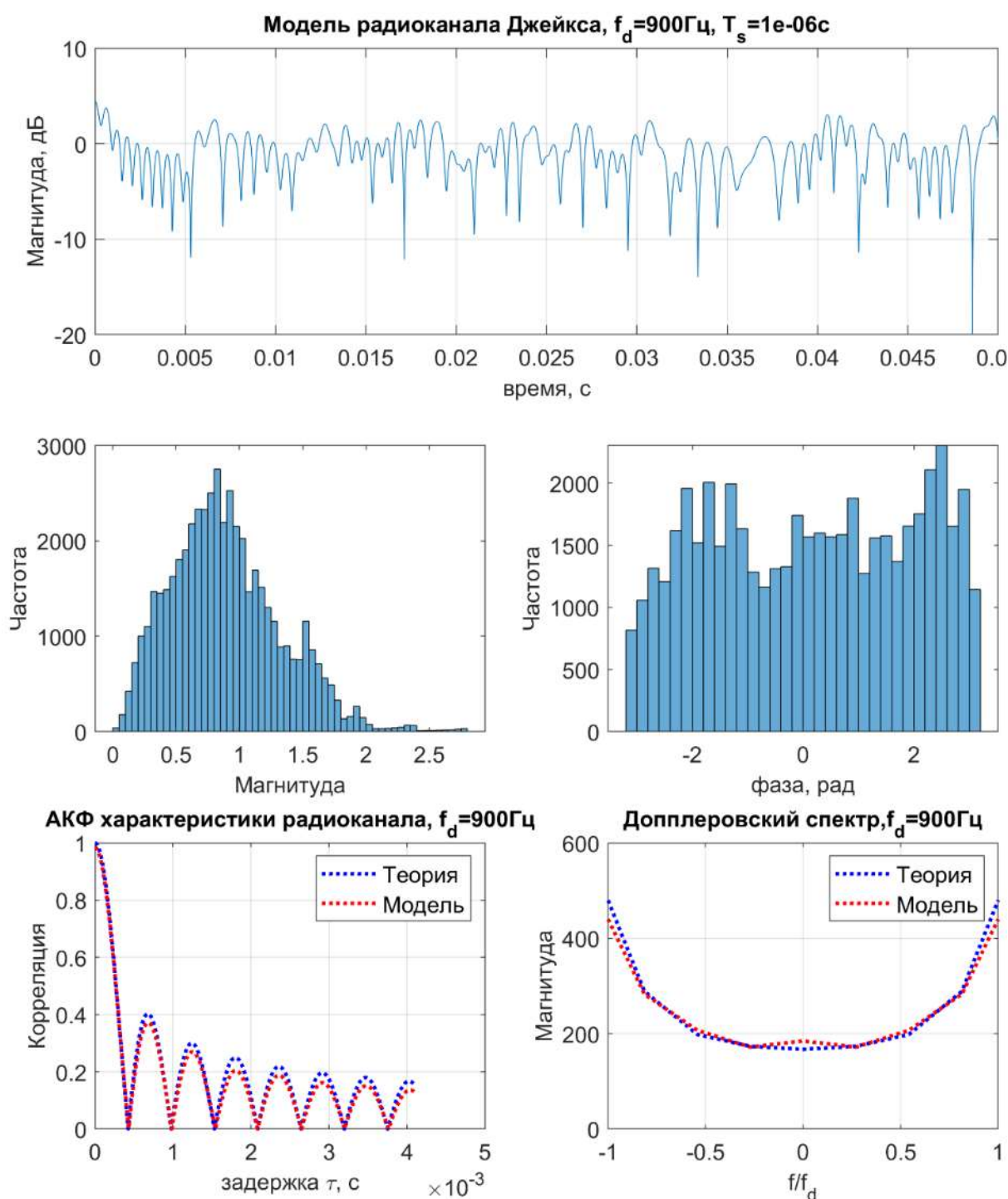


Рис. 2. Пример модели радиоканала Джейкса

### 3 Формализация сценария многолучевого радиоканала

Радиоканал систем мобильной связи характеризуется многолучевостью вследствие различных препятствий на пути РРВ, в качестве которых в городе могут выступать различные здания и сооружения. Рассмотрим типовой сценарий многолучевого распространения радиоволн (МРРВ) в городе (рис. 3).



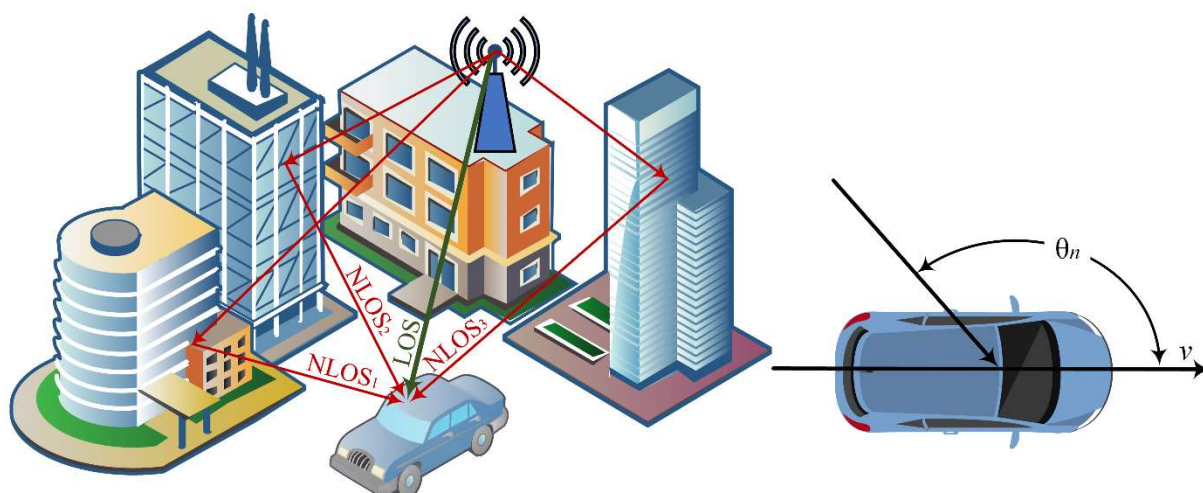


Рис. 3. Сценарий многолучевого радиоканала

В рассматриваемом примере (рис. 3) на входе приемника подвижного объекта имеется несколько копий переданного сигнала, в том числе, одна копия, принятая в условиях наличия прямой видимости LOS (*Line-Of-Sight*) и три копии, принятые после переотражений от препятствий в условиях отсутствия прямой видимости NLOS (*Non-Line-Of-Sight*). В результате MPPB пути, пройденные радиоволнами по прямому и отраженным лучам, будут отличаться и приведут к различным задержкам копий принятого сигнала на приемной стороне. Также помимо задержки принятые сигналы будут отличаться по фазе вследствие переотражений. В результате принятый сигнал будет представлять собой сумму сигналов с разными фазами и задержками прихода и характеризоваться так называемым замиранием – усилением или ослаблением амплитуды принятого сигнала, что существенно снижает помехоустойчивость. Обычно для удобства формализации импульсной характеристики многолучевого радиоканала выделяют прямой LOS и отраженные NLOS лучи, при этом задержки прихода отраженных лучей NLOS измеряют относительно прямого луча LOS.

Формализуем далее математическую и имитационную модели для оценки помехоустойчивости в многолучевом радиоканале. Обозначим через  $r_n(t)$   $n$ -ю задержанную вещественную копию сигнала с углом прихода  $\theta_n$  на несущей радиочастоте  $f_m$ :

$$r_n(t) = \text{Re}[e_n(t)e^{j(2\pi f_m t)}], \quad (12)$$

где  $\text{Re}[\cdot]$  – вещественная часть комплексного числа;

$e_n(t)$  – комплексная огибающая  $n$ -й задержанной копии сигнала, определяемая:

$$e_n(t) = R_n(t) \exp j \left( -\frac{2\pi(L_n - vt)}{\lambda} n + \varphi_n \right) = x_n(t) + jy_n(t), \quad (13)$$

где  $R_n$  – огибающая, а  $\varphi_n$  – фаза  $n$ -й задержанной копии сигнала;

$x_n(t)$  и  $y_n(t)$  – синфазная и квадратурная составляющие комплексной огибающей  $e_n(t)$ . Каждая принятая  $n$ -я задержанная волна сдвигает несущую частоту



на величину  $v \cos \theta_n / \lambda$  вследствие эффекта Доплера [6]. Максимальный доплеровский сдвиг частоты имеет значение  $f_d = v / \lambda$  в случае, когда волна приходит навстречу движению приемника при  $\theta_n = 0^\circ \rightarrow \cos \theta_n = 1$ ; если волна приходит сзади с обратной стороны приемника при  $\theta_n = 180^\circ \rightarrow \cos \theta_n = -1$ , доплеровский сдвиг частоты имеет отрицательное значение  $f_d = -v / \lambda$  (рис. 3).

Для  $N$  приходящих плоских волн суммарный принятый сигнал можно представить выражением:

$$\begin{aligned} r(t) &= \sum_{n=1}^N r_n(t) = \operatorname{Re}[(\sum_{n=1}^N e_n(t))e^{j(2\pi f_c t)}] = \\ &= \operatorname{Re}[(x(t) + jy(t))(\cos 2\pi f_c t + j \sin 2\pi f_c t)] = \\ &= x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t, \end{aligned} \quad (13)$$

где синфазная и квадратурная составляющие  $r(t)$  определяются как:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N x_n(t); \quad y(t) = \sum_{n=1}^N y_n(t); \quad (14)$$

и представляют собой нормированные случайные величины (СВ) с нулевым средним и дисперсией  $\sigma$  при достаточно большом  $N$ . Совместная плотность вероятности нормально распределенных СВ  $x(t)$  и  $y(t)$ :

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right). \quad (15)$$

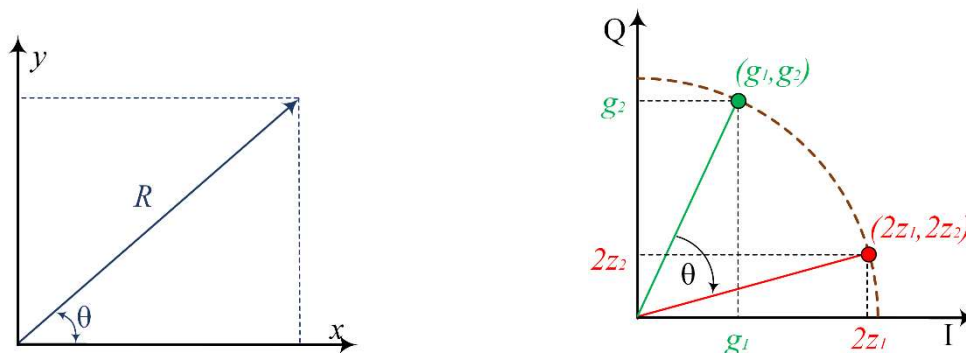
Суммарный принятый сигнал (14) можно представить также через амплитуду и фазу выражением:

$$r(t) = R(t) \cos(2\pi f_c t + \theta(t)), \quad (16)$$

где амплитуда  $R(t)$  и фаза  $\theta(t)$  определяются (рис. 4а):

$$R(t) = R = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad (17)$$

$$\theta(t) = \theta = \tan^{-1}(y/x). \quad (18)$$



а) переход от декартовой к полярной СК

б) влияние фазового сдвига на плоскости IQ

Рис. 4. Синфазная  $I$  и квадратурной  $Q$  составляющие сигнала



Для перехода в (15) от декартовых  $(x, y)$  к полярным  $(R, \theta)$  координатам используем соотношения (рис. 4а):

$$x = R \cos \theta; \quad y = R \sin \theta; \quad (19)$$

и матрицу Якоби, составленную из частных производных перехода:

$$\mathbf{J}(r, \theta) = \begin{bmatrix} \partial x / \partial R & \partial x / \partial \theta \\ \partial y / \partial R & \partial y / \partial \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -R \sin \theta \\ \sin \theta & R \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (20)$$

При переходе декартовых  $(x, y)$  к полярным  $(R, \theta)$  координатам для элементарной площади  $dS = dx dy = \det \mathbf{J}(R, \theta) dR d\theta$  используется Якобиан – определитель матрицы Якоби (20), который выражается:

$$\det \mathbf{J}(r, \theta) = \det \begin{bmatrix} \cos \theta & -R \sin \theta \\ \sin \theta & R \cos \theta \end{bmatrix} = R. \quad (21)$$

Таким образом, производя замену переменных в (16), получим:

$$p(R, \theta) = \frac{R}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right). \quad (22)$$

Интегрируя функцию плотности вероятности (ФПВ) (22) по переменной  $\theta$  от 0 до  $2\pi$ , получим рэлеевскую ФПВ амплитуды  $R$  [7, 8]:

$$p(R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right). \quad (23)$$

Интегрируя ФПВ (22) по переменной  $R$  от 0 до  $\infty$ , получим равномерную плотность вероятности угла прихода волны  $\theta$ :

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi}. \quad (24)$$

Таким образом, (23) и (24) подтверждают предпосылки о рэлеевском распределении амплитуды и равномерном распределении угла прихода в каждой волне радиоканала с замираниями.

Для целей оценки помехоустойчивости сигналов в радиоканале с замираниями представим суммарный принятый сигнал (14) для  $N$  приходящих плоских волн в комплексном виде в области информационных частот (на 0-й частоте *Baseband*) с учетом допущений (1)–(11):

$$\begin{aligned} r(t) &= x(t) + jy(t); \\ x(t) &= \frac{1}{\sqrt{2N_0+1}} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{N_0} (\cos \varphi_n \cos \omega_n t) + \sqrt{2} \cos \varphi_N \cos \omega_d t \right\}; \\ y(t) &= \frac{1}{\sqrt{2N_0+1}} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{N_0} (\sin \varphi_n \cos \omega_n t) \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$



Скрипт 2 содержит функцию для формирования рэлеевских замираний по модели Джейкса согласно выражению (25).

**Скрипт 2. Моделирование рэлеевских замираний по модели Джейкса**

```
% Формирование Рэлеевских замираний методом суммы синусоид по Джейксу
function [iout,qout,ramp,rcos,rsin]=...
    fade(idata,qdata,nsamp,tstp,fd,N0,counter,flat)
% Выходные параметры:
% iout : выходные выборки синфазной составляющей Ich
% qout : выходные выборки синфазной составляющей Qch
% ramp : амплитуда сигнала с Рэлеевскими замираниями
% rcos : косинусная составляющая сигнала после замираний
% rsin : синусная составляющая сигнала после замираний
% Входные параметры:
% idata : входные выборки синфазной составляющей Ich (x1)
% qdata : входные выборки синфазной составляющей Qch (x2)
% nsamp : число выборок для моделирования
% tstp : минимальное разрешение (шаг) времени
% fd : максимальный доплеровский сдвиг, Гц
% N0 : число синусоид для формирования замираний в одной копии
% counter : счетчик замираний
% flat : признак гладких замираний
% 1->flat : гладкие замирания: флуктуирует только амплитуда
% 0->nomal : частотно-селективные замирания: флуктуирует амплитуда и фаза
if fd ~= 0.0 % если есть доплеровский сдвиг частоты
    ic0 = counter; % счетчик замираний
    N = 4*N0+2;
    ts = tstp;
    wd=2*pi*fd; % максимальный доплеровский сдвиг в радианах
    % инициализация переменных xc, xs и ic
    xc=zeros(1,nsamp); xs=zeros(1,nsamp); ic=[1:nsamp]+ic0;
    for n = 1:N0
        phin=pi*n/(N0+1);
        wn = wd*cos(2*pi*n/N);
        xc=xc+2*cos(phin).*cos(wn.*ic*ts);
        xs=xs+2*sin(phin).*cos(wn.*ic*ts);
    end
    xc=(xc+sqrt(2)*cos(wd*ts*ic))/sqrt(2*N0+1);
    xs=xs/sqrt(2*N0+1);
    ramp=sqrt(xc.^2+xs.^2); rcos=xc./ramp; rsin=xs./ramp;
    if flat ==1 % для гладких замираний
        iout = sqrt(xc.^2+xs.^2).*idata(1:nsamp); % выходные выборки Ich
        qout = sqrt(xc.^2+xs.^2).*qdata(1:nsamp); % выходные выборки Qch
    else % для частотно-селективных замираний
        iout=xc.*idata(1:nsamp)-xs.*qdata(1:nsamp); % выходные выборки Ich
        qout=xs.*idata(1:nsamp)+xc.*qdata(1:nsamp); % выходные выборки Qch
    end
else % если нет доплеровского сдвига частоты
    iout=idata; qout=qdata;
end
end
```



#### 4 Модели гладких и частотно селективных замираний

Большинство исследований по вопросам оценки помехоустойчивости проводится в предположении о гладких замираниях. В случае частотно-селективных замираний необходимо учитывать переменный во времени фазовый и/или частотный сдвиг. Формализуем далее его происхождение на примере квадратурной модуляции и демодуляции.

Для передачи информационного сигнала с полосой  $f_b$  Гц с использованием амплитудной модуляции требуется радиоканал с шириной полосы  $2f_b$  Гц. Для более эффективного использования полосы частот передача двух информационных сигналов с полосой  $f_b$  Гц осуществляется на одной несущей частоте синфазной  $I$  и квадратурной  $Q$  составляющими, сдвинутыми друг относительно друга на  $90^\circ$ . Рис. 5 иллюстрирует схему квадратурной модуляции и демодуляции информационного сигнала в вещественной форме. Синфазная составляющая получается в результате модуляции информационного сигнала  $g_1(t)$  несущей  $\cos(2\pi f_c t)$ , а квадратурная составляющая получается в результате модуляции информационного сигнала  $g_1(t)$  несущей  $-\sin(2\pi f_c t) = \cos(2\pi f_c t + \pi/2)$ . Квадратурно-модулированный сигнал можно представить следующим образом:

$$y(t) = g_1(t) \cos(2\pi f_c t) - g_2(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (26)$$

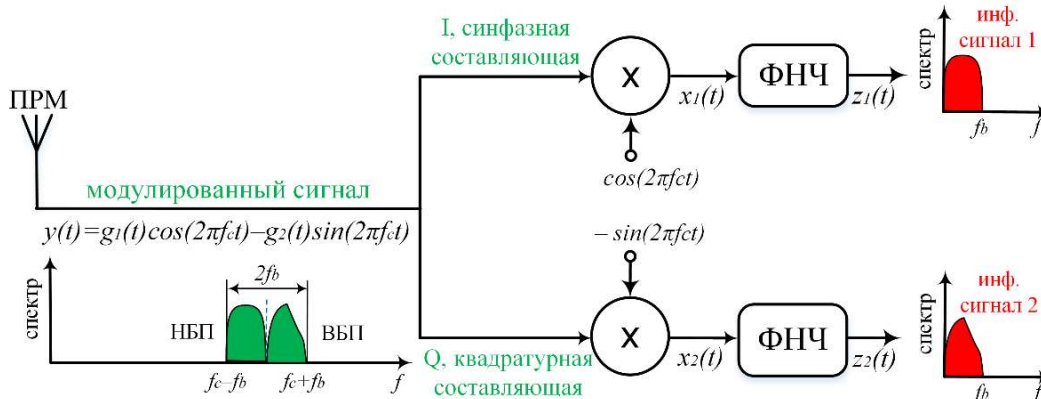
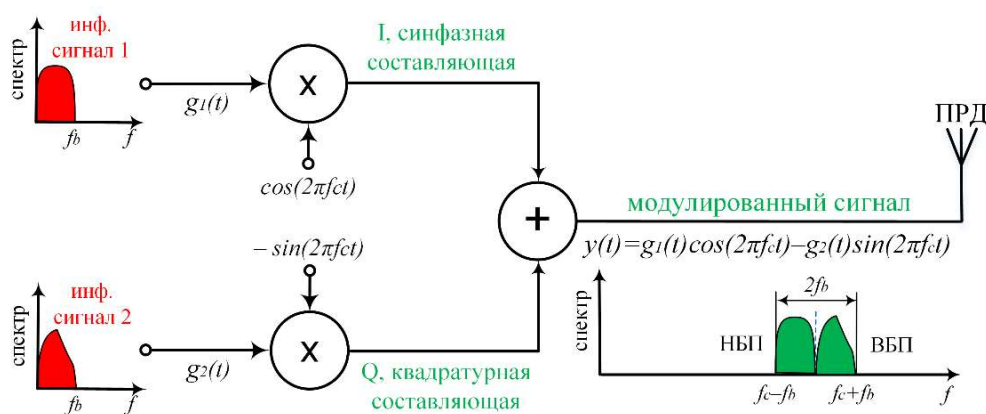


Рис. 5. Схема квадратурной модуляции и демодуляции



Допустим, что принятый сигнал  $y(t)$  демодулируется опорным колебанием, частота и фаза которого в точности повторяют модулированный сигнал, тогда в результате демодуляции синфазной составляющей, используя формулу  $\cos^2(A) = 0,5 (1 + \cos(2A))$ , получим:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t) \cos(2\pi f_c t) = \\ &= [g_1(t) \cos(2\pi f_c t) - g_2(t) \sin(2\pi f_c t)] \cos(2\pi f_c t) = \\ &= g_1(t) \cos^2(2\pi f_c t) - g_2(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) = \\ &= 0,5g_1(t) + [0,5g_1(t) \cos(4\pi f_c t) - 0,5g_2(t) \sin(4\pi f_c t)]. \end{aligned} \quad (27)$$

Сигнал на выходе фильтра нижних частот (ФНЧ, LPF – *Low Pass Filter*) будет равен:

$$z_1(t) = \text{LPF}\{x_1(t)\} = 0,5g_1(t). \quad (28)$$

В результате демодуляции квадратурной составляющей, используя формулу  $\sin^2(A) = 0,5 (1 - \cos(2A))$ , получим:

$$\begin{aligned} x_2(t) &= -\sin(2\pi f_c t) y(t) = \\ &= -\sin(2\pi f_c t) [g_1(t) \cos(2\pi f_c t) - g_2(t) \sin(2\pi f_c t)] = \\ &= -g_1(t) \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) + g_2(t) \sin^2(2\pi f_c t) = \\ &= 0,5g_2(t) - [0,5g_1(t) \sin(4\pi f_c t) + 0,5g_2(t) \cos(4\pi f_c t)]. \end{aligned} \quad (29)$$

Сигнал на выходе ФНЧ будет равен:

$$z_2(t) = \text{LPF}\{x_2(t)\} = 0,5g_2(t). \quad (30)$$

Теперь допустим, что принятый сигнал  $y(t)$  демодулируется опорным колебанием, начальная фаза которого отличаются от таковой в модулированном сигнале на величину некоторого случайного фазового сдвига  $\theta$  в результате МРРВ (рис. 6).

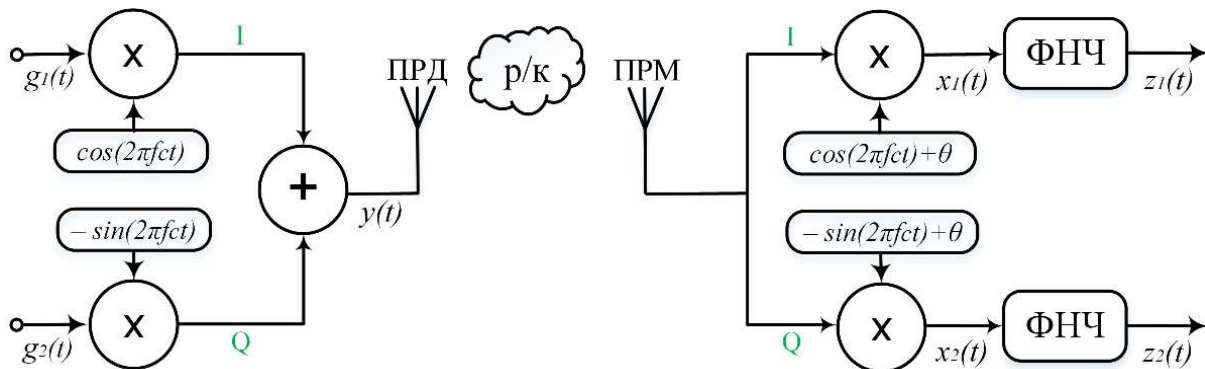


Рис. 6. Квадратурная демодуляция при фазовом сдвиге





С учетом тригонометрических соотношений:

$$\cos(A) \cos(B) = 0,5[\cos(A - B) + \cos(A + B)]; \quad (31)$$

$$\sin(A) \cos(B) = 0,5[\sin(A - B) + \sin(A + B)];$$

в результате демодуляции синфазной составляющей получим:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t) \cos(2\pi f_c t + \theta) = \\ &= [g_1(t) \cos(2\pi f_c t) - g_2(t) \sin(2\pi f_c t)] \cos(2\pi f_c t + \theta) = \\ &= g_1(t) \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t + \theta) - g_2(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t + \theta) = \\ &= 0,5[g_1(t) \cos(\theta) + g_2(t) \sin(\theta)] + \\ &+ 0,5[g_1(t) \cos(4\pi f_c t + \theta) - g_2(t) \sin(4\pi f_c t + \theta)]. \end{aligned} \quad (32)$$

Сигнал на выходе ФНЧ будет равен:

$$z_1(t) = \text{LPF}\{x_1(t)\} = 0,5[g_1(t) \cos(\theta) + g_2(t) \sin(\theta)]. \quad (33)$$

С учетом тригонометрических соотношений:

$$\cos(A) \sin(B) = 0,5[\sin(A + B) - \sin(A - B)]; \quad (34)$$

$$\sin(A) \sin(B) = 0,5[\cos(A - B) - \cos(A + B)];$$

в результате демодуляции квадратурной составляющей получим:

$$\begin{aligned} x_2(t) &= -\sin(2\pi f_c t + \theta) y(t) = \\ &= -\sin(2\pi f_c t + \theta) [g_1(t) \cos(2\pi f_c t) - g_2(t) \sin(2\pi f_c t)] = \\ &= -g_1(t) \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t + \theta) + g_2(t) \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t + \theta) = \\ &= 0,5[-g_1(t) \sin(\theta) + g_2(t) \cos(\theta)] - \\ &- 0,5[g_1(t) \sin(4\pi f_c t + \theta) + g_2(t) \cos(4\pi f_c t + \theta)]. \end{aligned} \quad (35)$$

Сигнал на выходе ФНЧ будет равен:

$$z_2(t) = \text{LPF}\{x_2(t)\} = 0,5[-g_1(t) \sin(\theta) + g_2(t) \cos(\theta)]. \quad (36)$$

Таким образом, при квадратурной демодуляции со сдвигом фазы  $\theta$  демодулированные синфазная  $z_1(t)$  и квадратурная  $z_2(t)$  составляющие являются комбинациями переданных сигналов  $g_1(t)$  и  $g_2(t)$ .

В матричном виде выражения (33) и (36) в некоторый момент времени  $t$  можно представить выражением:





$$\begin{bmatrix} 2z_1 \\ 2z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Рассмотрим влияние фазового сдвига на демодулированный сигнал. Допустим, что в некоторый момент времени демодулированный сигнал можно представить на комплексной плоскости (фазовом портрете) в прямоугольной системе координат (рис. 46) точкой с координатой  $g_1$  по оси  $x$  (синфазная составляющая) и координатой  $g_2$  по оси  $y$  (квадратурная составляющая). Тогда влияние фазового сдвига на исходный сигнал с координатами  $(g_1, g_2)$  можно интерпретировать на фазовом портрете как его поворот на  $\theta$  в следующий момент времени, в результате которого получается сигнал с координатами  $(2z_1, 2z_2)$ , где коэффициент 2 учитывает масштабирование исходного сигнала в результате поворота согласно (37), что и реализует скрипт 1 для случая так-называемых частотно селективных замираний. Если в принятом сигнале присутствует частотный сдвиг, то фазовый сдвиг будет изменяться во времени, т. е.  $\theta = \theta(t)$ , а демодулированный сигнал будет поворачиваться. Для компенсации частотных сдвигов используются схемы фазовой автоподстройки частоты.

## 5 Модели задержки и ослабления отраженных сигналов

Рис. 7 иллюстрирует модель задержек и ослаблений копий принятого сигнала в многолучевом радиоканале для примера рассмотренного сценария (рис. 3), включая один луч прямой видимости LOS и три луча NLOS, которые в результате отражения пришли на вход приемника с задержками и ослаблениями.

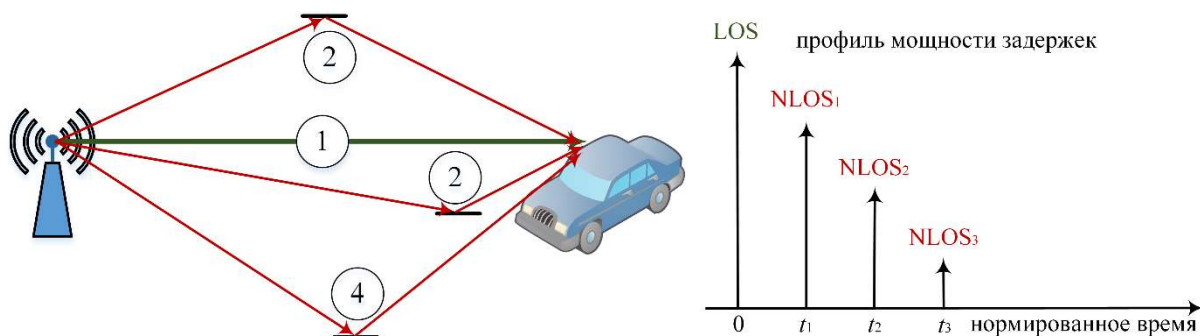


Рис. 7. Модели задержки и ослабления отраженных сигналов

Общепринятой моделью многолучевого канала в домене времени является профиль мощности задержек PDP (*Power Delay Profile*), который формализует нормированные параметры задержки и ослабления отраженных сигналов относительно первой копии, вероятно являющейся LOS. Скрипт 3 реализует функцию добавления задержки к каждой копии принятого сигнала.

**Скрипт 3. Добавление задержки к каждой копии принятого сигнала**

```
% Функция добавления задержки к каждой копии принятого сигнала
function [iout,qout] = delay(idata, qdata, nsamp, idel)
% Выходные параметры:
% iout  выходные выборки синфазной составляющей Ich
% qout  выходные выборки квадратурной составляющей Qch
% Входные параметры:
% idata  входные выборки синфазной составляющей Ich
% qdata  входные выборки квадратурной составляющей Qch
% nsamp  число выборок для моделирования
% idel   задержка в числе выборок

% инициализация векторов iout и qout
iout=zeros(1,nsamp); qout=zeros(1,nsamp);
% заполнение нулями idel задержанных выборок
if idel ~= 0
    iout(1:idel) = zeros(1,idel);
    qout(1:idel) = zeros(1,idel);
end
% заполнение выходных векторов входными выборками начиная с idel
iout(idel+1:nsamp) = idata(1:nsamp-idel);
qout(idel+1:nsamp) = qdata(1:nsamp-idel);
end
```

Скрипт 4 реализует формирование суммы копий прямого и отраженных сигналов с задержкой и ослаблением.

**Скрипт 4. Сумма копий прямого и отраженных сигналов с задержкой и ослаблением**

```
% Формирование суммы копий отраженных и ослабленных сигналов с замираниями
function[iout,qout,ramp,rcos,rsin]=...
    sefade(idata,qdata,itaу,dлv1,th,n0,itn,nwav,nsamp,tstp,fd,flat)
% Выходные параметры:
% iout  : выходные выборки синфазной составляющей Ich для суммы копий
% qout  : выходные выборки синфазной составляющей Qch для суммы копий
% ramp  : амплитуда сигнала с Рэлеевскими замирания для суммы копий
% rcos  : косинусная составляющая сигнала после замираний для суммы копий
% rsin  : синусная составляющая сигнала после замираний для суммы копий
% Входные параметры:
% idata  : входные выборки синфазной составляющей Ich
% qdata  : входные выборки синфазной составляющей Qch
% itau   : задержка каждой копии сигнала (в единицах tstp)
% dlvl   : ослабление каждой копии сигнала в дБ (по мощности)
% th     : начальная фаза каждой копии сигнала
% n0     : число синусоид для формирования каждой копии сигнала
% itn    : счетчик замираний для формирования каждой копии сигнала
% nwav   : число копий сигнала (LOS+NLOS )
% nsamp  : число символов (выборок)
% tstp   : минимальное разрешение (шаг) времени
% fd     : максимальный доплеровский сдвиг, Гц
% flat   : признак гладких замираний
% 1->flat : гладкие замирания: флуктуирует только амплитуда
% 0->N0mal : частотно-селективные замирания: флуктуирует амплитуда и фаза
iout = zeros(1,nsamp); qout = zeros(1,nsamp); % инициализация iout и qout
total_attn = sum(10.^(-dlvl/10)); % суммарное ослабление по мощности
```



```

for k = 1:nwav % цикл по числу копий сигнала (LOS+NLOS )
    atts = 10.^(-dlvl(k)/20); % ослабление по амплитуде каждой копии
    if dlvl(k) >= 40.0
        atts = 0.0; % копии с ослаблением более 40 дБ обнуляются
    end
    theta = th(k)*pi/180; % начальная фаза каждой копии
    % задержка каждой копии на значение itau(k)
    [itmp,qtmp] = delay (idata, qdata, nsamp, itau(k));
    % замирание каждой копии по модели Джейкса
    [itmp3,qtmp3,ramp,rcos,rsin] = ...
        fade(itmp,qtmp,nsamp,tstp,fd,n0(k),itn(k),flat);
    % суммирование синфазной и квадратурной составляющих копий
    iout = iout+atts*itmp3/sqrt(total_attn);
    qout = qout+atts*qtmp3/sqrt(total_attn);
end
end

```

Основными исходными данными функции формирования суммы копий прямого и отраженных сигналов с задержкой и ослаблением являются следующие параметры: разрешения по времени  $tstp$ , задержка каждой копии сигнала (в единицах  $tstp$ )  $itau$ , ослабление каждой копии сигнала в дБ (по мощности)  $dlvl$ .

В общем случае амплитуда сигнала в каждом луче имеет рэлеевское, а фаза – равномерное распределение; для их формирования используется вызываемая функция `fade` (скрипт 2). Для формирования независимых распределений амплитуды и фазы в каждом луче с использованием одной функции `fade`, она используется счетчик замираний `counter` в качестве одного из входных параметров; параметр `counter` инициализируется своим числом для каждого луча, что обеспечивает независимость распределений в каждом из них.

## 6 Использование модели при оценке помехоустойчивости

Скрипт 5 иллюстрирует пример использования реализованных моделей многолучевости для оценки помехоустойчивости сигналов ФМ-2 в канале с замираниями.

### Скрипт 5. Оценка помехоустойчивости сигналов ФМ-2 в канале с замираниями

```

% Программа оценки BER ФМ-2 в канале с замираниями
tstp = 0.5*1.0e-6; % шаг времени, длительность символа (0.5 мкс ~ 150 м)
sr = 1/tstp; % символьная скорость, симв/с (0.5 мкс ~ 2 Мбит/с)
itau = [0, 2, 3, 4]; % вектор задержек прихода копий сигнала в tstp
dlvl = [0, 10, 20, 25]; % вектор ослаблений копий сигнала в дБ
n0=[6,7,6,7]; % число синусоид (N>6) для моделирования каждой копии сигнала
th1=[0,0,0,0,0,0,0]; % начальная фаза каждой задержанной копии сигнала
itnd0=100*2; % для обновления счетчика замираний в каждом цикле ИМ
% Начальное значение счетчика замираний каждой копии сигнала
itnd1=[1000,2000, 3000, 4000];
nwav=4; % общее число принятых копий/лучей (LOS+NLOS)
fd=200; % максимальный доплеровский сдвиг, Гц
nd = 100; % число выборок (символов) в одном цикле
% flat : признак замираний: гладкие или частотно-селективные
% 1->flat : при гладких замираниях флуктуирует только амплитуда
% 0->nomal: при частотно-селективных флуктуирует и амплитуда и фаза

```





4. Jakes W. C. Microwave mobile communications. IEEE: Piscataway, NJ, 1974. 645 p. (in English). ISBN 0-7803-1069-1.
5. Cho Y. S., Kim J., Yang W. Y., & Kang C. G. MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB. John Wiley & Sons, 2010. 544 p.
6. Harada H., Prasad R. Simulation and software radio for mobile communications. Artech House. 2002. 448 p.

**Фокин Григорий Алексеевич**

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры  
Санкт-Петербургского государственного университета  
телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,  
[grihafokin@gmail.com](mailto:grihafokin@gmail.com)

**Fokin Grigoriy A.**

Candidate of engineering sciences, docent, Associate  
Professor, The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State  
University of Telecommunications,  
[grihafokin@gmail.com](mailto:grihafokin@gmail.com)