

ОЦЕНКА ДЖИТТЕРА ПРИ ОБРАБОТКЕ ТРАФИКА В СИСТЕМЕ G/G/1

М. А. Буранова*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
г. Самара, 443010, Российская Федерация
*Адрес для переписки: mburanova@yandex.ru

Аннотация—Анализ параметров функционирования IP-сетей при обработке мультимедийных потоков является весьма важной задачей. Существует множество подходов по оценке параметров качества обслуживания в системе G/G/1. Изменение задержки пакетов в сети весьма важный параметр, который определяет качество обработки трафика. Изменение задержки, как правило, определяется либо как джиттер пакетов, либо как вариация задержки пакетов. При этом необходимую точность определения параметров получить достаточно точно, поскольку все решения, в основном, основываются на определенных допущениях. В работе представлен подход к определению изменения задержки пакетов в системе G/G/1 как джиттера пакетов. Основой представленного подхода является аппроксимация произвольных распределений гиперэкспоненциальными распределениями, то есть моделирование системы G/G/1 системой H₂/H₂/1. Решение задачи оценки джиттера сводится к определению параметров распределений. Для оценки параметров гиперэкспоненциальных распределений использован ЕМ-алгоритм. В качестве исследуемого трафика использован мультимедийный поток, зарегистрированный на реальной сети. В работе получена аналитическая оценка джиттера в системе G/G/1. Полученные результаты применимы для независимых потоков и для некоррелированных в структуре каждой последовательности случайных величин.

Ключевые слова—Джиттер, качество обслуживания, имитационное моделирование, гиперэкспоненциальное распределение.

Информация о статье

УДК 519.872

Язык статьи – русский.

Поступила в редакцию 26.05.20, принята к печати 15.06.20.

Ссылка для цитирования: Буранова М. А. Оценка джиттера при обработке трафика в системе G/G/1 // Информационные технологии и телекоммуникации. 2020. Том 8. № 2. С. 12–19. DOI 10.31854/2307-1303-2020-8-2-12-19.

ASSESSING JITTER WHEN PROCESSING TRAFFIC IN THE G/G/1 SYSTEM

M. Buranova*

Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics,
Samara, 443010, Russian Federation

*Corresponding author: mburanova@yandex.ru

Abstract—Analysis of the parameters of the functioning of IP-networks in the processing of multi-media streams is a very important task. There are many approaches to assessing the quality of service parameters in the G/G/1 system. Changing the delay of packets on the network is a very important parameter that determines the quality of traffic processing. The change in delay is usually defined either as packet jitter or as a variation in packet delay. At the same time, the required accuracy in determining the parameters can be obtained quite accurately, since all decisions are mainly based on certain assumptions. The paper presents an approach to determining the change in packet delay in the G/G/1 system as packet jitter. The basis of the presented approach is the approximation of arbitrary distributions by hyperexponential distributions, i.e. modeling of the G/G/1 system by the H₂/H₂/1 system. The solution to the jitter estimation problem is to determine the distribution parameters. To evaluate the parameters of hyperexponential distributions, the EM algorithm is used. As the traffic studied, a multimedia stream registered on a real network was used. An analytical estimate of jitter in the G/G/1 system is obtained. The results obtained are applicable for independent flows and for random variables uncorrelated in the structure of each sequence.

Keywords—jitter, quality of service, simulation, hyperexponential distribution.

Article info

Article in Russian.

Received 26.05.20, accepted 15.06.20.

For citation: Buranova M.: Assessing Jitter when Processing Traffic in the G/G/1 System // Telecom IT. 2020. Vol. 8. Iss. 2. pp. 11–19 (in Russian). DOI 10.31854/2307-1303-2020-8-2-11-19.

Введение

При проектировании и организации инфокоммуникационных сетей необходимо учитывать разнородный характер современного трафика. Алгоритмы обработки такого трафика должны учитывать высокие требования, предъявляемые к различным параметрам, при определении необходимого уровня качества обработки потоков разного типа (данные, голосовые, мультимедийные потоки и т. д.). Оценка джиттера весьма важная задача при обеспечении качества обслуживания (QoS) в инфокоммуникационных сетях, например, при анализе эффективности сетевой обработки мультимедийных потоков или при решении задачи балансировки разнородного трафика в MPLS сети, если необходимо построить маршруты по многокритериальному принципу, когда требуется достичь высокой производительности с точки зрения задержки, джиттера и вероятности блокировки, тем самым способствуя оптимальному использованию сетевых ресурсов. Как правило, параметрами, которые учитываются при опре-

делении качества обслуживания (QoS), является задержка, изменение задержки (джиттер или вариация задержки), вероятность потерь.

Основное внимание при решении задачи обеспечения качества обслуживания уделяется удержанию задержки на требуемом уровне. При этом следует учесть, что определенные типы трафика, например, мультимедийные потоки, весьма критичны не только к задержке передачи, но и к изменению задержки пакетов при их передаче. В работах [1, 2] поднимается проблема оценки изменения задержки пакетов, решение которой связано с рядом трудностей. Главная проблема заключается в том, что традиционно для решения данных задач используется аппарат теории массового обслуживания, который достаточно точно позволяет определить параметры функционирования сетей при обработке простейших потоков. Системы обрабатывающие такие потоки описываются моделью M/M/1. Как известно, для потоков, генерируемых и обрабатываемых в современных инфокоммуникационных сетях характерно наличие свойств самоподобия, в том числе, распределений с тяжелыми хвостами случайных интервалов времени между пакетами и длительностей пакетов, а системы обрабатывающие такие потоки лучше описываются моделью G/G/1.

Многочисленные исследования в данной области не дают решения оценки джиттера в системе G/G/1. В [3, 4, 5, 6] приведен анализ джиттера с примерами произвольного распределения интервалов времени между пакетами такими как экспоненциальное, Парето, Вейбулла. Одним из возможных подходов к решению может быть использование гиперэкспоненциальных распределений для аппроксимации распределений произвольного вида. В [7] показан подход по оценке джиттера с использованием гиперэкспоненциальных распределений, но решение предложено для системы G/M/1. В работах [7, 8, 9] показано, что достаточно эффективно использование аппроксимации системой H1/Hk/1. В этой работе предлагается использовать аппроксимацию H2/H2/1 для моделирования систем G/G/1.

Аналитическая модель джиттера

Традиционно изменение задержки пакетов при передаче определяется двумя подходами: первый – джиттер определяется как средняя абсолютная вариация задержки или изменение задержки в потоке от некоторого минимального значения [10], второй – определяется как разность между задержкой двух последовательных пакетов¹, которую можно записать как случайную величину J_i :

$$J_{i+1} = |T_{i+1} - T_i|,$$

где T_i – время задержки i -го пакета в узле сети, которое определяется в виде $T_i = W_i + Q_i$, где W_i – время ожидания i -го пакета в очереди и Q_i – время его обслуживания. Пусть V_{i+1} – интервал времени между приходом $(i+1)$ -го и i -го пакета.

¹ Internet protocol data communication service IP packet transfer and availability performance parameters. ITU-T Recommendation Y.1540. 2002. – 33 р. // URL: <https://www.itu.int/rec/T-REC-I.380-199902-S/en> (дата обращения: 10.02.2020).

Основываясь на результатах, полученных в [3, 4, 5, 6, 7, 8] для среднего значения джиттера и с учетом независимости случайных величин T_i , Q_i и V_i , можно записать следующее выражение:

$$\begin{aligned} J &= E(|T_{i+1} - T_i|) = \\ &= \int_0^\infty f_V(y) \int_0^\infty f_Q(z) \left[\int_0^y |z - x| f_T(x) dx + |z - y| \int_y^\infty f_T(x) dx \right] dz dy. \end{aligned} \quad (1)$$

где $f_T(x)$ – плотность вероятностей случайной величины T ,

$f_V(y)$ – плотность вероятностей случайной величины V ,

$f_Q(z)$ – плотность вероятностей случайной величины Q .

Решение уравнения (1) для случая системы G/G/1 весьма затруднительно, если учесть, что под G понимаем произвольное распределение, как правило, с тяжелыми хвостами. Выражение (1) позволяет рассчитать среднее значение джиттера при известных или приближенных функциях плотности вероятностей случайных интервалов времени между поступлениями пакетов, времени обслуживания и времени ожидания пакета в очереди для системы обслуживания общего вида.

Часто возникают трудности с применением конкретного закона распределения вероятностей для какой-либо реализации. Одним из возможных подходов является описание ее смесью распределений. Для (1) функции $f_T(x)$, $f_V(y)$ и $f_Q(z)$ можно представить в виде смеси экспоненциальных распределений, которые предпочтительней для описания и моделирования трафика IP-сети [11].

Если произвольную плотность вероятностей в системе G/G/1 обозначить как $f(x)$, то аппроксимация с использованием модели H₂/H₂/1 может быть представлена в виде

$$f(x) = p\alpha_1 e^{-\alpha_1 x} + (1-p)\alpha_2 e^{-\alpha_2 x}.$$

Использование гиперэкспоненциального распределения в качестве примера произвольного распределения G позволяет получить достаточно точные результаты при незначительных вычислительных затратах. При этом необходимо определить параметры каждой экспоненциальной составляющей распределения.

Интервалы между отсчетами реализации трафика, определенные по закону – $f_V(y)$, определяется параметром γ :

$$a(x) = p\gamma_1 e^{-\gamma_1 x} + (1-p)\gamma_2 e^{-\gamma_2 x};$$

время обслуживания – $f_Q(z)$, определяется параметром μ :

$$b(x) = q\mu_1 e^{-\mu_1 x} + (1-q)\mu_2 e^{-\mu_2 x};$$

время передачи – $f_T(x)$, определяется параметром δ .

$$c(x) = \omega\delta_1 e^{-\delta_1 x} + (1-\omega)\delta_2 e^{-\delta_2 x}.$$

Так как для времени задержки пакета в системе T_i справедливо $T_i = W_i + Q_i$, то плотность вероятности $f_T(\cdot)$ определяется сверткой распределений (при выполнении условия независимости случайных величин W и Q):

$$f_T(y) = \int_0^\infty f_W(u) f_Q(y-u) du. \quad (2)$$

В [7] показан подход с используем гиперэкспоненциальной аппроксимации плотностей $f_V(\cdot)$ для интервалов времени между поступлениями и $f_Q(\cdot)$ для интервалов времени обслуживания. При этом для упрощения исследования было принято, что $f_W(\cdot)$ – показательное распределение, что соответствует системе G/M/1.

Для системы G/G/1 можно принять следующее представление для плотностей $f_V(\cdot)$ и $f_Q(\cdot)$, $f_W(\cdot)$:

$$f_V(\tau) = p\gamma_1 e^{-\gamma_1 \tau} + (1-p)\gamma_2 e^{-\gamma_2 \tau}, \quad (3)$$

$$f_Q(\tau) = q\mu_1 e^{-\mu_1 \tau} + (1-q)\mu_2 e^{-\mu_2 \tau}, \quad (4)$$

$$f_W(\tau) = \omega\delta_1 e^{-\delta_1 \tau} + (1-\omega)\delta_2 e^{-\delta_2 \tau}, \quad (5)$$

С учетом (3) и (5) выражение (2) примет вид

$$f_T(y) = D\mu_1 e^{-\mu_1 y} + C\mu_2 e^{-\mu_2 y}.$$

где $C = (1-q)\left(\frac{g\delta_1}{\delta_1 - \mu_1} + (1-g)\frac{\delta_2}{\delta_2 - \mu_2}\right)$; $D = (1-g)\frac{q\delta_2}{\delta_2 - \mu_2} + gq\frac{\delta_1}{\delta_1 - \mu_1}$.

В итоге получены все исходные плотности, входящие в (1), следовательно, можно оценить среднее значение джиттера, учитывая соотношения:

$$\int_0^y |z-x| f_T(x) dx = \int_0^z (z-x) f_T(x) dx + \int_z^y (x-z) f_T(x) dx.$$

Окончательный результат, выражение (1), для оценки джиттера в системе G/G/1 примет вид

$$J = pL + qM + pqK + F, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} L &= \left[\frac{(2D+C)\gamma_1}{\mu_2(\mu_2+\gamma_1)} - \frac{2D\gamma_1}{(\mu_1+\gamma_1)^2} - \frac{D\gamma_1}{\mu_1(\mu_1+\gamma_1)} - \frac{2C\gamma_1}{(\mu_2+\gamma_1)^2} - \frac{2D\gamma_1}{\mu_2(\mu_1+\mu_2+\gamma_1)} - \frac{2C\gamma_1}{\mu_2(2\mu_2+\gamma_1)} - \frac{2D\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\gamma_2)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2(D+C)\gamma_2}{(\mu_1+\gamma_2)^2} + \frac{D\gamma_2}{\mu_1(\mu_1+\gamma_2)} + \frac{2D\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\mu_2+\gamma_2)} - \frac{C\gamma_2}{\mu_2(\mu_2+\gamma_2)} + \frac{2C\gamma_2}{\mu_2(2\mu_2+\gamma_2)} \right]; \\ M &= \frac{C}{\mu_1} + \frac{2C\gamma_2}{\mu_1(\mu_2+\gamma_2)} - \frac{2C}{\mu_2} - \frac{(2D+C)\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\gamma_2)} + \frac{2C\mu_1}{\mu_2(\mu_1+\mu_2)} + \frac{2D}{\mu_1} + \frac{2D\gamma_2}{\mu_1(\mu_1+\gamma_2)} - \frac{2D\gamma_2}{\mu_1(2\mu_1+\gamma_2)} - \\ &\quad - \frac{2C\gamma_2}{\mu_1(\mu_1+\mu_2+\gamma_2)} - \frac{D}{\mu_2} - \frac{2D\mu_2}{\mu_1(\mu_1+\mu_2)} + \frac{2D\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\mu_2+\gamma_2)} - \frac{C\gamma_2}{\mu_2(\mu_2+\gamma_2)} + \frac{2C\gamma_2}{\mu_2(2\mu_2+\gamma_2)}); \\ K &= \frac{(2C+D)\gamma_1}{\mu_1(\mu_1+\gamma_1)} - \frac{(C+2D)\gamma_1}{\mu_2(\mu_1+\gamma_1)} - \frac{2D\gamma_1}{\mu_1(2\mu_1+\gamma_1)} - \frac{2C\gamma_1}{\mu_1(\mu_1+\mu_2+\gamma_1)} + \frac{2D\gamma_1}{\mu_2(\mu_1+\mu_2+\gamma_1)} - \frac{C\gamma_1}{\mu_2(\mu_2+\gamma_1)} + \\ &\quad + \frac{2C\gamma_1}{\mu_2(2\mu_2+\gamma_1)} - \frac{2C\gamma_2}{\mu_1(\mu_2+\gamma_2)} + \frac{(C+2D)\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\gamma_2)} + \frac{2D\gamma_2}{\mu_1(\mu_1+\gamma_2)} + \frac{2D\gamma_2}{\mu_1(2\mu_1+\gamma_2)} + \frac{2C\gamma_2}{\mu_1(\mu_1+\mu_2+\gamma_2)} + \frac{2C}{\mu_2} - \\ &\quad - \frac{2D\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\mu_2+\gamma_2)} + \frac{C\gamma_2}{\mu_2(\mu_2+\gamma_2)} - \frac{2C\gamma_2}{\mu_2(2\mu_2+\gamma_2)}; \\ F &= \frac{(D+C)}{\mu_2} + \frac{2D\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\gamma_2)} - \frac{D}{\mu_1} - \frac{2D\gamma_2}{(\mu_1+\gamma_2)^2} - \frac{D\gamma_2}{\mu_1(\mu_1+\gamma_2)} - \frac{2C\gamma_2}{(\mu_2+\gamma_2)^2} - \frac{2D\mu_2}{\mu_1(\mu_1+\mu_2)} - \frac{2D\gamma_2}{\mu_2(\mu_1+\mu_2+\gamma_2)} + \\ &\quad + \frac{C\gamma_2}{\mu_2(\mu_2+\gamma_2)} - \frac{2C\gamma_2}{\mu_2(2\mu_2+\gamma_2)}. \end{aligned}$$

Для вычислений по формуле (6) необходимо определить параметры, используемых гиперэкспоненциальных распределений.

Для анализа параметров трафика воспользуемся подходом, показанным в [11] с применением ЕМ-алгоритма, который показал себя весьма эффективны при решении задач поиска параметров смесей нормальных и показательных распределений [12, 13, 14, 15, 16]. В качестве реализации трафика был использован мультимедийный поток, описание которого показано в [8]. Данный поток зарегистрирован на уровне доступа, для него характерно отсутствие зависимостей в последовательностях интервалов времени между пакетами и интервалами между пакетами. Полученные результаты, позволяют оценить параметры, характеризующие реальный трафик. Условия обработки исследуемого потока соответствуют загрузке $\rho = 0,4$.

Были получены следующие значения параметров:

$$(p, \gamma_1, \gamma) \quad \gamma_1 = 558,09 \text{ мс}^{-1}, \gamma_2 = 558,06 \text{ мс}^{-1}, p = 0,96157 \text{ – для (3),}$$

$$(q, \mu_1, \mu_2) \quad \mu_1 = 1\,229,06 \text{ мс}^{-1}, \mu_2 = 101,7 \text{ мс}^{-1}, q = 0,9989 \text{ – для (4),}$$

$$(\omega, \delta_1, \delta_2) \quad \delta_1 = 0,0199 \text{ мс}^{-1}, \delta_2 = 2,2 \times 10^{-6} \text{ мс}^{-1}, \omega = 0,9989 \text{ – для (5).}$$

На основании полученных значений параметров и формулы (9) определено среднее значение джиттера – $J = 0,14 \text{ мс}$.

Выводы

В работе получена аналитическая оценка джиттера в системе G/G/1, моделируемой как H₂/H₂/1. Полученный подход позволяет оценить джиттер пакетов при передаче не зависимо от того каким реальным распределением описывается время ожидания пакета в очереди. Определение параметров гиперэкспоненциальных распределений основано на применении ЕМ-алгоритма. Получены оценки джиттера $J = 0,14 \text{ мс}$ при коэффициенте загрузки $\rho = 0,4$.

Литература

1. Kartashevskii V. G., Kireeva N. V., Buranova M. A., Chupakhina L. R. Study of queuing system G/G/1 with an arbitrary distribution of time parameter system // 2nd International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2015 – Conference Proceedings, 2015. pp. 145–148. DOI: 10.1109/ INFOCOMMST.2015. 7357297.
2. Kartashevskii V. G., Buranova M. A. Analysis of Packet Jitter in Multiservice Network // 5th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2018, Conference Proceedings, 2018. pp. 797–802. DOI:10.1109/ INFOCOMMST.2018.8632085.
3. Dbira H., Girard A., Sanso B. Calculation of packet jitter for non-poisson traffic // Annals of telecommunications. 2016. Vol. 71. Issue 5–6. pp. 223–237.
4. Карташевский В. Г., Буранова М. А. Моделирование джиттера пакетов при передаче по мультисервисной сети // Инфокоммуникационные технологии. 2019. Т. 17. № 1. С. 34–40.
5. Dahmouni H., Girard A., Sanso B. An analytical model for jitter in IP networks // Annals of telecommunications-annales des telecommunications, 2012. pp. 81–90.
6. Kartashevskiy I., Buranova M. Calculation of Packet Jitter for Correlated Traffic. // International Conference on «Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems.

NEW2AN 2019». 2019. Vol. 11660. pp. 610–620. (Lecture Notes in Computer Science, Springer, Cham). DOI: 10.1007/978-3-030-30859-9_53.

7. Буранова М. А., Карташевский В. Г., Латыпов Р. Т. Оценка джиттера в системе G/M/1 на основе использования гиперэкспоненциальных распределений // Инфокоммуникационные технологии. 2020. Т. 18 (1). С. 13–20.

8. Тарасов В. Н., Карташевский И. В. Определение среднего времени ожидания требований в управляемой системе массового обслуживания N2/N2/1 // Системы управления и информационные технологии. 2014. № 3 (57). С. 92–96.

9. Demichelis C., Chimento P. IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM), institution IETF, RFC 33934. 2000. 21 p. DOI: 10.17487/RFC3393

10. Keilson J., Machihara F. Hyperexponential waiting time structure in hyperexponential $H_N / H_K/1$ system // Journal of the Operation Society of Japan. 1985. N 28 (3). pp. 242–250.(10 ИКТ19)

11. Buranova M. A., Ergasheva D. R., Kartashevskiy V. G. Using the EM-algorithm to approximate the distribution of a mixture by hyperexponents // 2019 International Conference on Engineering and Telecommunication, EnT 2019. 2019. pp. 1–4. DOI: 10.1109/EnT47717.2019.9030551.

12. Feldmann, A., & Whitt, W. (1997). Fitting Mixtures of Exponentials to Long-Tail Distributions to Analyze Network Performance Models // In Proceedings IEEE INFOCOM'97. pp. 1096–1104. Piscataway, NJ: IEEE. (2 ИКТ19)

13. Baird S. R. Estimating mixtures of exponential distributions using maximum likelihood and the EM algorithm to improve simulation of telecommunication networks. (2002). URL: <https://open.library.ubc.ca/collections/ubctheses/831/items/1.0090805> (дата обращения: 10.02.2020).

14. Day N. E.: Estimating the components of a mixture of normal distributions // Biometrika. 1969. vol. 56. No. 3. pp. 463–474.

15. Королёв В. Ю. ЕМ-алгоритм, его модификации и их применение к задаче разделения смесей вероятностных распределений. Теоретический обзор. М.: ИПИРАН, 2007. 94 с.

16. Воронцов К. В. Математические методы обучения по прецедентам (теория обучения машин). URL: <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf> (дата обращения: 10.02.2020).

References

1. Kartashevskii, V. G., Kireeva, N. V., Buranova, M. A., Chupakhina, L. R. Study of queuing system G/G/1 with an arbitrary distribution of time parameter system // 2nd International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2015 – Conference Proceedings, 2015. pp. 145–148. DOI: 10.1109/ INFOCOMMST.2015. 7357297.
2. Kartashevskii, V. G., Buranova, M. A. Analysis of Packet Jitter in Multiservice Network // 5th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2018, Conference Proceedings, 2018. DOI:10.1109/ INFOCOMMST.2018.8632085.
3. Dbira, H., Girard, A., Sanso, B. Calculation of packet jitter for non-poisson traffic // Annals of telecommunications. 2016. Vol. 71. Issue 5–6. pp. 223–237.
4. Buranova, M. A., Kartashevskiy, V. G. Analysis of general queuing system with selects functions // Infokommunikacionnye tekhnologii. 2019. T. 17. № 1. pp. 34–40.
5. Dahmouni, H., Girard, A., Sanso, B. An analytical model for jitter in IP networks // Annals of telecommunications-annales des telecommunications, 2012. pp. 81–90.
6. Kartashevskiy, I., Buranova, M. Calculation of Packet Jitter for Correlated Traffic. // International Conference on «Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. NEW2AN 2019». 2019. Vol. 11660. pp. 610–620. (Lecture Notes in Computer Science, Springer, Cham). DOI: 10.1007/978-3-030-30859-9_53.
7. Buranova, M. A., Kartashevskiy, V. G., Latypov, R. T. Estimate jitter in the g/m/1 system based on hypreexponential distributions // Infokommunikacionnye tekhnologii. 2020. Vol. 18 (1). pp. 13–20.
8. Tarasov, V. N., Kartashevskij, I. V. Opredelenie srednego vremeni ozhi-daniya trebovaniy v upravlyayemoj sisteme massovogo obsluzhivaniya N2/N2/1 // Sistemy upravleniya i informacionnye tekhnologii. 2014. No. 3 (57). S. 92–96.
9. Demichelis, C., Chimento, P. IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM), institution IETF, RFC 33934. 2000. 21 p. DOI: 10.17487/RFC3393

10. Keilson, J., Machihara, F. Hyperexponential waiting time structure in hyperexponential $H_N/H_K/1$ system // Journal of the Operation Society of Japan. 1985. N 28 (3). pp. 242–250.
11. Buranova, M. A., Ergasheva, D. R., Kartashevskiy, V. G. Using the EM-algorithm to approximate the distribution of a mixture by hyperexponents // 2019 International Conference on Engineering and Telecommunication, EnT 2019. 2019. pp. 1–4. DOI: 10.1109/EnT47717.2019.9030551.
12. Feldmann, A., & Whitt, W. (1997). Fitting Mixtures of Exponentials to Long-Tail Distributions to Analyze Network Performance Models // In Proceedings IEEE INFOCOM'97. pp. 1096–1104. Piscataway, NJ: IEEE. (2 ИКТ19)
13. Baird, S. R. Estimating mixtures of exponential distributions using maximum likelihood and the EM algorithm to improve simulation of telecommunication networks. (2002). URL: <https://open.library.ubc.ca/collections/ubctheses/831/items/1.0090805> (date of the application: 10.02.2020).
14. Day, N. E.: Estimating the components of a mixture of normal distributions // Biometrika. 1969. vol. 56. No. 3. pp. 463–474.
15. Korolyov V. Yu. EM-algoritm, ego modifikacii i ih primenenie k zadache razdeleniya smesej veroyatnostnyh raspredelenij. Teoreticheskij obzor. M.: IPIRAN, 2007. 94 s.
16. Voroncov K. V. Matematicheskie metody obucheniya po precedentam (teoriya obucheniya mashin). URL: <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf> (date of the application: 10.02.2020).

Бурanova Марина Анатольевна – кандидат технических наук, доцент кафедры Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, mburanova@yandex.ru
 Buranova Marina – Candidate of Engineering Sciences, assistant professor, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, mburanova@yandex.ru