СПбГУТ)))
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ
Декабрь 2019 Том 7 № 1 ISSN 2307-1303 http://www.itt.sut.ru
TELECOM IT
December 2019 Vol. 7 Iss. 1 ISSN 2307-1303 http://www.itt.sut.ru

# СРАВНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 8-РАЗРЯДНЫХ КОДОВ С ПРЯМОЙ КОРРЕКЦИЕЙ ОШИБОК

С. С. Владимиров

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

Адрес для переписки: vladimirov.opds@gmail.com

**Аннотация**
**Предмет исследования.** Статья представляет результаты сравнения разнотипных 8-разрядных помехоустойчивых кодов по их вероятностным характеристикам. **Метод.** Проведено имитационное моделирование для определения вероятностных характеристик 8-разрядных помехоустойчивых кодов. Рассмотрены принципы их кодирования и декодирования. **Основные результаты.** Определены и представлены вероятностные характеристики 8-разрядных помехоустойчивых кодов и выработаны рекомендации по их применению в зависимости от структуры используемой системы передачи. **Практическая значимость.** Предлагается применение рассмотренных кодов для построения систем передачи на устройствах с ограниченными вычислительными ресурсами. Отмечается применимость этих кодов при разработке прикладных байтовых протоколов, требующих применения механизмов прямой коррекции ошибок в каналах связи.

**Ключевые слова**
Код максимальной длины, расширенный код Хэмминга, укороченный циклический код, синдромное декодирование, декодирование по анализу веса остатка, мажоритарное декодирование, декодирование по линейно-независимым комбинациям.

**Информация о статье**
УДК 519.725, 621.391
Язык статьи – русский.
Поступила в редакцию 10.07.19, принята к печати 02.09.19.

**Ссылка для цитирования:** Владимиров С. С. Сравнение вероятностных характеристик 8-разрядных кодов с прямой коррекцией ошибок // Информационные технологии и телекоммуникации. 2019. Том 7. № 1. С. 21–30. DOI 10.31854/2307-1303-2019-7-1-21-30.

# COMPARISON OF THE PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF 8-BIT CODES WITH FORWARD ERROR CORRECTION

S. Vladimirov

The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, Russian Federation

Corresponding author: vladimirov.opds@gmail.com

**Abstract—Research subject.** The article presents the results of comparing different 8-bit error-correcting codes by their probabilistic characteristics. **Method.** Simulation was performed to determine the probabilistic characteristics of 8-bit error-correcting codes. The principles of their coding and decoding are considered. **Core results.** The probabilistic characteristics of 8-bit error-correcting codes are identified and presented. Recommendations for their application are developed depending on the structure of the using transmission system. **Practical relevance.** The application of the considered codes for the construction of transmission systems on devices with limited computing resources is proposed. The applicability of these codes in the development of application layer byte protocols that require the use of forward error correction mechanisms in communication channels is noted.

**Keywords**—maximum length code, Hamming code with additional parity check, shortened cyclic code, syndrome decoding, residue weight based decoding, majority-logic decoding, decoding by linearly independent subsequences.

**Article info**
Article in Russian.
Received 10.07.19, accepted 02.09.19.

**For citation:** Vladimirov S.: Comparison of the Probabilistic Characteristics of 8-bit Codes with Forward Error Correction // Telecom IT. 2019. Vol. 7. Iss. 1. pp. 21–30 (in Russian). DOI 10.31854/2307-1303-2019-7-1-21-30

## Введение

Помехоустойчивые коды с исправлением ошибок традиционно применяются на физическом и, реже, канальном уровнях систем передачи данных. Многие широко используемые блочные помехоустойчивые коды, такие как классические коды Хэмминга, коды БЧХ, некоторые коды Рида–Соломона, имеют размер кодового слова не кратный байту [1, 2, 3]. Вследствие этого, для их кодирования и декодирования чаще используются аппаратные схемы на логических элементах, которые работают с битовым потоком данных. При реализации программных кодеков, в частности при их использовании в протоколах прикладного уровня, базовыми единицами информации являются переменные с размером, кратным одному байту. Соответственно, возникает необходимость дробить байтовый поток данных на битовые блоки в соответствии с параметрами помехоустойчивого кода. Именно поэтому в системах передачи популярны недвоичные коды Рида–Соломона над полем Галуа GF($2^8$), которые оперируют 8-разрядными недвоичными элементами и обеспечивают хорошую помехоустойчивость [4, 5, 6]. Однако, программное кодирование и декодирование этих кодов является достаточно сложным и ресурсоемким, что делает его не лучшим выбором для построения систем передачи на основе микроконтроллеров с ограниченными вычислительными ресурсами и малым размером памяти, а также для систем, с повышенными требованиями к скорости обработки выходного и входного потоков данных [7].

В статье рассмотрены помехоустойчивые коды с размерностью (8, 4) и, соответственно, скоростью кода $R$ = 0,5:

1. Расширенный систематический код Хэмминга.
2. Укороченный систематический циклический код.
3. Укороченный несистематический код максимальной длины (КМД).

## Расширенный код Хэмминга (8, 4)

Расширенный код Хэмминга (8, 4) строится на основе классического кода Хэмминга (7, 4), путем добавления бита четности к его кодовому слову [8, 9].

Добавление бита четности увеличивает минимальное кодовое расстояние кода до $d_{\min}$ = 4 и обеспечивает возможность «гибридного» режима работы с исправлением и обнаружением ошибок. Расширенный код Хэмминга позволяет исправить любую однократную ошибку и определить любую ошибку чётной кратности [9, 10].

Кодирование расширенного кода Хэмминга производится в два этапа.

Вначале из информационного 4-разрядного вектора $\{u\} = [u_0, u_1, u_2, u_3]$ формируется 7-разрядное кодовое слово $\{v\}_H$ классического кода Хэмминга согласно формуле

$$\{v\}_H = \{u\} \cdot G_H = [v_0, v_1, v_2, \ldots, v_6],$$

где $G_H$ – порождающая матрица классического кода Хэмминга, равная [9]

$$G_H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Далее к слову $\{v\}_H$ добавляется восьмой разряд – бит четности, формируемый как сумма всех элементов слова $\{v\}_H$ по модулю 2. В итоге получается 8-разрядное кодовое слово $\{v\}_{HE}$ расширенного кода Хэмминга [8, 9]:

$$\{v\}_{HE} = [v_p, v_0, v_1, v_2, \ldots, v_6],$$

где $v_p = \sum_{i=0}^{6} v_i \pmod 2$ – бит четности.

Весовой спектр расширенного кода Хэмминга (8, 4) приведен на рис. 1.

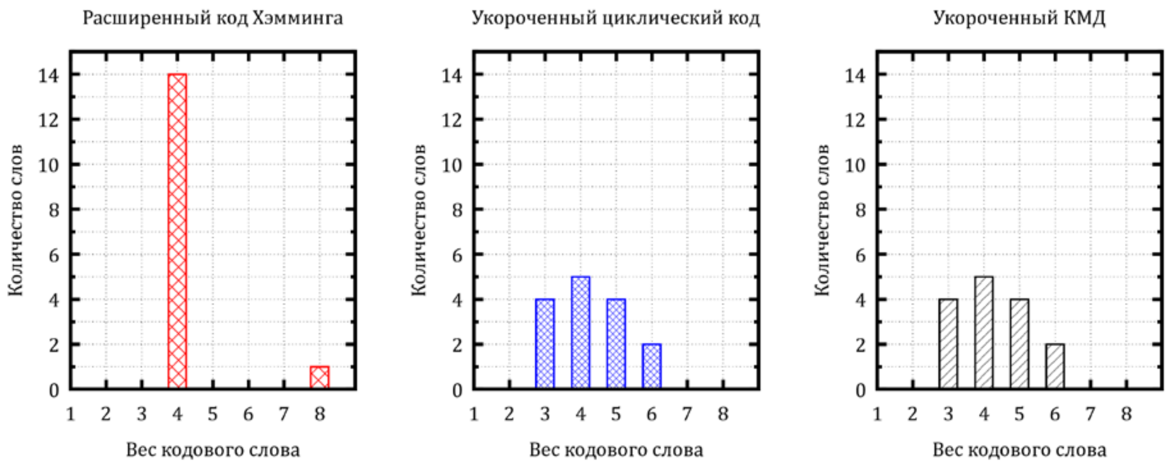


Рис. 1. Весовые спектры рассмотренных кодов

Для декодирования расширенного кода используется синдромный алгоритм на основе проверочной матрицы, которая для рассматриваемого кода (8, 4) имеет вид [9]

$$H_{HE} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Предположим, что на вход декодера получено кодовое слово $\{r\}_{HE}$, которое может содержать ошибку. Декодер вычисляет синдром $\{s\} = [s_p\ s_0\ s_1\ s_2]$, как произведение $\{r\}_{HE}$ на транспонированную матрицу $H_{HE}$ [9]:

$$\{s\} = \{r\}_{HE} \cdot H_{HE}^T.$$

В зависимости от значения синдрома возможны следующие исходы [9]:

1. Все элементы синдрома равны 0 – ошибок в кодовом слове нет или ошибка перевела переданное кодовое слово $\{v\}_{HE}$ в другое, не равное ему кодовое слово.
2. Элемент $s_p = 1$ – однократная ошибка. Позиция ошибки соответствует строке матрицы $H_{HE}^T$, равной синдрому.
3. Элемент $s_p = 0$, а остальные элементы образуют ненулевой вектор – обнаружена неисправляемая ошибка (четной кратности).

## Укороченный систематический циклический код (8, 4)

Укороченный циклический код (8, 4) построен на основе систематического циклического кода (15, 11) с образующим полиномом $g_C(x) = x^4 + x + 1$ путем отбрасывания первых семи информационных элементов. Такой код сам по себе уже теряет свойство цикличности [9], но для него можно применять те же методы кодирования и декодирования, которые используются для полноразмерных циклических кодов [9].

Минимальное кодовое расстояние dmin = 3. Укороченный циклический код (8, 4) позволяет гарантированно исправить любые однократные ошибки ($t$ = 1) [9].

При моделировании алгоритма использован стандартный алгоритм систематического кодирования, который выражается формулой

$$v(x) = u(x)x^{n-k} + (u(x)x^{n-k} \bmod g_C(x)),$$

где $u(x)$ – информационный полином (соответствует вектору $\{u\}$); ($A$ mod $B$) – операция нахождения остатка от деления $A$ на $B$; $v(x)$ – кодовый полином (соответствует кодовому слову $\{v\}$) [1, 2, 9, 11].

Весовой спектр кода представлен на рис. 1.

Для декодирования циклических кодов используются различные алгоритмы. Реализованная имитационная модель выполнена на базе метода декодирования по анализу веса остатка. Согласно этому алгоритму принятое на вход декодера кодовое слово расширяется до полной длины – 15 разрядов – путем добавления семи нолей к старшим разрядам кода [11].

Само декодирование производится следующим образом [11]:

1. Принятое кодовое слово $r_C(x)$ длиной 15 делится на порождающий полином $g_C$(x). Если остаток от деления имеет вес меньше либо равный кратности гарантированно исправляемой ошибки $t$, то для исправления ошибки необходимо сложить остаток с принятым словом $r_C(x)$ и выделить информационные элементы.

2. Если остаток от деления имеет вес больший $t$, то слово $r_C(x)$ циклически сдвигается на один шаг с переносом разряда и снова делится на $g_C(x)$. Сдвиг и деление повторяются до тех пор, пока не будет получен остаток с весом меньше либо равным $t$. После этого для исправления ошибки остаток складывается со сдвинутым кодовым словом. Результат сложения циклически сдвигается в обратном направлении на такое же количество тактов, как и предшествующий прямой сдвиг. Далее, из результата обратного сдвига выделяются информационные элементы.

3. Если после ($n$ – 1) сдвига остаток с искомым весом не получен, то считается, что комбинация содержит неисправляемую ошибку.

## Укороченный несистематический код максимальной длины (8, 4)

Укороченный КМД (8, 4) формируется из эквидистантного несистематического циклического кода максимальной длины (15, 4) над полем GF($2^4$) с образующим полиномом $p(x) = x^4 + x + 1$. За счет уменьшения числа проверочных символов минимальное кодовое расстояние $d_{\min}$ уменьшается с 8 до 3. Таким образом, рассматриваемый код (8, 4) позволяет гарантированно исправить любую однократную ошибку ($t$ = 1) [12].

Кодирование укороченного КМД удобно осуществлять через вычисление функции-след $T(x)$ элемента поля Галуа GF($2^4$) по формуле [12, 13, 14]

$$\{v\} = [v_0, v_1, \ldots, v_7] = [T(u), T(u\varepsilon), \ldots, T(u\varepsilon^7)],$$

где $u$ – информационный 4-разрядный вектор $\{u\}$, представленный в виде элемента поля GF($2^4$); $\varepsilon^i$ – элементы поля Галуа GF($2^4$) степени $i$.

Весовой спектр укороченного КМД (8, 4) представлен на рис. 1. Из графиков видно, что его весовой спектр совпадает со спектром укороченного циклического кода.

Для декодирования укороченного КМД использован мажоритарный метод определения информационного вектора $\{u\}$ по $k$-элементным линейно-независимым комбинациям $\{s\}$ элементов кодового слова $\{v\}$ с использованием обратной матрицы [12, 13, 14, 15].

Согласно этому методу информационный вектор $\{u\}$ рассчитывается по формуле [13, 15]

$$\{u\} = (\Theta^{-1}S)^T, \tag{2}$$

где $\{u\} = [u_0, u_1, u_2, u_3]$ – информационный вектор; $S = [s_{i_1}, s_{i_2}, s_{i_3}, s_{i_4}]^T$ – вектор-столбец, состоящий из 4 элементов линейно-независимой комбинации $\{s\}$; $\Theta$ – квадратная матрица размера 4×4, вычисляемая по формуле (3) [13, 15].

$$\Theta = \begin{bmatrix} \left(F^{i_1}\theta_0\right)^T \\ \left(F^{i_2}\theta_0\right)^T \\ \left(F^{i_3}\theta_0\right)^T \\ \left(F^{i_4}\theta_0\right)^T \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где $F^{i_j}$ – сопровождающая матрица 4×4 элемента поля $\varepsilon^{i_j}$, соответствующего элементу $s_{i_j}$ линейно-независимой комбинации $\{s\}$; $\theta_0$ – первый столбец матрицы $\theta = E + X_2 + X_4 + X_8$ – суммы единичной матрицы $E$ и матриц возведения в степень 2, 4 и 8, соответственно [3, 7].

Список всех 4-элементных линейно-независимых комбинаций и соответствующих им обратных матриц $\Theta^{-1}$ формируется заранее и записывается в память декодера.

Мажоритарное декодирование кодового слова КМД (определение информационного вектора $\{u\}$) осуществляется перебором всех возможных для укороченного КМД (8, 4) 4-элементных линейно-независимых комбинаций $\{s\}$ и вычислением для каждой из них вектора $u$ по формуле (2). Всего для укороченного кода (8, 4) существует 45 4-элементных линейно-независимых комбинаций [12]. При наличии в кодовом слове ошибок, 4-элементные комбинации, попавшие на ошибочный разряд, дадут при расчете значение вектора, отличное от $\{u\}$. Таким образом, после перебора всех 4-элементных комбинаций будет получен набор векторов $\{u_i\}$, каждому из которых будет соответствовать некоторое количество 4-элементных комбинаций – вес вектора. Правильным результатом будет считаться тот вектор $\{u_i\}$, который имеет наибольший вес [13, 14, 15].

В том случае, если при декодировании будет получено два или более вектора $\{u_i\}$ с одинаковым весом, определить какой из них верен невозможно. Соответственно, такая ситуация рассматривается как случай неисправляемой ошибки [13, 15].

## Вероятностные характеристики кодов (8, 4)

Для определения вероятностных характеристик рассмотренных в статье помехоустойчивых кодов и алгоритмов их декодирования было проведено моделирование в системе компьютерной алгебры GNU/Octave. Блок-схема компьютерной модели системы передачи данных для проверки рассмотренных кодов приведена на рис. 2. В качестве модели канала передачи данных использована модель двоичного симметричного канала (ДСК).

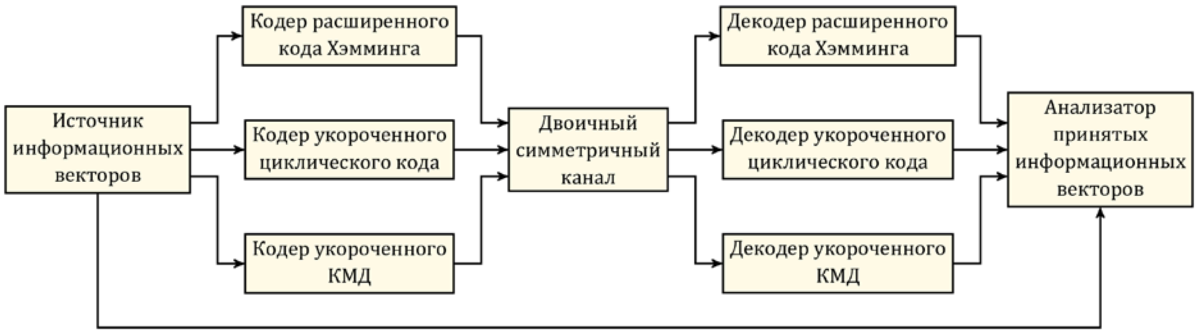


Рис. 2. Блок-схема модели системы передачи для проверки помехоустойчивых кодов

Для каждого из рассмотренных помехоустойчивых кодов через модель системы передачи было передано по 100000 кодовых слов для каждого из значений вероятности битовой ошибки в канале ДСК в интервале от 0,0001 до 0,3.

При моделировании рассматривались три возможных исхода [14, 15]:

1) Правильное декодирование, когда на выходе декодера получен результат, соответствующий исходному информационному слову;

2) Неправильное декодирование, при получении неверного информационного слова;

3) Отказ от декодирования или обнаруженная неисправляемая.

На рис. 3 приведены графики результатов моделирования, показывающие зависимость вероятностей исходов от вероятности битовой ошибки в канале ДСК.

На этом же рис. 3 приведен график эквивалентной вероятности ошибки $P_Э$, которая для исследованных кодов (8, 4) рассчитывается по формуле [16, 17]

$$P_{Э} = 1 - \left(1 - \frac{P_{НД}}{1 - P_{ОД}}\right)^{\frac{1}{4}}.$$

Эквивалентная вероятность ошибки соответствует вероятности ошибки в постоянном симметричном двоичном канале без памяти, в котором система с кодированием без избыточности эквивалентна рассматриваемой системе. Она позволяет сравнивать между собой помехоустойчивые коды с различной размерностью [16, 17, 18].

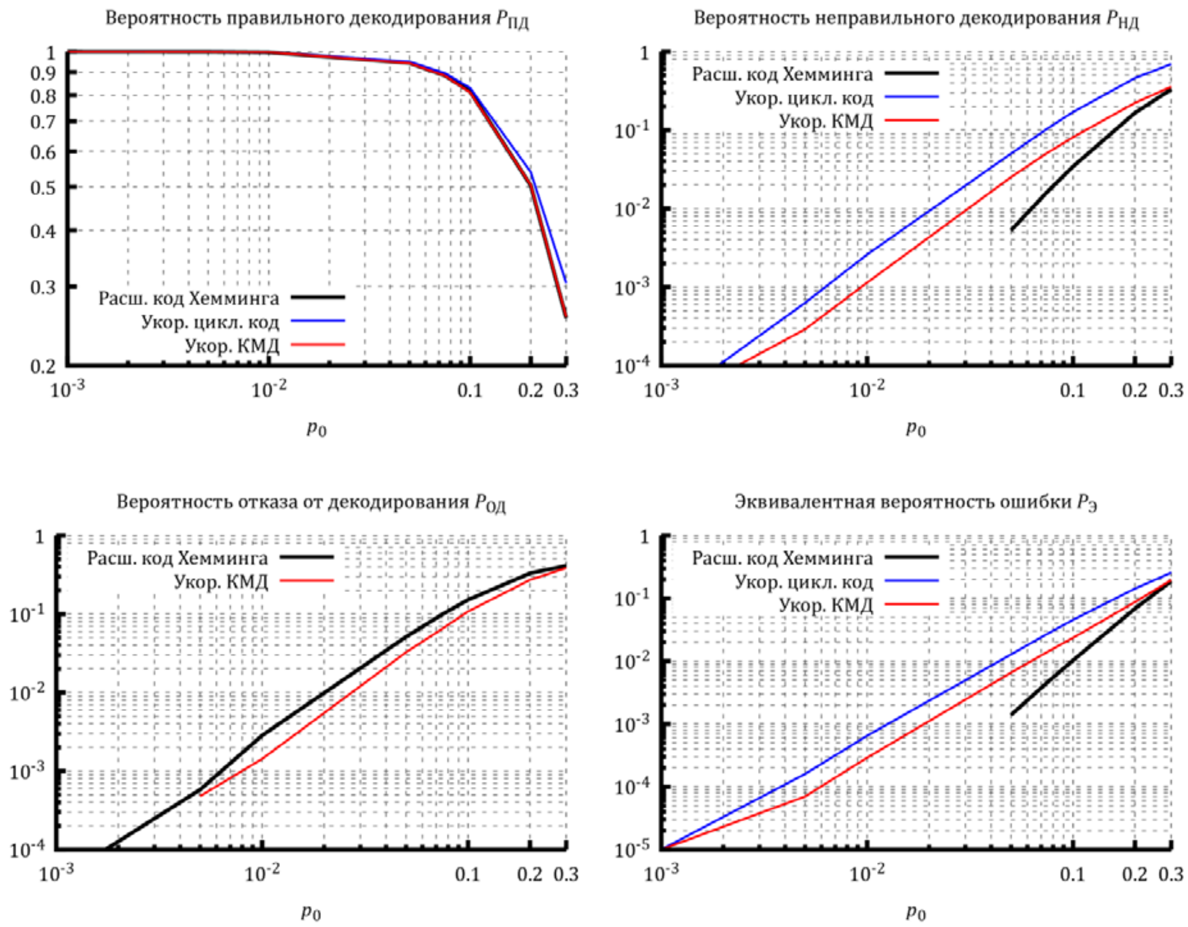


Рис. 3. Графики вероятностных характеристик
рассмотренных помехоустойчивых кодов размерности (8, 4)

Приведенные графики показывают, что укороченный циклический код имеет наибольшую вероятность правильного декодирования, но при этом хуже по вероятности неправильного декодирования и, соответственно, по эквивалентной вероятности ошибки. Расширенный код Хэмминга и укороченный КМД обеспечивают одинаковую вероятность правильного декодирования. Также можно отметить, что в отличие от укороченного циклического кода они позволяют определить часть неисправляемых ошибок и за счет этого уменьшить долю неправильно декодированных кодовых слов. Соответственно, эти коды следует применять в системах передачи с обратной связью.

## Заключение

Проведенное исследование позволило сравнить вероятностные характеристики трех различных 8-разрядных помехоустойчивых кодов, которые могут быть использованы при разработке протоколов и систем передачи данных. Определено, что для использования в системах без обратной связи оптимальным видится использование укороченного циклического кода, как имеющего наилучшую вероятность правильного декодирования. В системах с обратной связью лучше использовать более простой код Хэмминга, имеющий несколько меньшую вероятность правильного декодирования, но при этом позволяющий определить наибольшую долю неисправляемых ошибок. Укороченный код максимальной длины является усредненным вариантом по вероятностным характеристикам.

Необходимо отметить, что рассмотренные алгоритмы кодирования и декодирования укороченного циклического кода являются ресурсоемкими, поскольку требуют применения операции нахождения остатка от деления. Методы кодирования и декодирования расширенного кода Хэмминга и укороченного КМД основаны на более простых операциях сложения по модулю 2 и поэлементного умножения.

**Литература**


1. Кларк Д. К., Кейн Д. Б. Кодирование и исправление ошибок в системах цифровой связи. Статистическая теория связи. М.: Радио и Связь, 1987. 392 с.
2. Morelos-Zaragoza R. H. The Art of Error Correcting Coding. Chichester: «John Wiley & Sons, Ltd», 2002. 232 p. ISBN 0471-49581-6.
3. Kadel R., Islam N., Ahmed K., Halder S. J. Opportunities and Challenges for Error Correction Scheme for Wireless Body Area Network – A Survey // Journal of Sensor and Actuator Networks. 2019. Vol. 8. Iss. 1. pp. 1–22. ISSN: 2224-2708.
4. Назиров Р. Р., Золотарёв В. В., Овечкин Г. В., Овечкин П. В., Чулков И. В. Эффективное недвоичное многопороговое декодирование помехоустойчивых кодов для систем дистанционного зондирования земли // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2010. Т. 7. № 2. С. 269–274. ISSN: 2411-0280.
5. ITU-T G.975. Forward error correction for submarine systems. Geneva: ITU, 2000. 21 p.
6. Samanta J., Bhaumik J., Barman S., Hossain G., Sahu M., Dutta S. RS (255, 249) Codec Based on All Primitive Polynomials Over GF(2^8) // Lecture Notes in Electrical Engineering. 2017. Vol. 470. pp. 69–81. ISSN: 1876-1100.
7. Babaie S., Khosrohosseini A., Ghasemkhani B., Ghaffari A. HCAP: Hamming Code with Additional Parity Method for Error Control in Wireless Sensor Networks // 2010 International Conference on Intelligent Network and Computing (ICINC 2010). 2010. pp. 410–415.
8. Берлекемр Э. Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1972. 480 с.
9. Вернер М. Основы кодирования. Учебник для ВУЗов. М.: Техносфера, 2004. 288 с. ISBN: 5-94836-019-9.
10. Hillier C., Balyan V. Error Detection and Correction On-Board Nanosatellites Using Hamming Codes // Journal of Electrical and Computer Engineering. 2019. 2019. pp. 1–15.
11. Передача дискретных сообщений. Учебник для вузов / Под ред. В. П. Шувалова. М.: Радио и связь, 1990. 464 с.
12. Владимиров С. С. О мажоритарном декодировании укороченного кода максимальной длины по k линейно-независимым элементам // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. Сб. науч. ст. V международной научно-технической и научно-методической конференции. 2016. С. 276-281.
13. Когновицкий О. С. Двойственный базис и его применение в телекоммуникациях. СПб.: Линк, 2009. 423 с.
14. Владимиров С. С. Моделирование процессов мажоритарного декодирования комбинации эквидистантного кода по K линейно-независимым элементам // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2010. Т. 3. № 101. С. 149–156. ISSN: 2304-9766.
15. Владимиров С. С. Эффективность мажоритарного декодирования кода максимальной длины по k-элементным линейно-независимым комбинациям в двоичном симметричном канале // Информационные технологии и телекоммуникации. 2015. № 4 (12). С. 108–119.
16. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970. 728 с.
17. Деев В. В. Методы модуляции и кодирования в современных системах связи. СПб.: Наука, 2007. 267 с.
18. Зюко А. Г., Кловский Д. Д., Назаров М. В., Финк Л. М. Теория передачи сигналов: Учебник для вузов. М.: Связь, 1980. 288 с.

**References**

1. Clark, George C. Jr. and Cain, J. Bibb Error-Correction Coding for Digital Communications. New York: Plenum Press, 1981.

2. Morelos-Zaragoza, R. H. The Art of Error Correcting Coding. Chichester: «John Wiley & Sons, Ltd», 2002. 232 p. ISBN 0471-49581-6.

3. Kadel, R., Islam, N., Ahmed, K., Halder, S. J. Opportunities and Challenges for Error Correction Scheme for Wireless Body Area Network – A Survey // Journal of Sensor and Actuator Networks. 2019. Vol. 8. Iss. 1. pp. 1–22. ISSN: 2224-2708.

4. Nazirov, R., Zolotarev, V., Ovechkin, G., Ovechkin, P., Chulkov, I. Effective non-bynary multiihreshold decoding for remote earth sensyng systems // Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa. 2010. Vol. 7. Iss. 2. pp. 269–274 (In Russian).

5. ITU-T G.975. Forward error correction for submarine systems. Geneva: ITU, 2000. 21 p.

6. Samanta, J., Bhaumik, J., Barman, S., Hossain, G., Sahu, M., Dutta, S. RS (255, 249) Codec Based on All Primitive Polynomials Over GF(2^8) // Lecture Notes in Electrical Engineering. 2017. Vol. 470. pp. 69–81. ISSN: 1876-1100.

7. Babaie, S., Khosrohosseini, A., Ghasemkhani, B., Ghaffari, A. HCAP: Hamming Code with Additional Parity Method for Error Control in Wireless Sensor Networks // 2010 International Conference on Intelligent Network and Computing (ICINC 2010). 2010. pp. 410–415.

8. Berlekamp, E. R. Algebraic coding theory. New York: McGraw-Hill, 1968.

9. Werne, M. Information und Codierung: Grundlagen und Anwendungen. Wiesbaden: Springer-Verlag, 2008. (In German)/

10. Hillier, C., Balyan, V. Error Detection and Correction On-Board Nanosatellites Using Hamming Codes // Journal of Electrical and Computer Engineering. 2019. 2019. pp. 1–15.

11. Peredacha diskretnyh soobscheniy [Digital Data Transmission] / Ed. V. P. Shuvalov. Moscow: Radio i svyaz. 1990. (In Russian)/

12. Vladimirov, S. S. About the Majority-Logic Decoding of Shortened Maximum Length Code with K Linear-Independent Elements // Actual'nye problemy infotelekommunikatziy v nauke i obrazovanii. Sbornik nauchnyh statey V mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy i nauchno-metodicheskoy konferencii. St.-Petersburg. St. Petersburg State University of Telecommunications. 2016. pp. 276–281. (In Russian)/

13. Kognovitsky, O. Dvoystvenniy bazis i ego primenenie v telecommunikatziyah [Dual Basis and its Appliance in Telecommunication]. St.-Petersburg : Link. 2009. 423 p. (In Russian)/

14. Vladimirov, S. S. Modelirovanie protzessov mazhoritarnogo dekodirovaniya po k lineyno-nezavisimym kombinatziyam // St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer science. Telecommunications and control systems. 2010. Vol. 3. No. 101. pp. 149–156. (In Russian)/

15. Vladimirov, S. The efficiency of maximum length code majority-logic decoding algorithm with k-ary linear-independent subsequences in binary symmetric channel // Telecom IT. 2015. Vol. 4. Iss. 12. pp. 108–119. (In Russian)/

16. Fink, L. M. Teoriya peredachi diskretnyh soobscheniy [Digital Data Transmission Theory]. Moscow : Sovetskoe radio. 1970. (In Russian)/

17. Deev, V. V. Metody modulyatzii i kodirovaniya v sovremennyh sistemah svyazi [Modulation and Coding in Modern Communication Systems]. St.-Petersburg: Nauka, 2007. (In Russian)

18. Zyuko, A. G., Klovskiy, D. D., Nazarov, M. V., Fink, L. M. Teoriya peredachi signalov [Signal Transmission Theory]. Moscow: Svyaz. 1980. (In Russian)/

*Владимиров Сергей Сергеевич* – кандидат технических наук, доцент, СПбГУТ, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация, vladimirov.opds@gmail.com

*Vladimirov Sergey* – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, SPbSUT, St. Petersburg, 193232, Russian Federation, vladimirov.opds@gmail.com