

ДЕКОДИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОДОВ МАКСИМАЛЬНОЙ ДЛИНЫ ПО К-ЭЛЕМЕНТНЫМ ЛИНЕЙНО-НЕЗАВИСИМЫМ КОМБИНАЦИЯМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЯГКИХ РЕШЕНИЙ

С. С. Владимиров^{1*}, Д. Ф. Мухаметшина¹

¹ СПбГУТ, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

* Адрес для переписки: vladimirov.opds@gmail.com

Аннотация

Предмет исследования. Статья посвящена разработанному авторами методу декодирования кодов максимальной длины с использованием мягких решений на основе метода декодирования по k -элементным линейно-независимым комбинациям. **Метод.** Рассмотрен принцип декодирования по k -элементным линейно-независимым комбинациям с использованием мягких решений на основе весовых шаблонов. Проведен анализ декодирования ошибок различных кратностей. **Основные результаты.** Получена таблица весовых шаблонов для кода максимальной длины (15, 4). Разработаны сценарии использования предлагаемого метода декодирования. **Практическая значимость.** Разработанный метод декодирования на основе мягких решений может быть использован в связке демодулятор–декодер для исправления ошибок в кодовых словах и для проведения оценки качества канала передачи данных исходя из кратности ошибки в полученной кодовой комбинации.

Ключевые слова

код максимальной длины, мягкое декодирование, M -последовательность, декодирование по линейно-независимым комбинациям, оценка качества канала.

Информация о статье

УДК 004.733

Язык статьи – русский.

Поступила в редакцию 23.10.2018, принята к печати 03.12.2018.

Ссылка для цитирования: Владимиров С. С., Мухаметшина Д. Ф. Декодирование циклических кодов максимальной длины по k -элементным линейно-независимым комбинациям с использованием мягких решений // Информационные технологии и телекоммуникации. 2018. Том 6. № 4. С. 21–32.

DECODING OF MAXIMUM LENGTH CODES BY K-ELEMENT LINEARLY INDEPENDENT COMBINATIONS USING SOFT SOLUTIONS

S. Vladimirov^{1*}, D. Mukhametshina¹

¹ SPbSUT, St. Petersburg, 193232, Russian Federation

* Corresponding author: vladimirov.opds@gmail.com

Abstract—Research subject. The article is devoted to the maximum length codes method of soft decoding based on the method of decoding using k-ary linearly independent subsequences. **Method.** The principle of decoding by k-ary linearly independent subsequences using soft solutions based on weight patterns is considered. The analysis of decoding errors of different weight is performed. **Core results.** A table of weight patterns for the maximum length code (15, 4) was obtained. Scenarios for the use of the proposed decoding method have been developed. **Practical relevance.** The developed soft decision based decoding method can be used in a demodulator–decoder bundle to correct errors in codewords and to assess the quality of a data transmission channel based on the error rate in the resulting code combination.

Keywords—maximum length code, soft decoding, M-sequence, decoding by linearly independent subsequences.

Article info

Article in Russian.

Received 23.10.2018, accepted 03.12.2018.

For citation: Vladimirov S., Mukhametshina D.: Decoding of Maximum Length Codes by k-Element Linearly Independent Combinations Using Soft Solutions // Telecom IT. 2018. Vol. 6. Iss. 4. pp. 21–32 (in Russian).

Введение

Одной из классификаций методов декодирования блочных кодов является классификация по типу принимаемого решения. Алгоритмы декодирования разделяются на алгоритмы с жестким решением и алгоритмы с мягким решением [1]. Жесткое решение подразумевает, что каждый символ принятого декодером кодового слова равен 1 либо 0. К алгоритмам с жестким решением относится большинство традиционных алгоритмов декодирования блочных циклических кодов. В системах с мягким решением каждому символу кодового слова присваивается некоторое вероятностное значение, служащее критерием неопределенности символа, принятого из канала [1]. Т. е. указывается с какой вероятностью принятый символ равен 1 (или 0). Наиболее простым примером системы с мягким решением является модель дискретного канала со стираниями, на выходе которого возможны три значения: 1, 0 и неопределенное значение (стирание) [2].

Как правило, определением вероятностей приема в системе передачи занимается демодулятор, который анализирует амплитуду, частоту, фазу, форму импульса и другие параметры физического сигнала и на их основе принимает решение о том, с какой вероятностью принят каждый символ кодового слова. Полученные вероятностные значения в дальнейшем используются декодером помехоустойчивого кода

для обнаружения и исправления ошибок. Использование мягких решений как правило приводит к увеличению исправляющей способности системы передачи [1].

Авторами предлагается проводить оценку вероятностных значений каждого символа кодового слова на уровне декодера, используя свойства выбранного для исследования кода максимальной длины (КМД), основанного на псевдослучайной последовательности максимальной длины [3, 4, 5], и метод декодирования его кодовых слов по k -элементным линейно-независимым комбинациям [3, 6].

Метод декодирования кода максимальной длины по k -элементным линейно-независимым комбинациям

Код максимальной длины представляет собой эквидистантный циклический (n, k) -код, кодовые комбинации которого являются псевдослучайными последовательностями максимальной длины (М-последовательностями) над двоичным расширенным полем Галуа $GF(2^k)$ [3, 5]. Кодовые слова кода максимальной длины могут быть вычислены различными способами. Во-первых, кодирование можно осуществлять традиционным для циклических кодов способом с использованием порождающего полинома или порождающей матрицы. Во-вторых, кодовые слова $\{w\}$ можно рассчитывать, как рекуррентные М-последовательности через функцию-след $T(x)$ элемента поля Галуа $GF(2^k)$ по формуле (1) [3, 6]:

$$\{w\} = \{w_0; w_1; \dots; w_{2^k-2}\} = [T(c); T(c\varepsilon); \dots; T(c\varepsilon^{2^k-2})], \quad (1)$$

где c — элемент поля $GF(2^k)$, являющийся начальной фазой М-последовательности, соответствующей кодовому слову КМД; ε^i — элементы поля Галуа $GF(2^k)$, $i = 0, 1, \dots, 2^k-2$. В случае несистематического КМД начальная фаза c является информационной частью кодового слова $\{w\}$ [3, 6, 7].

Таким образом, задача декодирования кодового слова $\{w\}$ КМД сводится к поиску начальной фазы c соответствующей М-последовательности, которая либо сама является искомой информацией в случае несистематического КМД, либо позволяет однозначно определить информационную часть кодового слова в случае систематического КМД [3, 6].

В ряде предыдущих работ [3, 6, 7] был представлен метод определения начальной фазы c по k -элементным линейно-независимым комбинациям $\{s\}$ элементов кодового слова $\{w\}$.

Согласно этому методу начальная фаза c рассчитывается по формуле (2) [3, 7]:

$$C = \Theta^{-1}S, \quad (2)$$

где $C = [c_0, c_1, \dots, c_{k-1}]^T$ — вектор коэффициентов начальной фазы c , $S = [s_{11}, s_{12}, \dots, s_{ik}]^T$ — вектор-столбец, состоящий из k элементов линейно-независимой комбинации $\{s\}$; Θ — квадратная матрица размера $k \times k$, вычисляемая по формуле (3) [3, 7]:

$$\Theta = \begin{bmatrix} (F^{i1}\theta_0)^T \\ (F^{i2}\theta_0)^T \\ \vdots \\ (F^{ik}\theta_0)^T \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где F_{ij} — сопровождающая матрица $k \times k$ элемента поля ϵ_{ij} , соответствующего элементу s_{ij} линейно-независимой комбинации $\{s\}$; θ_0 — первый столбец матрицы $\theta = E + X_2 + X_4 + \dots + X_{2^{k-1}}$, равной сумме единичной матрицы E и матриц возведения в степень 2^z , где $z = 1..k-1$ [3, 7].

Мажоритарное декодирование кодового слова КМД (определение начальной фазы c) осуществляется перебором всех возможных для выбранного КМД k -элементных линейно-независимых комбинаций $\{s\}$ и вычислением для каждой из них начальной фазы c по формуле (2). При наличии в кодовом слове ошибок, k -элементные комбинации, попавшие на ошибочный разряд, дадут при расчете значение начальной фазы, отличное от c . Таким образом, после перебора всех k -элементных комбинаций получаем набор начальных фаз c_i , каждой из которых будет соответствовать некоторое количество k -элементных комбинаций — вес начальной фазы. Правильной начальной фазой будет считаться та фаза c_i , которая имеет наибольший вес [3, 6, 7].

При декодировании принятого на вход декодера кодового слова (предположительно с ошибкой) данным методом возможны три исхода: правильное декодирование, когда на выходе декодера получена начальная фаза, соответствующая исходному кодовому слову; неправильное декодирование, при выделении неверной начальной фазы; и отказ от декодирования или обнаруженная неисправляемая ошибка, когда однозначно выделить начальную фазу по мажоритарному принципу невозможно — т. е. получено два возможных значения начальной фазы, имеющих одинаковый вес [3, 6, 7].

В предыдущих работах [6, 7] было показано, что для КМД (15, 4) существует 840 k -элементных линейно-независимых комбинаций. По исправляющей способности рассматриваемый метод соответствует корреляционному методу декодирования [6]. В таблице 1 приведена исправляющая способность данного метода для кода (15, 4) в зависимости от кратности ошибки вплоть до 7-кратных ошибок [6].

Таблица 1.

Исправляющая способность метода декодирования кода максимальной длины (15, 4) по k -элементным линейно-независимым комбинациям

Кратность ошибки	Количество ошибок	Правильное декодирование		Неправильное декодирование		Отказ от декодирования	
		Количество	Доля	Количество	Доля	Количество	Доля
1	15	15	1,000	0	0	0	0
2	105	105	1,000	0	0	0	0
3	455	455	1,000	0	0	0	0
4	1 365	476	0,349	0	0	889	0,651

Кратность ошибки	Количество ошибок	Правильное декодирование		Неправильное декодирование		Отказ от декодирования	
		Количество	Доля	Количество	Доля	Количество	Доля
5	3 003	0	0	784	0,261	2 219	0,739
6	5 005	0	0	2 856	0,285	3 579	0,715
7	6 435	0	0	3 150	0,490	3 285	0,510

Из таблицы видно, что данный алгоритм позволяет исправлять любые ошибки до третьей кратности и примерно треть ошибок кратности 4. Ошибки более высоких кратностей не исправляются – большая их часть обнаруживается (отказ от декодирования), но часть ошибок при декодировании исправляется неверно (ложное исправление).

Принцип оценки вероятности символа принятого кодового слова на основе мягких решений при декодировании по k -элементным линейно-независимым комбинациям

Рассмотрим принцип оценки вероятности символа принятого кодового слова на примере КМД (15, 4), построенного над полем Галуа $GF(2^4)$ с образующим полиномом $p(x) = x^4 + x + 1$. Как уже было сказано выше, всего в каждом кодовом слове этого кода содержится 840 линейно-независимых 4-элементных комбинаций, по каждой из которых можно определить искомую начальную фазу c . Эти комбинации распределены равномерно и каждому из 15 символов кодового слова соответствует 224 линейно-независимые комбинации из 840 [7]. Анализируя результаты, полученные по каждой из этих комбинаций, каждому символу можно присвоить вероятность его правильного приема, которая в дальнейшем используется при декодировании кодового слова.

Проанализируем результаты декодирования кодового слова с начальной фазой $c = 7_{10} = 0111_2$, соответствующей элементу поля Галуа ϵ^{10} .

Вначале рассмотрим ситуацию с декодированием 4-кратной ошибки {100000010001010}, которая исправляется верно. Результаты декодирования сведены в таблицу 2. Оранжевым фоном и жирным шрифтом отмечены разряды, содержащие ошибку.

Таблица 2.

Анализ обработки, правильно декодируемой 4-кратной ошибки {100000010001010}

Общий результат декодирования																	
c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Σ
Вес	4	4	24	24	80	80	0	208	80	80	24	24	80	80	24	24	840
Результат по каждому разряду кодового слова в отдельности																	
Разряд	Весы по k -элементным комбинациям для каждого из разрядов кодового слова																
1	0	0	16	16	40	40	0	0	40	40	0	0	0	0	16	16	224
2	0	3	13	0	35	0	0	77	35	0	0	13	0	35	13	0	224
3	0	3	13	0	35	0	0	77	0	35	13	0	35	0	0	13	224
4	3	0	0	13	35	0	0	77	0	35	13	0	0	35	13	0	224

Общий результат декодирования																	
<i>c</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Σ
Вес	4	4	24	24	80	80	0	208	80	80	24	24	80	80	24	24	840
Результат по каждому разряду кодового слова в отдельности																	
Разряд	Веса по <i>k</i> -элементным комбинациям для каждого из разрядов кодового слова																
5	3	0	13	0	0	35	0	77	35	0	13	0	0	35	0	13	224
6	0	0	12	12	0	0	0	72	32	32	0	0	32	32	0	0	224
7	3	0	13	0	0	35	0	77	0	35	0	13	35	0	13	0	224
8	0	0	16	16	40	40	0	0	0	0	16	16	40	40	0	0	224
9	3	0	0	13	35	0	0	77	35	0	0	13	35	0	0	13	224
10	0	3	0	13	0	35	0	77	35	0	13	0	35	0	13	0	224
11	0	0	0	0	32	32	0	72	0	0	0	0	32	32	12	12	224
12	4	4	0	0	36	36	0	0	36	36	0	0	36	36	0	0	224
13	0	3	0	13	0	35	0	77	0	35	0	13	0	35	0	13	224
14	0	0	0	0	0	0	0	0	40	40	16	16	40	40	16	16	224
15	0	0	0	0	32	32	0	72	32	32	12	12	0	0	0	0	224

Как видно из таблицы 2 в развесовке комбинаций, соответствующих отдельным разрядам кодового слова, можно выделить несколько характерных шаблонов, отличающихся расположением значений весов. Вынесем эти шаблоны в сводную таблицу 3 и отсортируем веса по убыванию.

Таблица 3.

Шаблоны весов, выделяемые при обработке правильно декодируемой 4-кратной ошибки {100000010001010}

Разряды	Шаблон	Шаблон в сокращенном виде
1, 8, 14	40, 40, 40, 40, 16, 16, 16, 16	4×40, 4×16
2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 13	77, 35, 35, 35, 13, 13, 13, 3	77, 3×35, 3×13, 3
6, 11, 15	72, 32, 32, 32, 32, 12, 12	72, 4×32, 2×12
12	36, 36, 36, 36, 36, 36, 4, 4	6×36, 2×4

Из таблицы 3 видно, что шаблоны весов, соответствующие разрядам с ошибкой, отличаются от шаблонов, соответствующих безошибочным разрядам. Таким образом, вид шаблона указывает на наличие ошибки в соответствующем ему разряде.

Далее аналогично разберем декодирование 4-кратной ошибки {110010000001000}, в результате которой возникает отказ от декодирования. Результаты декодирования сведены в таблицу 4, а соответствующие шаблоны вынесены в сводную таблицу 5.

Таблица 4.

Анализ обработки 4-кратной ошибки {110010000001000}, приводящей к отказу от декодирования

Общий результат декодирования																	
c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Σ
Вес	21	21	3	75	75	75	21	201	21	201	3	3	75	3	21	21	840
Результат по каждому разряду кодового слова в отдельности																	
Разряд	Веса по k-элементным комбинациям для каждого из разрядов кодового слова																
1	0	0	3	35	35	35	0	0	13	77	0	0	0	0	13	13	224
2	13	0	0	35	0	35	13	0	0	77	3	0	35	0	0	13	224
3	0	10	2	0	30	0	0	70	0	70	2	0	30	0	0	10	224
4	10	0	0	30	30	0	0	70	0	70	2	0	0	2	10	0	224
5	0	13	0	35	35	0	13	0	0	77	0	3	35	0	13	0	224
6	0	0	2	30	0	0	10	70	10	70	0	0	30	2	0	0	224
7	10	0	2	0	0	30	0	70	0	70	0	2	30	0	10	0	224
8	12	12	0	0	0	0	12	76	12	76	0	0	0	0	12	12	224
9	13	0	0	35	35	0	0	77	13	0	0	3	35	0	0	13	224
10	0	13	0	35	0	35	0	77	13	0	3	0	35	0	13	0	224
11	0	0	0	0	35	35	13	77	0	0	0	0	35	3	13	13	224
12	13	13	0	0	35	35	0	0	13	77	0	0	35	3	0	0	224
13	0	10	0	30	0	30	0	70	0	70	0	2	0	2	0	10	224
14	13	13	3	35	35	35	13	77	0	0	0	0	0	0	0	0	224
15	0	0	0	0	30	30	10	70	10	70	2	2	0	0	0	0	224

Таблица 5.

Шаблоны весов, выделяемые при обработке 4-кратной ошибки {110010000001000}, приводящей к отказу от декодирования

Разряды	Шаблон	Шаблон в сокращенном виде
1, 2, 5, 12	77, 35, 35, 35, 13, 13, 13, 3	77, 3×35, 3×13, 3
3, 4, 6, 7, 13, 15	70, 70, 30, 30, 10, 10, 2, 2	2×70, 2×30, 2×10, 2×2
8	76, 76, 12, 12, 12, 12, 12, 12	2×76, 6×12
9, 10, 11, 14	77, 35, 35, 35, 13, 13, 13, 3	77, 3×35, 3×13, 3

Из таблиц 4 и 5 видно, что, как и в предыдущем случае, присутствует несколько характерных шаблонов весов. При этом, в отличие от рассмотренной в таблицах 1 и 2 правильно декодированной комбинации, шаблон {77, 3×35, 3×13, 3} соответствует и ошибочным, и безошибочным разрядам, а шаблоны {2×70, 2×30, 2×10, 2×2} и {2×76, 6×12} соответствуют только безошибочным разрядам. Следовательно, зная вероятностные оценки отдельных символов от демодулятора, можно объединить их с оценками, проведенными декодером по шаблонам из таблицы 4, и провести исправление ошибочных позиций.

По аналогии рассмотрим пример обработки двух комбинаций 5-кратных ошибок: {110010010100000}, приводящей к отказу от декодирования, и {101010110000000},

приводящей к необнаруживаемой ошибке. Сводные таблицы шаблонов приведены в таблицах 6 и 7 соответственно.

Таблица 6.

Шаблоны весов, выделяемые при обработке 5-кратной ошибки {110010010100000}, приводящей к отказу от декодирования

Разряды	Шаблон	Шаблон в сокращенном виде
1, 5	51, 51, 51, 21, 21, 21, 7, 1	3×51, 3×21, 7, 1
2, 8, 10	56, 56, 24, 24, 24, 24, 8, 8	2×56, 4×24, 2×8
3, 6, 9, 13, 14, 15	51, 51, 51, 21, 21, 21, 7, 1	3×51, 3×21, 7, 1
4	50, 50, 50, 50, 6, 6, 6, 6	4×50, 4×6
7, 11, 12	56, 56, 24, 24, 24, 24, 8, 8	2×56, 4×24, 2×8

Из таблицы 6 следует, что, как и в случае 4-кратной обнаруживаемой ошибки, рассмотренной в таблицах 4 и 5, можно выделить только отличающийся шаблон {4×50, 4×6}, указывающий на заведомо безошибочный разряд кодового слова.

Таблица 7.

Шаблоны весов, выделяемые при обработке 5-кратной ошибки {101010110000000}, приводящей к необнаруживаемой ошибке

Разряды	Шаблон	Шаблон в сокращенном виде
1, 5, 7, 8	103, 49, 19, 19, 19, 5, 5, 5	103, 49, 3×19, 3×5
2, 11, 15	56, 56, 24, 24, 24, 24, 8, 8	2×56, 4×24, 2×8
3	104, 20, 20, 20, 20, 20, 20	104, 6×20
4, 9, 14	96, 44, 44, 16, 16, 4, 4	96, 2×44, 2×16, 2×4
6, 10, 12, 13	103, 49, 19, 19, 19, 5, 5, 5	103, 49, 3×19, 3×5

Согласно таблице 7, при данной ошибке характерные шаблоны весов позволяют однозначно выделить 6 безошибочных разрядов и один ошибочный разряд. Таким образом, в тех случаях, когда при декодировании возникает предположение о наличии 5-кратной ошибки, ее можно попытаться свести к 4-кратной и далее декодировать.

Анализ показал, что шаблоны весов для разных разрядов кодовой комбинации при каждой из ошибок в первую очередь отличаются количеством повторений максимального веса и для некоторых случаев, как например для 3 разряда в таблице 6, играет роль количество повторений второго по величине веса.

Таким образом, шаблоны весов для ошибки {101010110000000} в таблице 7 можно свести к более простой таблице 8.

Таблица 8.

Шаблон весов для 5-кратной необнаруживаемой ошибки {101010110000000}

Разряд	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Шаблон весов	1/1	2/4	1/6	1/2	1/1	1/1	1/1	1/1	1/2	1/1	2/4	1/1	1/1	1/2	2/4

Для кода (15, 4) авторами был проведен полный перебор всех возможных комбинаций ошибок и определен полный набор возможных весовых шаблонов с указанием соответствия значений шаблона ошибочным и безошибочным битам. Для примера в таблице 9 приведены полученные весовые шаблоны для ошибок вплоть до кратности 5. Для удобства шаблоны в таблице отсортированы по убыванию количества повторений максимального веса. Буквами ПД, НД и ОД отмечены весовые шаблоны, соответствующие правильному декодированию кодового слова, неправильному декодированию и отказу от декодирования.

Используя таблицу 9 (см. след. стр.), можно производить обработку кодовых слов кода (15, 4). При мягком декодировании совместно с демодулятором возможны несколько сценариев использования весовых шаблонов.

По первому сценарию работы связки демодулятор–декодер шаблоны используются для более точного определения кратности ошибки, компенсируя возможные ошибки демодулятора. Такая методика может использоваться для получения оценок качества канала передачи данных.

При работе по второму сценарию весовые шаблоны используются для исправления ошибок. Вероятности ошибки разряда, полученные от демодулятора, складываются с вероятностями (долями) ошибки, согласно полученному весовому шаблону. Затем производится исправление разрядов кодового слова, наиболее вероятно пораженных ошибкой. Учитывая, что одинаковые шаблоны при разных кратностях ошибки могут соответствовать как ошибочным, так и безошибочным разрядам, приоритет отдается той кратности ошибки, которая наиболее вероятна для известного качества канала.

Заключение

Рассмотренный в статье метод декодирования на основе мягких решений может быть использован для исправления ошибок в кодовых словах при работе декодера в связке с демодулятором, позволяющим оценивать вероятность ошибки для каждого из получаемых разрядов кодового слова.

Перспективной возможностью видится оценка качества канала передачи данных исходя из кратности ошибки в полученной кодовой комбинации. Полученная оценка может быть использована для подстройки системы передачи к качеству канала. Например, при появлении ошибок большой кратности может быть осуществлен переход на коды меньшей длины или на коды с большей кратностью гарантированно исправляемых ошибок.

Таблица 9.

Полный набор весовых шаблонов для КМД (15, 4)

Кратн. ошибки	Результат	Весовой шаблон	Вес	Кол.	Доля	
					б/ош.	ош.
1	ПД	8;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4;1/4	1/4	210	1	0
			8	15	0	1
2	ПД	4/4;4/4;1/4;1/2;1/2;1/2;1/2;1/2;1/2;1/2;1/2;1/2;1/2;1/2	1/2	1260	1	0
			1/4	105	1	0
			4/4	210	0	1
3	ПД	2/4;2/4;2/4;1/6;1/2;1/2;1/2;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1	1/1	3360	1	0
			1/6	420	1	0
			1/2	1260	1	0
			2/4	1260	0	1
		8;8;8;1/6;1/6;1/6;1/6;1/6;1/6;1/6;1/6;1/6;1/6	1/6	420	1	0
8	105		0	1		
4	ОД	2/6;2/2;2/2;2/2;2/2;2/2;2/2;2/2;1/3;1/3;1/3;1/3;1/3;1/3;1/3	2/2	5040	1	0
			1/3	6720	0,5	0,5
			2/6	840	1	0
	ПД	3/4;3/4;3/4;2/6;2/6;2/6;2/6;2/6;2/6;2/6;2/6;2/6;2/6;2/6	2/6	1260	0,67	0,33
			3/4	315	1	0
			1/3	3360	1	0
6/2;4/4;4/4;4/4;1/4;1/4;1/4;1/3;1/3;1/3;1/3;1/3;1/3;1/3	1/4	1260	1	0		
	4/4	1260	0	1		
	6/2	420	0	1		

Кратн. ошибки	Результат	Весовой шаблон	Вес	Кол.	Доля	
					б/ош.	ош.
5	ОД	4/4;3/3;3/3;3/3;3/3;3/3;3/3;3/3;3/3;3/3;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4	3/3	13440	0,75	0,25
			2/4	10080	0,5	0,5
			4/4	1680	1	0
		8;3/4;3/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4;2/4	2/4	3780	0,67	0,33
			3/4	630	1	0
			8	315	0	1
		2/4;2/4;2/4;1/6;1/2;1/2;1/2;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1	1/1	448	0,5	0,5
			2/4	168	1	0
	1/2		168	1	0	
	1/6		56	0	1	
	4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4;4/4		4/4	2520	0,67	0,33
	НД	2/4;2/4;2/4;1/6;1/2;1/2;1/2;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1;1/1	1/1	6272	0,5	0,5
			2/4	2352	1	0
			1/2	2352	1	0
			1/6	784	0	1

Литература

1. Proakis J. Digital Communications. McGraw-Hill, 2001. 1002 p. ISBN 978-0070509375.
2. Владимиров С. С. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования. СПб.: СПбГУТ, 2016. 96 с. ISBN 978-5-89160-131-4.
3. Когновицкий О. С. Двойственный базис и его применение в телекоммуникациях. СПб.: Линк, 2009. 423 с.
4. Bassem R. Mahafza Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB Third Edition. CRC Press, 2013. 772 p.
5. Кларк Д. К., Кейн Д. Б. Кодирование и исправление ошибок в системах цифровой связи. Статистическая теория связи. М.: Радио и Связь, 1987. 392 с.
6. Владимиров С. С. Моделирование процессов мажоритарного декодирования комбинации эквидистантного кода по K линейно-независимым элементам // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2010. Т. 3. № 101. С. 149–156. ISSN: 2304-9766.
7. Владимиров С. С. Эффективность мажоритарного декодирования кода максимальной длины по k -элементным линейно-независимым комбинациям в двоичном симметричном канале // Информационные технологии и телекоммуникации. 2015. № 4 (12). С. 108–119.

References

1. Proakis, J. Digital Communications. McGraw-Hill, 2001. 1002 p.
2. Vladimirov, S. Mathematical Foundations of the Theory of Error Correcting Coding. SPb.: SPbGUT, 2016. 96 p.
3. Kognovitsky, O. Dual Basis and its Application in Telecommunications. SPb.: Link, 2009. 423 p.
4. Mahafza, B. R. Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB. – Third Edition. CRC Press, 2013. 772 p.
5. Clark, G. C. Jr., Cain, J. B. Error-Correction Coding for Digital Communications. New York: Plenum Press, 1981.
6. Vladimirov, S. S. Modelling of Major Decoding Processes of Equidistant Code Combination with K Linear-Independent Elements // St. Petersburg Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems. 2008. Vol. 5. No. 65. Pp. 86–92.
7. Vladimirov S. The Efficiency of Maximum Length Code Majority-Logic Decoding Algorithm with K -Ary Linear-Independent Subsequences in Binary Symmetric Channel // Telecom IT. 2015. N 4 (12). pp. 108–119 (in Russian).

Владимиров Сергей Сергеевич

– кандидат технических наук, доцент, СПбГУТ, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация, vladimirov.opds@gmail.com

Мухаметшина Дина Фаиловна

– магистр, СПбГУТ, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация, undinakamec@gmail.com

Vladimirov Sergey

– Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, SPbSUT, St. Petersburg, 193232, Russian Federation, vladimirov.opds@gmail.com

Mukhametshina Dina

– Undergraduate, SPbSUT, St. Petersburg, 193232, Russian Federation, undinakamec@gmail.com